E. Krasnochtchekov, A. Soukomel

PROBLÉMES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Éditions Mir Moscou

Е. А. КРАСНОЩЕКОВ, А. С. СУКОМЕЛ

ЗАДАЧНИК ПО ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»
МОСКВА

E. KRASNOCHTCHEKOV
A. SOUKOMEL

PROBLÈMES DE TRANSFERT DE CHALEUR

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

Traduit du russe
par
VALENTIN POLONSKI

На французском языке

PRÉFACE

Le présent recueil se compose de problèmes et de calculs types relatifs aux cours *Transfert de chaleur* et *Processus d'échange de chaleur dans les installations énergétiques nucléaires.*

Tous les problèmes sont munis de réponses. Ordinairement, chaque groupe de problèmes, dont la résolution impose l'application de la même méthodologie ou de mêmes formules, s'ouvre par un problème résolu avec force détails.

Pour la résolution des problèmes types on fait appel aux relations mentionnées dans le manuel [4], ainsi qu'à certaines autres relations de calcul utilisées dans la pratique technique. Les appendices fournissent des références suffisantes pour la résolution de tous les problèmes du recueil.

Les auteurs expriment leur profonde reconnaissance aux collaborateurs de la chaire des Principes théoriques des techniques thermiques de l'Institut Energétique Lénine de Moscou pour les précieuses suggestions faites pendant la discussion du manuscrit, ainsi qu'à leurs collègues de la chaire homologue de l'Institut Energétique Lénine d'Ivanovo pour la révision soignée du manuscrit.

Les Auteurs

SYMBOLES

r, R, rayon, m
d, D, diamètre, m
l, L, longueur, m
δ, épaisseur, m
h, H, hauteur, m
u, périmètre, m
F, surface, aire, m^2
f, aire de la section droite, m^2
τ, temps, h, s
t, température, °C
T, température, K
Δt, pression thermique, chute de température, °C
δt, variation de la température du fluide dans le sens de son écoulement, °C
p, pression, Pa
Δp, chute de pression, Pa
G, débit du fluide, kg/s
w, vitesse, m/s
Q, flux thermique, W
q, densité du flux thermique, W/m^2
q_l, flux thermique par unité de longueur, W/m
q_v, densité volumique d'émission de chaleur, W/m^3
α, coefficient de transmission de chaleur, $W/(m^2 \cdot °C)$
k, coefficient d'échange de chaleur, $W/(m^2 \cdot °C)$
C, coefficient de rayonnement, $W/(m^2 \cdot K^4)$
ε, degré de noirceur
E, pouvoir émissif, W/m^2
λ, coefficient de conductivité thermique, $W/(m \cdot °C)$
c, chaleur spécifique, $J/(kg \cdot °C)$
r, chaleur de vaporisation, J/kg
i, enthalpie, J/kg
ρ, densité, kg/m^3
a, diffusivité, m^2/s
μ, viscosité dynamique, $Pa \cdot s$
ν, viscosité cinématique, m^2/s
β, coefficient de dilatation volumétrique, K^{-1}
g, accélération de la chute libre, m/s^2

CHAPITRE PREMIER

CONDUCTIVITÉ THERMIQUE EN RÉGIME STATIONNAIRE

1.1. Calculer la densité du flux thermique à travers un mur plan homogène, dont l'épaisseur est sensiblement inférieure à la largeur et la hauteur, si le mur est: a) en acier [$\lambda = 40$ W/(m·°C)]; b) en béton [$\lambda = 1,1$ W/(m·°C)]; c) en briques de diatomite [$\lambda = 0,11$ W/(m·°C)].

Dans les trois cas l'épaisseur du mur $\delta = 50$ mm. Les températures aux surfaces du mur sont maintenues constantes:

$$t_{p1} = 100\ °C \quad \text{et} \quad t_{p2} = 90\ °C.$$

Réponse.

Pour un mur en acier: $q = 8000$ W/m^2;
pour un mur en béton: $q = 220$ W/m^2;
pour un mur en briques de diatomite: $q = 22$ W/m^2.

1.2. La densité du flux thermique à travers un mur plan d'une épaisseur $\delta = 50$ mm est $q = 70$ W/m^2.

Calculer la différence des températures aux surfaces du mur et les valeurs numériques du gradient de température dans le mur, s'il est a) en laiton [$\lambda = 70$ W/(m·°C)]; b) en briques rouges [$\lambda = 0,7$ W/(m·°C)]; c) en liège [$\lambda = 0,07$ W/(m·°C)].

Réponse.

Pour un mur en laiton: $\Delta t = 0,05$ °C et $|\text{grad}\ t| = 1$ °C/m;
pour un mur en briques: $\Delta t = 5$ °C et $|\text{grad}\ t| = 100$ °C/m;
pour un mur en liège: $\Delta t = 50$ °C et $|\text{grad}\ t| = 1000$ °C/m.

1.3. Calculer la perte de chaleur Q W à travers un mur en briques rouges de longueur $l = 5$ m, de hauteur $h = 4$ m et d'épaisseur $\delta = 0,250$ m, si aux surfaces du mur les températures maintenues sont $t_{p1} = 110$ °C et $t_{p2} = 40$ °C. Le coefficient de conductivité thermique de la brique rouge $\lambda = 0,70$ W/(m·°C).

Réponse.

Pertes de chaleur: $Q = 3920$ W.

1.4. Calculer le coefficient de conductivité thermique du matériau d'un mur, si pour son épaisseur $\delta = 40$ mm et la différence des températures à ses surfaces $\Delta t = 20$ °C, la densité du flux thermique vaut $q = 145$ W/m^2.

Réponse.

Coefficient de conductivité thermique: $\lambda = 0,29$ W/(m·°C).

1.5. Une surface plane doit être calorifugée de façon que les pertes de chaleur par unité de surface par unité de temps ne dépassent pas 450 W/m^2. La température de la surface sous la couche calorifuge $t_{p1} = 450$ °C; la température de la surface extérieure de la couche calorifuge $t_{p2} = 50$ °C.

Calculer l'épaisseur de la couche calorifuge pour deux cas:

a) en sovélite tel que

$$\lambda = 0,09 + 0,0000874\ t;$$

b) en amiante thermique tel que

$$\lambda = 0,109 + 0,000146\ t.$$

Réponse.

a) $\delta = 100$ mm;

b) $\delta = 130$ mm.

1.6. Un mur plan en briques alumineuses a une épaisseur $\delta = 250$ mm. La température de ses surfaces: $t_{p1} = 1350$ °C et $t_{p2} = 50$ °C. Le coefficient de conductivité thermique de brique alumineuse est fonction de la température: $\lambda = 0{,}838\ (1 + 0{,}0007t)$.

Calculer et tracer à l'échelle la courbe de la distribution de la température dans le mur.

Réponse.

x, mm	0	50	100	125	150	200	225	250
t, °C	1350	1145	920	800	670	390	230	50

La distribution de la température dans le mur est donnée par la figure 1.1.

Solution.

Dans le cas de la dépendance linéaire du coefficient de conductivité thermique par rapport à la température, la densité du flux thermique en W/m²

$$q = \frac{\lambda_{moy}}{\delta}\,(t_{p1} - t_{p2}),$$

où le coefficient de conductivité thermique moyen en W/(m·°C)

$$\lambda_{moy} = \lambda_0\left(1 + \beta_\lambda\,\frac{t_{p1} + t_{p2}}{2}\right).$$

Dans notre cas

$$\lambda_{moy} = 0{,}838\left(1 + 0{,}0007\,\frac{1350 + 50}{2}\right) =$$

$$= 1{,}25 \text{ W/(m·°C)}$$

et

$$q = \frac{1{,}25}{0{,}25}\,(1350 - 50) = 6500 \text{ W/m}^2.$$

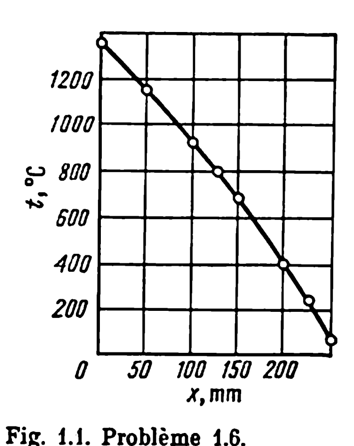


Fig. 1.1. Problème 1.6.

La température à toute distance x de la surface du mur se calcule d'après la formule

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{\beta_\lambda} + t_{p1}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0\beta_\lambda}} - \frac{1}{\beta_\lambda}.$$

En y portant la valeur connue de λ_0 et la valeur trouvée de q, on obtient

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}0007} + 1350\right)^2 - \frac{2\cdot 6500x}{0{,}838\cdot 0{,}0007}} - \frac{1}{0{,}0007},$$

d'où

$$t_x = (\sqrt{7{,}74 - 22{,}2x} - 1{,}43)\ 10^3 \text{ °C}.$$

On trouve les valeurs correspondantes de la température du mur en portant dans l'équation obtenue les valeurs de x exprimées en mètres.

1.7. Les températures aux surfaces d'un mur en chamotte dont l'épaisseur est $\delta = 200$ mm sont $t_{p1} = 1000$ °C et $t_{p2} = 200$ °C. Le coefficient de conductivité thermique de la chamotte varie en fonction de la température suivant la formule

$$\lambda = 0{,}813 + 0{,}000582\ t.$$

Montrer que la densité du flux thermique q, W/m², dans le cas de la dépendance linéaire du coefficient de conductivité thermique vis-à-vis de la tempé-

rature peut se calculer d'après la formule du coefficient constant de conductivité thermique pris à la température moyenne du mur.

Trouver l'erreur dans la détermination de la température aux points x = = 57,5; 110; 157,5 mm, si les calculs se font d'après la moyenne du coefficient de conductivité pour l'intervalle des températures donnée, et construire la courbe de la distribution de la température dans le mur.

Réponse.

$$q = 4650 \text{ W/m}^2.$$

x, mm	t_x, °C	
	$\lambda = \lambda_{moy} = \text{const}$	$\lambda = 0{,}813 + 5{,}82 \cdot 10^{-4}\, t$
0	1000	1000
57,5	770	800
110	560	600
157,5	370	400
200	200	200

La distribution de la température dans le mur est visualisée par la figure 1.2.

1.8. La paroi plane d'un réservoir de surface F = 5 m² est couverte de deux couches calorifuges. La paroi est en acier, son épaisseur δ_1 = 8 mm, son coefficient de conductivité thermique λ_1 = 46,5 W/(m·°C). La première couche est

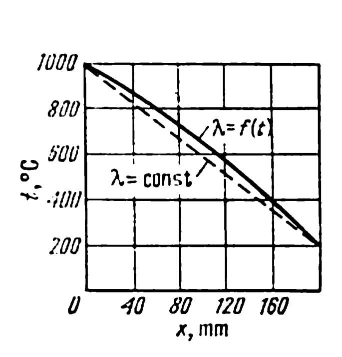


Fig. 1.2. Problème 1.7.

Remplissage de diatomite

Brique alumineuse

Brique rouge

120

250

50



Fig. 1.3. Problème 1.9.

en novoasbozourite d'une épaisseur δ_2 = 50 mm, dont le coefficient de conductivité thermique est défini par l'équation

$$\lambda_2 = 0{,}144 + 0{,}00014\, t.$$

La deuxième couche calorifuge d'épaisseur δ_3 = 10 mm est un enduit de chaux dont le coefficient de conductivité λ_3 = 0,698 W/(m·°C).

La température de la surface intérieure de la paroi t_{p1} = 250 °C et de la surface extérieure de l'isolation t_{p4} = 50 °C.

Calculer la quantité de chaleur transmise à travers la paroi, la température à la frontière des couches calorifuges et construire la courbe de la distribution de la température.

Réponse.

Flux thermique à travers la paroi : $Q = 3170$ W. Températures aux frontières des couches calorifuges: $t_{p2} = 249{,}9$ °C ; $t_{p3} = 59$ °C.

1.9. Le maçonnage d'un four se compose de couches de briques alumineuses et rouges séparées par un remblayage de diatomite (fig. 1.3). L'épaisseur de la couche de chamotte $\delta_1 = 120$ mm, du remblayage de diatomite $\delta_2 = 50$ mm et de la brique rouge $\delta_3 = 250$ mm. Les coefficients de conductivité thermique des matériaux valent respectivement :

$$\lambda_1 = 0{,}93 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}; \quad \lambda_2 = 0{,}13 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)} \text{ et } \lambda_3 = 0{,}7 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}.$$

Si on renonce au remblayage de diatomite, quelle épaisseur doit avoir la couche de briques rouges δ_3 pour garder la valeur du flux thermique à travers le maçonnage ?

Réponse.

L'épaisseur de la couche de briques rouges doit être égale à 500 mm.

1.10. La paroi d'une chambre de combustion non protégée d'une chaudière à vapeur se compose d'une couche de chamotte mousse d'épaisseur $\delta_1 = 125$ mm

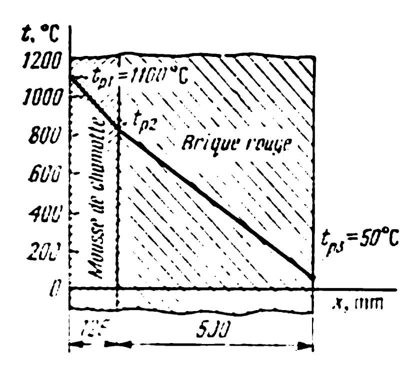


Fig. 1.4. Problème 1.10.

Fig. 1.5. Problème 1.11.

et d'une couche de briques rouges d'épaisseur $\delta_2 = 500$ mm. Les couches adhèrent l'une à l'autre sans jeu. La température de la surface intérieure de la chambre $t_{p1} = 1100$ °C, et celle de sa surface extérieure, $t_{p3} = 50$ °C (fig. 1.4). Le coefficient de conductivité thermique de la chamotte mousse $\lambda_1 = 0{,}28 + 0{,}00023\,t$; de la brique rouge, $\lambda_2 = 0{,}7$ W/(m·°C).

Calculer les pertes thermiques par 1 m² de la paroi de la chambre et la température dans le plan de contact des couches.

Réponse.

Pertes thermiques : $q = 1090$ W/m². Température dans le plan de contact des couches : $t_{p2} = 828$ °C.

1.11. On a décidé de dédoubler la couche de briques rouges dans la paroi de la chambre de combustion examinée dans le problème 1.10 et placer entre les couches un remblayage en éclats de diatomite (fig. 1.5), dont le coefficient de conductivité thermique

$$\lambda = 0{,}113 + 0{,}00023\,t.$$

Quelle épaisseur doit avoir le remblayage de diatomite pour que pour les mêmes températures des surfaces extérieures de la paroi que dans le problème 1.10, les pertes de chaleur restent inchangées ?

Réponse.

L'épaisseur du remblayage de diatomite doit être $\delta = 94$ mm.

Solution.

Les pertes de chaleur $q = 1090$ W/m² devant rester inchangées, la température dans le plan de contact du remblayage de diatomite et de la brique rouge

se calcule d'après l'équation

$$t_{p3}=t_{p1}+q\,\frac{\delta_2}{\lambda_2}=50+1090\,\frac{0{,}25}{0{,}7}=439\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La moyenne du coefficient de conductivité thermique du remblayage de diatomite est donnée par l'équation

$$\lambda_{\mathrm{moy}}=a+b\,\frac{t_{p3}+t_{p2}}{2}=0{,}113+0{,}00023\left(\frac{828+439}{2}\right)=0{,}259\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)}.$$

Aussi, l'épaisseur du remblayage est-elle

$$\delta=\frac{\Delta t_{\mathrm{rem}}}{q}\,\lambda_{\mathrm{moy}}=\frac{828-439}{1090}\,0{,}259=0{,}0936\ \mathrm{m}\approx 94\ \mathrm{mm}.$$

1.12. Les parois d'une chambre à sécher sont composées d'une couche de briques rouges d'épaisseur $\delta_1 = 250$ mm et d'une couche de feutre de construction. La température à la surface extérieure de la couche de briques $t_{p1} = 110$ °C et à la surface extérieure de la couche de feutre $t_{p2} = 25$ °C.

Le coefficient de conductivité thermique de la brique rouge $\lambda_1 = 0{,}7$ W/(m·°C) et du feutre de construction $\lambda_2 = 0{,}0465$ W/(m·°C).

Calculer la température dans le plan de contact des couches et l'épaisseur de la couche de feutre à condition que les pertes thermiques par 1 m² de la paroi ne dépassent pas $q = 110$ W/m².

Réponse.

La température dans le plan de contact des couches $t_{p2} = 70{,}7$ °C. L'épaisseur de la couche de feutre $\delta_2 \approx 19$ mm.

1.13. On place un échantillon de matériau à tester entre les surfaces chaude et froide d'un appareil prévu pour la mesure du coefficient de conductivité thermique (fig. 1.6).

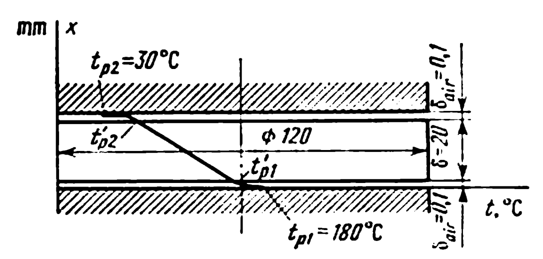


Fig. 1.6. Problème 1.13.

L'échantillon est constitué d'un disque de diamètre $d = 120$ mm est d'épaisseur $\delta = 20$ mm.

La température de la surface chaude $t_{p1} = 180$ °C, de la surface froide $t_{p2} = 30$ °C. Le flux thermique à travers l'échantillon après l'établissement du régime stationnaire $Q = 50{,}6$ W. Les réchauffeurs de protection éliminent les flux radiaux de la chaleur.

Un mauvais ajustage entre les surfaces froide et chaude d'une part, et l'échantillon de l'autre, forme des jeux d'air d'épaisseur $\delta_a = 0{,}1$ mm. Calculer l'erreur relative de la détermination du coefficient de conductivité Δ_λ, si lors du traitement des mesures on ne tient pas compte de ces jeux. Rapporter le coefficient de conductivité thermique de l'air des jeux aux températures t_{p1} et t_{p2} des surfaces correspondantes.

Réponse.

Erreur relative du calcul de λ: $\Delta_\lambda \approx 21$ %.

1.14. Calculer les pertes de chaleur par unité de surface du maçonnage en briques d'une chaudière à vapeur dans la zone de l'économiseur à eau et les

températures aux surfaces de la paroi, si l'épaisseur de la paroi $\delta = 250$ mm, la température des gaz $t_{f1} = 700$ °C et de l'air dans la chaufferie $t_{f2} = 30$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur entre les gaz et la surface de la paroi $\alpha_1 = 23$ W/(m²·°C), et entre la paroi et l'air, $\alpha_2 = 12$ W/(m²·°C). Le coefficient de conductivité thermique de la paroi $\lambda = 0,7$ W/(m·°C).

Réponse.

Pertes de chaleur: $q = 1385$ W/m². Températures aux surfaces de la paroi: $t_{p1} = 640$ °C; $t_{p2} = 145,5$ °C.

1.15. Calculer le flux thermique par 1 m² de la surface de chauffage nette d'une chaudière à vapeur et les températures aux surfaces de la paroi, si on donne les grandeurs suivantes: température des fumées $t_{f1} = 1000$ °C; de l'eau

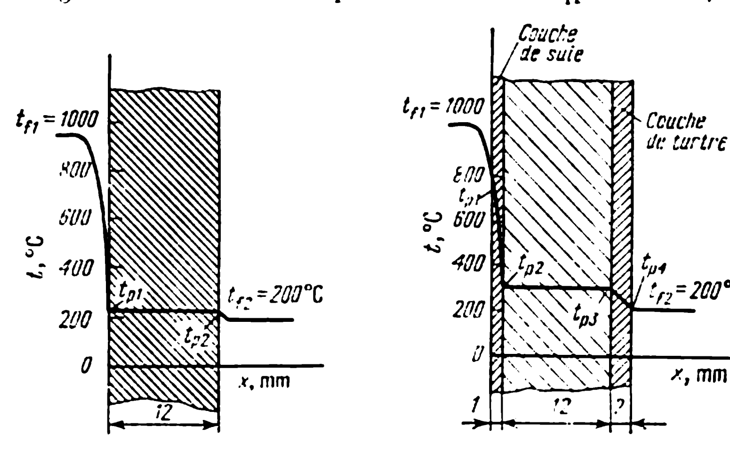


Fig. 1.7. Problème 1.15

Fig. 1.8. Problème 1.16.

bouillante $t_{f2} = 200$ °C; le coefficient de transmission de chaleur des gaz à la paroi $\alpha_1 = 100$ W/(m²·°C) et de la paroi à l'eau bouillante $\alpha_2 = 5000$ W/(m²·°C).

Le coefficient de conductivité thermique du matériau de la paroi $\lambda = 50$ W/(m·°C) et l'épaisseur de la paroi $\delta = 12$ mm.

Réponse.

$$q = 76\,500 \text{ W/m}^2.$$

Températures aux surfaces de la paroi: $t_{p1} = 235$ °C; $t_{p2} = 215$ °C (fig. 1.7).

1.16. Résoudre le problème 1.15 sous la condition qu'au cours du fonctionnement de la chaudière la surface de chauffe du côté des fumées soit couverte d'une couche de suie d'épaisseur $\delta_s = 1$ mm $[\lambda_s = 0,08$ W/(m·°C)] et du côté de l'eau, d'une couche de tartre d'épaisseur $\delta_t = 2$ mm $[\lambda_t = 0,8$ W/(m·°C)].

Calculer la densité du flux thermique par 1 m² de la surface de chauffe encroûtée et les températures aux surfaces des couches correspondantes t_{p1}, t_{p2}, t_{p3} et t_{p4} (fig. 1.8). Comparer les résultats obtenus avec la réponse du problème 1.15 et calculer la diminution de la charge thermique.

Réponse.

Densité du flux thermique: $q = 31\,500$ W/m². Températures aux surfaces des couches: $t_{p1} = 685$ °C; $t_{p2} = 291$ °C; $t_{p3} = 283$ °C; $t_{p4} = 206$ °C.

Diminution de la charge thermique de la surface de chauffe par suite de l'encroûtage: $\Delta q = 58,9$ %

1.17. Calculer le flux thermique par 1 m² d'un mur de deux briques d'épaisseur ($\delta = 510$ mm), à coefficient de conductivité thermique $\lambda = 0,8$ W/(m·°C). La température de l'air à l'intérieur du local $t_{f1} = 18$ °C; le coefficient de transmission de chaleur à la surface intérieure du mur $\alpha_1 = 7,5$ W/(m²·°C); la température de l'aire extérieur $t_{f2} = -30$ °C; le coefficient de transmission de

chaleur à partir de la surface extérieure sollicitée par le vent $\alpha_2 = 20$ W/(m²·°C). Calculer également les températures aux surfaces extérieures du mur t_{p1} et t_{p2}.

Réponse.

Densité du flux thermique: $q = 58{,}6$ W/m². Températures aux surfaces du mur: $t_{p1} = 10{,}2$ °C; $t_{p2} = -27{,}1$ °C.

1.18. Résoudre le problème 1.17, si le mur est couvert de l'extérieur d'une couche calorifuge d'une épaisseur de 50 mm à coefficient de conductivité thermique $\lambda_{cal} = 0{,}08$ W/(m·°C). Comparer les pertes de chaleur à travers le mur calorifugé et non calorifugé.

Réponse.

Pertes de chaleur par le mur calorifugé: $q = 33{,}2$ W/m². Températures aux surfaces du mur: $t_{p1} = 13{,}6$ °C; $t_{p2} = -28{,}3$ °C.

Les pertes de chaleur par un mur non calorifugé sont de 76,5 % plus grandes que par un mur calorifugé.

1.19. Calculer la densité du flux thermique q, W/m², dans un réchauffeur d'air à plaque et les valeurs des températures aux surfaces des tôles, si on sait que la température moyenne des gaz $t_{f1} = 315$ °C, et la température moyenne de l'air $t_{f2} = 135$ °C; les coefficients de transmission de chaleur sont respectivement $\alpha_1 = 23$ W/(m²·°C) et $\alpha_2 = 30$ W/(m²·°C). L'épaisseur des tôles du réchauffeur $\delta = 2$ mm. Le coefficient de conductivité thermique du matériau de la tôle: $\lambda = 50$ W/(m·°C).

Réponse.

$$q = 2200 \text{ W/m}^2; \quad t_{p1} = 208{,}5 \text{ °C}; \quad t_{p2} = 208{,}4 \text{ °C};$$
$$t_{p1} \approx t_{p2} \approx 208 \text{ °C}.$$

1.20. Le maçonnage d'un four est constitué d'une couche de briques alumineuses à coefficient de conductivité thermique $\lambda = 0{,}84\,(1 + 0{,}695 \cdot 10^{-3}\, t)$ W/(m·°C); l'épaisseur du maçonnage $\delta = 250$ mm.

Calculer les pertes de chaleur d'un mètre carré de la surface q, W/m², et les températures aux surfaces extérieures de la paroi, si la température des gaz dans le four $t_{f1} = 1200$ °C et de l'air dans le local $t_{f2} = 30$ °C, le coefficient de transmission de chaleur des gaz à la paroi $\alpha_1 = 30$ W/(m²·°C) et du maçonnage à l'air ambiant $\alpha_2 = 10$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$q = 3530 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

La relation entre le coefficient de conductivité thermique de la brique alumineuse et la température étant donnée, les pertes de chaleur peuvent se calculer d'après l'équation

$$q = \frac{\lambda_{moy}}{\delta}(t_{p1} - t_{p2}) =$$

$$= \frac{\left\{\lambda_0 + \lambda_0\beta_\lambda\left[\frac{t_{f1}+t_{f2}}{2} - \frac{q}{2}\left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1}\right)\right]\right\}\left[t_{f1} - t_{f2} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}\right)\right]}{\delta}$$

ou par la méthode des approximations successives. La résolution ci-dessous est faite en recourant à cette dernière méthode.

On se donne la température moyenne de la paroi $\bar{t}_p = 650$ °C. A cette température le coefficient de conductivité thermique de la brique alumineuse est $\lambda_{moy} = 0{,}84\,(1 + 0{,}695 \cdot 10^{-3} \cdot 650) = 1{,}12$ W/(m·°C). Calculons le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{0{,}25}{1{,}12} + \frac{1}{10}} = 2{,}81 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}$$

et la densité du flux thermique

$$q = k\,(t_{f1} - t_{f2}) = 2{,}81\,(1200 - 30) = 3290 \text{ W/m}^2.$$

Pour la densité obtenue du flux thermique calculons les températures aux surfaces de la paroi

$$t_{p1}=t_{f1}-q\frac{1}{\alpha_1}=1200-\frac{3290}{30}=1091\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$t_{p2}=t_{f2}+q\frac{1}{\alpha_2}=30+\frac{3290}{10}=359\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Déterminons la température moyenne de la paroi et précisons la valeur du coefficient d'échange de chaleur:

$$t'_p = 0{,}5\ (1091 + 359) = 725\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$\lambda_{moy} = 0{,}84\ (1 + 0{,}695\cdot 10^{-3}\cdot 725) = 1{,}265\ \mathrm{W/(m\cdot {}^\circ C)};$$

$$k=\frac{1}{\frac{1}{30}+\frac{0{,}25}{1{,}265}+\frac{1}{10}}=3{,}02\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

La densité du flux thermique est alors

$$q = 3{,}02\ (1200 - 30) = 3530\ \mathrm{W/m^2}.$$

Calculons les températures t_{p1} et t_{p2} pour la nouvelle valeur de la densité du flux thermique:

$$t_{p1}=1200-3530\frac{1}{30}=1082\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$t_{p2}=30+3530\frac{1}{10}=383\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Cherchons les moyennes de la température de la paroi et le coefficient de conductivité thermique:

$$\bar{t}_p = 0{,}5\ (1082 + 383) = 732\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$\lambda_{moy} = 0{,}84\ (1 + 0{,}695\cdot 10^{-3}\cdot 732) = 1{,}267\ \mathrm{W/(m\cdot {}^\circ C)}.$$

La moyenne obtenue du coefficient de conductivité thermique coïncidant pratiquement avec la valeur adoptée dans ce qui précède, le recalcul n'est pas nécessaire et nous pouvons adopter

$$q = 3530\ \mathrm{W/m^2}.$$

1.21. Dans la chambre de combustion d'une chaudière à vapeur à évacuation liquide des cendres, la température des gaz doit être maintenue à $t_{f_1} = 1300$ °C, la température de l'air dans la chaufferie, $t_{f_2} = 30$ °C, les parois de la chambre de combustion sont constituées d'une couche réfractaire d'épaisseur $\delta_1 = 250$ mm à coefficient de conductivité thermique $\lambda_1 = 0{,}28\ (1 + 0{,}833\cdot 10^{-3}\ t)$ W/(m·°C) et d'une couche de briques de diatomite à coefficient de conductivité thermique $\lambda_2 = 0{,}113\ (1 + 0{,}206\cdot 10^{-3}\ t)$ W/(m·°C).

Le coefficient de transmission de chaleur des gaz au maçonnage $\alpha_1 = 30$ W/(m²·°C) et de la surface extérieure de la chambre de combustion à l'air ambiant, $\alpha_2 = 10$ W/(m²·°C).

Quelle doit être l'épaisseur δ_2 de la couche de diatomite pour que les pertes dans le milieu ambiant ne dépassent pas 750 W/m²?

Réponse.

$\delta_2 = 132$ mm.

1.22. Les serpentins d'un surchauffeur de vapeur sont constitués de tubes d'acier réfractaire de diamètre $d_1/d_2 = 32/34$ mm, à coefficient de conductivité thermique $\lambda = 14$ W/(m·°C). La température de la surface extérieure du tube $t_{p2} = 580$ °C et de la surface intérieure $t_{p1} = 450$ °C.

Calculer le flux thermique spécifique q_l, W/m, à travers la paroi par unité de longueur du tube.

Réponse.

$$q_l = 42\,100 \text{ W/m}.$$

1.23. Une conduite de vapeur de 150/160 mm de diamètre est couverte d'une couche calorifuge de $\delta_{cal} = 100$ mm d'épaisseur; les coefficients de conductivité thermique des parois du tube $\lambda_1 = 50$ W/(m·°C) et de la couche calorifuge $\lambda_2 = 0{,}08$ W/(m·°C). La température à la surface intérieure du tube $t_{p1} = 400$ °C et à la surface extérieure de la couche calorifuge $t_{p3} = 50$ °C (fig. 1.9).

Calculer les pertes de chaleur par 1 m de conduite et la température à la frontière du contact de la conduite avec la couche calorifuge.

Réponse.

Pertes de chaleur par 1 m de conduite: $q_l = 216$ W/m. Température à la surface de contact de la conduite et de la couche calorifuge: $t_{p2} = 400$ °C.

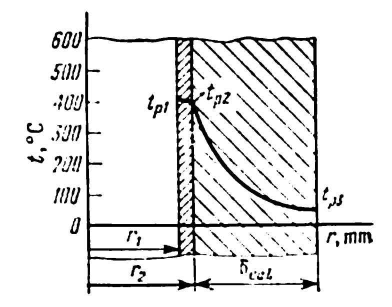


Fig. 1.9. Problème 1.23.

1.24. Un tube en acier de $d_1/d_2 = 100/110$ mm de diamètre et à coefficient de conductivité thermique $\lambda_1 = 50$ W/(m·°C) est couvert de deux couches calorifuges de même épaisseur $\delta_2 = \delta_3 = 50$ mm. La température de la surface intérieure du tube $t_{p1} = 250$ °C et de la surface extérieure du calorifugeage, $t_{p4} = 50$ °C (fig. 1.10, *a*).

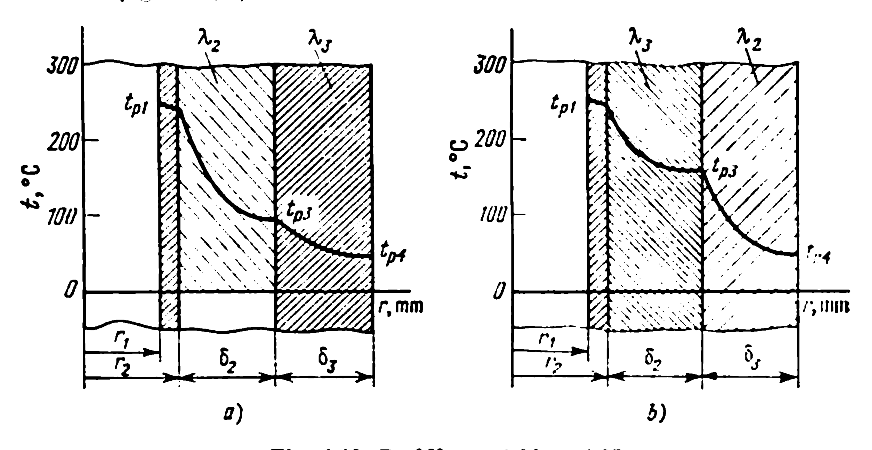


Fig. 1.10. Problèmes 1.24 et 1.25.

Calculer les pertes de chaleur à travers le calorifugeage de 1 m de tube et la température à la surface de contact des couches calorifuges, si le matériau de la première couche posée à la surface du tube est à coefficient de conductivité thermique $\lambda_2 = 0{,}06$ W/(m·°C), et celui de la deuxième couche à $\lambda_3 = 0{,}12$ W/(m·°C).

Réponse.

Pertes de chaleur par 1 m de tube: $q_l = 89{,}5$ W/m. Température à la surface de contact des couches calorifuges: $t_{p3} = 97$ °C.

1.25. Comment changeront les pertes de chaleur par 1 m de tube du problème 1.24, si les couches calorifuges sont changées de place, c'est-à-dire si la

couche à plus grand coefficient de conductivité est posée directement à la surface du tube, alors que toutes les autres conditions restent les mêmes?

Réponse.

Les pertes de chaleur deviendront plus grandes et feront $q_l = 105,5$ W/m. Température à la surface de contact des couches calorifuges: $t_{p3} = 159$ °C (fig. 1.10, *b*).

1.26. Une conduite de vapeur de 160/170 mm de diamètre est couverte d'une couche calorifuge de $\delta = 100$ mm d'épaisseur à coefficient de conductivité thermique variant en fonction de la température de la façon suivante: $\lambda_{cal} = 0,062\ (1 + 0,363 \cdot 10^{-2}\ t)$.

Calculer les pertes de chaleur par 1 m de tube et la température à sa surface intérieure, si la température à sa surface extérieure $t_{p2} = 300$ °C et la température à la surface extérieure du calorifugeage ne doit pas dépasser 50 °C.

Réponse.

Pertes de chaleur par 1 m de tube: $q_l = 205$ W/m. Température à la surface intérieure du tube: $t_{p1} = 300$ °C.

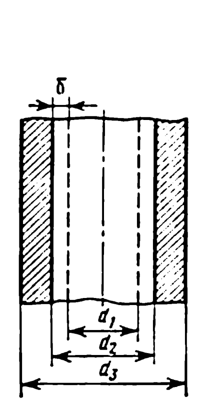


Fig. 1.11. Problème 1.27.

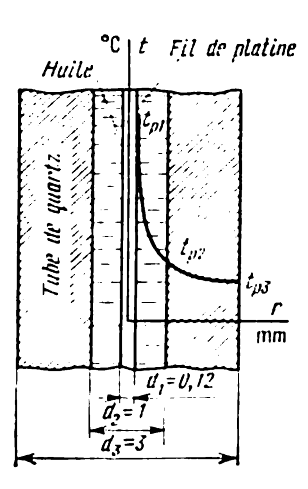


Fig. 1.12. Problème 1.29.

1.27. Une cheminée en béton armé (fig. 1.11) à diamètre intérieur $d_2 = 800$ mm et diamètre extérieur $d_3 = 1300$ mm doit être revêtue de l'intérieur par un réfractaire.

Déterminer l'épaisseur δ du garnissage et la température t_{p3} de la surface extérieure de la cheminée sous les conditions que les pertes thermiques de 1 m de cheminée ne dépassent pas 2000 W/m, et la température de la surface intérieure de la paroi en béton armé t_{p2} ne dépasse pas 200 °C. La température de la surface intérieure du garnissage $t_{p1} = 425$ °C; son coefficient de conductivité thermique $\lambda_1 = 0,5$ W/(m·°C); le coefficient de conductivité thermique du béton $\lambda_2 = 1,1$ W/(m·°C).

Réponse.

$\delta = 120$ mm. $t_{p3} = 59$ °C.

1.28. En se plaçant dans les conditions du problème 1.27, calculer l'épaisseur du garnissage δ, s'il est constitué de briques alumineuses. A cet effet tenir compte de la relation entre le coefficient λ et la température:

$$\lambda = 0,84 + 0,0006\ t.$$

Réponse.

Epaisseur du garnissage: $\delta = 206$ mm.

1.29. Dans le jeu annulaire entre le fil de platine et le tube de quartz d'un appareil prévu pour la mesure du coefficient de conductivité thermique des liquides suivant la méthode du « fil chauffé » (fig. 1.12), on verse de l'huile de transformateur testée. Le diamètre du fil de platine $d_1 = 0{,}12$ mm et sa longueur $l = 90$ mm; les diamètres extérieur et intérieur du tube de quartz $d_2 = 1$ mm et $d_3 = 3$ mm; le coefficient de conductivité thermique du quartz $\lambda = 1{,}4$ W/(m·°C).

Calculer le coefficient de conductivité thermique et la température moyenne t_f de l'huile de transformateur, si la chaleur échappée à travers la couche annulaire d'huile est $Q = 1{,}8$ W; la température du fil de platine $t_{p1} = 106{,}9$ °C; celle de la surface extérieure du tube de quartz $t_{p3} = 30{,}6$ °C.

Réponse.

Coefficient de conductivité thermique de l'huile de transformateur: $\lambda_f = 0{,}0915$ W/(m·°C) pour $t_f = 70$ °C.

1.30. Calculer l'intensité de courant admissible pour un conducteur en cuivre de $d = 2$ mm couvert d'un isolant de caoutchouc de $\delta = 1$ mm d'épaisseur, à condition que la température maximale de l'isolant ne doit pas dépasser 60 °C, et celle de sa surface extérieure, 40 °C. Le coefficient de conductivité thermique du caoutchouc $\lambda = 0{,}15$ W/(m·°C). La résistance électrique du conducteur de cuivre $R = 0{,}005$ Ω/m.

Réponse.

Intensité de courant admissible: $I = 79{,}8$ A.

1.31. Calculer la surface de chauffe d'un surchauffeur de vapeur convectif en tubes d'acier réfractaire de $d_1/d_2 = 32/40$ mm de diamètre. Le coefficient de conductivité thermique de l'acier $\lambda = 39{,}5$ W/(m·°C). La productivité du surchauffeur $Q = 61{,}1$ kg/s de vapeur. Il est alimenté en vapeur sèche saturée portée à une pression de 9,8 MPa. A la sortie la température de la vapeur surchauffée $t_v = 500$ °C.

Le coefficient de transmission de chaleur des gaz à la paroi $\alpha_2 = 81{,}5$ W/(m²·°C), et de la paroi à la vapeur, $\alpha_1 = 1163$ W/(m²·°C); la température moyenne des gaz $t_f = 900$ °C. Négliger la résistance hydraulique du surchauffeur.

Réponse.

Surface de chauffe calculée d'après le diamètre extérieur des tubes: $F = 1090$ m².

1.32. Résoudre le problème 1.31 en négligeant la courbure de la paroi (comme pour un mur plan). Comparer l'aire obtenue de la surface de chauffe avec le résultat du problème 1.31.

Réponse.

Aire de la surface de chauffe: $F = 1055$ m².

1.33. Calculer la surface de chauffe d'un chauffe-eau à section de productivité $Q = 1500$ kW sous la condition que la température moyenne de l'eau chauffante $t_{f1} = 115$ °C, et de l'eau chauffée, $t_{f2} = 77$ °C. La surface de chauffe est constituée de tubes de laiton de $d_1/d_2 = 14/16$ mm de diamètre à coefficient de conductivité thermique $\lambda_p = 120$ W/(m·°C). La surface intérieure des tubes est encroûtée par une couche de tartre $\delta_t = 0{,}2$ mm à coefficient de conductivité thermique $\lambda_t = 2$ W/(m·°C). Le coefficient de transmission de chaleur de l'eau chauffante $\alpha_1 = 10\,000$ W/(m²·°C), et de l'eau chauffée, $\alpha_2 = 4000$ W/(m²·°C). Le rapport des diamètres étant $d_1/d_2 < 1{,}8$, le calcul peut se faire d'après la formule pour une paroi plane.

Réponse.

Aire de la surface de chauffe: $F = 18{,}1$ m².

1.34. Calculer la perte de chaleur par 1 m de conduite non calorifugée de $d_1/d_2 = 150/165$ mm de diamètre établie en plein air, si à l'intérieur du tube coule une eau à température moyenne $t_{f1} = 90$ °C et la température de l'air ambiant $t_{f2} = -15$ °C. Le coefficient de conductivité thermique du matériau du tube $\lambda = 50$ W/(m·°C). Le coefficient de transmission de chaleur de l'eau à la paroi du tube $\alpha_1 = 1000$ W/(m²·°C), et du tube à l'air ambiant, $\alpha_2 = 12$ W/(m²·°C).

Calculer également les températures aux surfaces intérieure et extérieure du tube (fig. 1.13).

Réponse.

$$q_l = 652 \text{ W/m}; \quad t_{p1} = 89{,}8 \text{ °C}; \quad t_{p2} = 89{,}6 \text{ °C}.$$

1.35. Calculer les pertes thermiques par 1 m de conduite du problème 1.34, si cette conduite est couverte d'une couche calorifuge de $\delta_1 = 60$ mm d'épaisseur (fig. 1.14). Le coefficient de conductivité thermique de la couche calorifuge $\lambda_1 = 0{,}15$ W/(m °C). Le coefficient de transmission de chaleur de la surface de calorifugeage à l'air ambiant $\alpha_2 = 8$ W/(m²·°C). Toutes les autres conditions

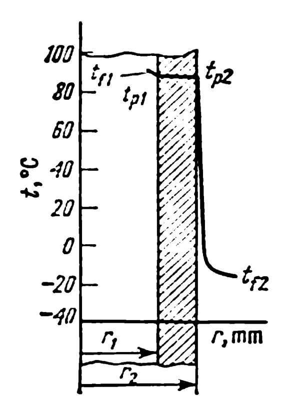


Fig. 1.13. Problème 1.34.

Fig. 1.14. Problème 1.35.

restent les mêmes que dans le problème 1.34. Calculer également la température à la surface extérieure du tube t_{p2} et à la surface extérieure du calorifugeage t_{p3}.

Réponse.

$$q_l = 145 \text{ W/m}; \quad t_{p2} = 89{,}9 \text{ °C}; \quad t_{p3} = 5{,}3 \text{ °C}.$$

1.36. Une vapeur saturée sous la pression de 980 kPa passe par un tube de diamètre $d_1/d_2 = 25/29$ mm [$\lambda_1 = 50$ W/(m·°C)], couvert d'une couche calorifuge de tourbolium de $\delta_2 = 25$ mm d'épaisseur [$\lambda_2 = 0{,}06$ W/(m·°C)].

Calculer la perte de chaleur en 24 h (en kilogrammes de vapeur) du tronçon du tube long de 30 m et la température de la surface extérieure du calorifugeage, si le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur à la paroi $\alpha_1 = 2000$ W/(m²·°C) et de la surface extérieure du calorifugeage à l'air ambiant $\alpha_2 = 10$ W/(m²·°C). La température de l'air ambiant $t_{f2} = 10$ °C.

Réponse.

Perte de chaleur par 24 h en kilogrammes de vapeur: $G = 105$ kg/jour. Température à la surface extérieure du calorifugeage: $t_{p3} = 61{,}2$ °C.

1.37. Un réchauffeur d'air tubulaire d'une productivité de 2,78 kg d'air par 1 s est constitué de tubes de $d_1/d_2 = 43/49$ mm de diamètre. Le coefficient de conductivité thermique du matériau des tubes $\lambda = 50$ W/(m·°C). A l'intérieur des tubes se déplacent des fumées, alors que la surface extérieure des tubes est contournée par un courant d'air transversal. La température moyenne des fumées $t_{f1} = 250$ °C, et celle de l'air chauffé, $t_{f2} = 145$ °C. La différence des températures de l'air à l'entrée et à la sortie du réchauffeur $\delta t = 250$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur des gaz à la paroi $\alpha_1 = 45$ W/(m²·°C), et de la paroi à l'air, $\alpha_2 = 25$ W/(m²·°C).

Calculer le coefficient d'échange de chaleur et déterminer la surface de chauffe du réchauffeur. Pour le calcul, faire appel aux formules relatives aux parois 1) cylindrique; 2) plane. Comparer les résultats.

Réponse.

1. D'après la formule pour une paroi cylindrique, la valeur du coefficient d'échange de chaleur $k = 0,75$ W/(m²·°C). L'aire de la surface de chauffe dans ce cas: $F = 412$ m².

2. D'après la formule pour une paroi plane, le coefficient d'échange de chaleur $k = 16$ W/(m²·°C). L'aire de la surface de chauffe est alors $F = 418$ m².

1.38. Comment changera la productivité thermique du réchauffeur d'air et le débit de l'air du problème 1.37, si du côté des fumées il se forme en cours d'exploitation une couche de suie épaisse de $\delta_2 = 1$ mm à coefficient de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,08$ W/(m·°C)? Toutes les autres conditions restent inchangées. Employer pour le calcul les formules relatives à une paroi plane et comparer à la variante correspondante du problème 1.37.

Réponse.

Dans ces conditions la productivité thermique du réchauffeur d'air $Q = 587$ kW. Diminution de la productivité: $\Delta Q = 16,7$ %. Débit de l'air: $G = 2,23$ kg/s.

1.39. Une conduite de $d_1/d_2 = 44/51$ mm par laquelle se déplace l'huile est couverte d'une couche de béton épaisse de $\delta_2 = 80$ mm. Le coefficient de conductivité thermique du matériau de la conduite $\lambda_1 = 50$ W/(m·°C); le coefficient de conductivité thermique du béton $\lambda_2 = 1,28$ W/(m·°C). La température moyenne de l'huile dans le tronçon envisagé $t_{f_1} = 120$ °C; la température de l'air ambiant $t_{f_2} = 20$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur de l'huile à la paroi $\alpha_1 = 100$ W/(m²·°C) et de la surface du béton à l'air, $\alpha_2 = 10$ W/(m²·°C).

a) Calculer les pertes de chaleur par 1 m de conduite dénudée et de conduite couverte de béton.

b) Quel doit être le coefficient de conductivité thermique du calorifugeage pour que, quelle que soit son épaisseur, les pertes de chaleur par 1 m de tube calorifugé ne soient pas supérieures à celles d'un tube dénudé?

Réponse.

a) Pertes de chaleur par unité de longueur du tube dénudé: $q_l = 142,5$ W/m. Pertes de chaleur du tube couvert de béton: $q_l = 249$ W/m.

b) Pour que les pertes de chaleur d'un tube calorifugé soient inférieures à celles d'un tube dénudé, quelle que soit l'épaisseur de la couche calorifuge, il faut que $\lambda_{cal} \leqslant 0,26$ W/(m·°C).

1.40. Quelle doit être l'épaisseur de la couche calorifuge en sovélite δ_{cal} à coefficient de conductivité thermique $\lambda_{cal} = 0,08$ W/(m·°C) pour que les pertes de chaleur par 1 m de tube calorifugé soient trois fois inférieures à celles du tube dénudé du problème 1.39?

Réponse.

Epaisseur de la couche calorifuge: $\delta_{cal} = 75$ mm.

Recommandations pour la résolution du problème.

Dans le problème précédent nous avons établi que pour un tube dénudé les pertes de chaleur par 1 m étaient $q_l = 142$ W/m. Pour les conditions d'un tube calorifugé les pertes de chaleur par 1 m s'écrivent

$$q_{l\,cal} = \frac{q_l}{3} = \frac{\pi (t_{f_1} - t_{f_2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{cal}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}.$$

En résolvant cette équation par rapport à $\lg d_3/d_2$, on trouve

$$\lg \frac{d_3}{d_2} = \frac{\Delta t \pi 2\lambda_{cal}}{2,3 q_{l\,cal}} \left[1 - \frac{q_{l\,cal}}{\pi \Delta t} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{2,3}{2\lambda_1} \lg \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}\right)\right]. \qquad \text{(a)}$$

Le plus commode est de résoudre de telles équations par le mode graphique, en introduisant les notations suivantes:
pour le premier membre

$$Y_1 = \lg \frac{d_3}{d_2},$$

pour le deuxième membre

$$Y_2=\frac{\Delta t\pi 2\lambda_{\text{cal}}}{2{,}3q_{l\,\text{cal}}}\left[1-\frac{q_{l\,\text{cal}}}{\pi\Delta t}\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1}+\frac{2{,}3}{2\lambda_1}\lg\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_3}\right)\right].$$

En se donnant plusieurs valeurs de d_3, on détermine graphiquement la valeur de la racine qui satisfait à l'équation (a).

1.41. Une vapeur d'eau saturée sèche se déplace dans un tube de diamètre d_1/d_2 = 18/20 mm. Pour diminuer les pertes de chaleur dans le milieu ambiant, le tube doit être calorifugé. Est-il raisonnable d'utiliser à cet effet l'amiante à coefficient de conductivité thermique λ = 0,11 W/(m·°C), si le coefficient de transmission de chaleur à partir de la surface extérieure de la couche calorifuge au milieu ambiant α = 8 W/(m²·°C)?

Réponse.

Le diamètre critique de la couche calorifuge étant supérieur au diamètre extérieur du tube ($d_{\text{cr.cal}} > d_2$), l'utilisation d'un tel calorifuge ne présente aucun avantage et il convient d'employer un calorifuge à coefficient de conductivité thermique plus petit.

1.42. Il faut isoler le corps d'un échangeur de chaleur dont le diamètre extérieur est d_e = 300 mm et la température de surface t_p = 280 °C, valeur qu'on peut admettre la même après l'application de la couche calorifuge. La température à la surface extérieure de cette dernière ne doit pas dépasser 30 °C, et les pertes de chaleur par 1 m d'échangeur, 200 W/m. Le coefficient de transmission de chaleur de la surface extérieure de la couche calorifuge à l'air ambiant α = 8 W/(m²·°C).

Le choix comme calorifuge de la laine de laitier, dont le coefficient de conductivité thermique dépend de la température suivant l'équation $\lambda = 0{,}06 + 0{,}000145\, t$, présente-t-il un avantage? Si oui, quelle épaisseur doit avoir la couche de ce calorifuge dans les conditions données?

Réponse.

1. Diamètre critique de la couche calorifuge: d_{cr} = 20,5 mm, ce qui est sensiblement inférieur au diamètre extérieur du corps; donc, son utilisation présente un avantage.

2. Pour assurer les conditions données l'épaisseur de la couche calorifuge doit être δ = 136 mm.

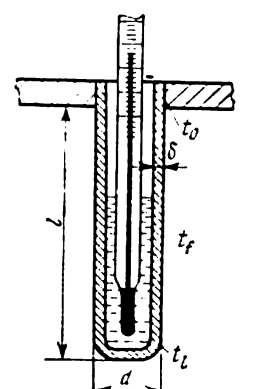


Fig. 1.15. Problème 1.45.

1.43. Un fil électrique de diamètre d_1 = 1,5 mm porté à la température t_{p1} = 70 °C est refroidi par un courant d'air à température t_f = 15 °C. Le coefficient de transmission de chaleur de la surface du fil à l'air α_1 = 16 W/(m²·°C).

Calculer la température t'_{p1} de la surface du fil si on le couvre d'un isolant de caoutchouc de δ = 2 mm d'épaisseur, en conservant l'intensité de courant dans le fil. Le coefficient de conductivité thermique du caoutchouc λ = 0,15 W/(m·°C). Le coefficient de transmission de chaleur de la surface de l'isolant au courant d'air α_2 = 8,2 W/(m²·°C).

Réponse.

Température du fil isolé: t'_{p1} = 44 °C. Ainsi, l'utilisation de l'isolant à d_{cr} = 37 mm $> d_1$ conduit à une évacuation plus intense de la chaleur de la surface et baisse la température du fil.

1.44. Calculer l'épaisseur de l'isolant de caoutchouc du fil électrique du problème 1.43 susceptible de faire passer par le fil le courant le plus intense sans changer sa température t_{p1} = 70 °C.

Réponse.

$$\delta = 17{,}75 \text{ mm}.$$

1.45. La température de l'air d'un réservoir est mesurée avec un thermomètre à mercure placé dans une douille (tube en acier) remplie d'huile (fig. 1.15). Le thermomètre montre la température à l'extrémité de la douille : $t_l = 84$ °C.

Quelle est l'erreur de mesure due à l'évacuation par conductivité thermique de la chaleur par la douille, si la température à la base de la douille $t_b = 40$ °C, la longueur de la douille $l = 120$ mm, son épaisseur $\delta = 1,5$ mm, le coefficient de conductivité thermique de son matériau $\lambda = 55,8$ W/(m·°C) et le coefficient de transmission de chaleur de l'air à la douille $\alpha = 23,3$ W/(m²·°C).

Réponse.

Température vraie de l'air: $t_f = 100$ °C; $t_f - t_l = 16$ °C.

Solution.

Pour résoudre le problème, utilisons la formule approchée d'une tige de longueur finie

$$\frac{\vartheta_l}{\vartheta_b} = \frac{1}{\mathrm{ch}\,(ml)},$$

où

$$\frac{\vartheta_l}{\vartheta_b} = \frac{t_f - t_l}{t_f - t_b}; \qquad m = \sqrt{\frac{\alpha u}{\lambda f}};$$

le périmètre de la douille $u \approx \pi d$; sa section droite $f \approx \pi\, d\delta$, d'où $u/f \approx 1/\delta$; il vient

$$m = \sqrt{\frac{23,3}{55,8 \cdot 0,0015}} = 16,7 \text{ 1/m};$$

$$ml = 16,7 \cdot 0,12 = 2.$$

Les tables mathématiques donnent ch (2,0) = 3,76; donc

$$\frac{t_f - t_l}{t_f - t_b} = \frac{1}{3,76} = 0,266$$

et la température de l'air dans le réservoir

$$t_f = \frac{t_l - 0,266 t_b}{1 - 0,266} = \frac{84 - 0,266 \cdot 40}{0,734} = 100 \text{ °C}.$$

L'erreur des mesures:

$$t_f - t_l = 100 - 84 = 16 \text{ °C}.$$

1.46. Quelle température montrera le thermomètre et comment diminuera l'erreur de mesure, si dans les conditions du problème 1.45 la douille en acier inoxydable à coefficient de conductivité thermique $\lambda = 23,3$ W/(m·°C) est d'une longueur $l = 160$ mm et d'une épaisseur $\delta = 0,8$ mm et si son isolation au droit de l'encastrement est améliorée de façon à faire monter la température à sa base jusqu'à $t_p = 70$ °C?

Réponse.

$$t_l = 99,8 \text{ °C}; \qquad t_f - t_l = 0,2 \text{ °C}.$$

1.47. Pour améliorer le refroidissement de la surface extérieure d'un réfrigérateur à semi-conducteurs, la surface extérieure des parois latérales de la chambre est munie d'ailettes d'aluminium verticales (fig. 1.16). Vue dans le plan, la chambre est carrée. La largeur des parois latérales $b = 800$ mm, leur hauteur $h = 1000$ mm, la hauteur et l'épaisseur des ailettes sont respectivement $l = 30$ mm et $\delta = 3$ mm. Chaque paroi compte 40 ailettes.

La température à la base de l'ailette $t_b = 30$ °C; la température ambiante $t_f = 20$ °C; le coefficient de conductivité thermique de l'aluminium $\lambda = 202$ W/(m·°C), le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à ailettes à l'air ambiant $\alpha = 7$ W/(m²·°C) *).

*) Le problème se résout en admettant que le coefficient de transmission de chaleur de la surface des intervalles entre les ailettes (surface lisse) est égal au coefficient de transmission de chaleur par la surface des ailettes.

Calculer la température à l'extrémité de l'ailette t_l et la quantité de chaleur émise par les quatre parois latérales $Q_{a.p.}$. Calculer également la quantité de chaleur Q_p qui serait émise dans les mêmes conditions dans le milieu ambiant par des parois sans ailettes.

Réponse.

$$t_l = 29{,}8\ °C; \quad Q_{a.p} = 848\ W; \quad Q_p = 223\ W.$$

1.48. Un appareil de chauffage a la forme d'un tube vertical à ailettes d'acier longitudinales de section rectangulaire (fig. 1.17). La hauteur du tube $h = 1200$ mm; son diamètre extérieur $d_2 = 60$ mm; la longueur des ailettes $l = 50$ mm et leur épaisseur $\delta = 3$ mm. Leur nombre total $n = 20$.

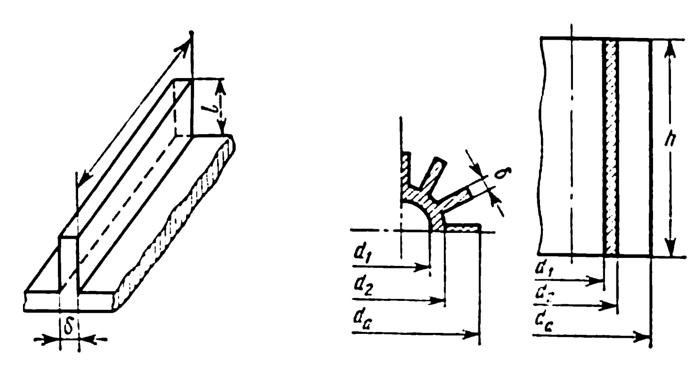


Fig. 1.16. Problème 1.47. Fig. 1.17. Problème 1.48.

La température à la base d'une ailette $t_b = 18$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur des ailettes et de la surface extérieure du tube à l'air ambiant $\alpha = 9{,}3$ W/(m²·°C); le coefficient de conductivité thermique de la paroi $\lambda = 55{,}7$ W/(m·°C).

Calculer la quantité de chaleur émise par la paroi à ailettes dans le milieu ambiant.

Réponse.

Quantité de chaleur émise par les ailettes: $Q_a = 1270$ W. Quantité de chaleur émise par la surface lisse entre les ailettes: $Q_p = 88$ W. Toute la paroi à ailettes transmet: $Q_{a.p} = 1358$ W.

1.49. Un économiseur à air est constitué de tubes de fonte circulaires de diamètre extérieur $d = 76$ mm munis d'ailettes. Le diamètre des ailettes $= 200$ mm, leur épaisseur $\delta = 5$ mm.

Calculer la quantité de chaleur transmise par les gaz chauds à la surface extérieure d'un tube et la température au bout de l'ailette, si la température des gaz $t_f = 400$ °C, la température à la base des ailettes $t_b = 180$ °C, la longueur de la partie chauffée du tube $l = 3$ m et le nombre d'ailettes sur toute la longueur du tube, $n = 150$.

Le coefficient de transmission de chaleur des gaz à la surface munie d'ailettes $\alpha = 46{,}5$ W/(m²·°C); le coefficient de conductivité thermique de la fonte $\lambda = 52{,}4$ W/(m·°C).

Réponse.

Quantité de chaleur émise par les ailettes: $Q_a = 50$ kW. Quantité de chaleur émise par la surface lisse entre les ailettes: $Q_p = 5{,}5$ kW. Quantité totale de chaleur émise $Q_{a.p} = 55{,}5$ kW.

Solution.

Si on néglige le transfert de chaleur par le bout des ailettes, les formules de la température excédentaire de son extrémité et la quantité de chaleur émise

par une ailette sont de la forme

$$\vartheta_2=\vartheta_1\frac{I_0(mr_2)K_1(mr_2)+I_1(mr_2)K_0(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2)+I_1(mr_2)K_0(mr_1)};$$

$$Q_{a1}=2\pi r_1\lambda\delta m\vartheta_1\psi,$$

où

$$\psi=\frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1)-I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2)+I_1(mr_2)K_0(mr_1)}.$$

Dans notre cas

$$m=\sqrt{\frac{\alpha u}{\lambda f}}\approx\sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta}}=\sqrt{\frac{2\cdot 46,5}{52,4\cdot 0,005}}=18,9\ 1/\mathrm{m};$$

$$r_1=\frac{d}{2}=\frac{76}{2}=38\ \mathrm{mm};\quad r_2=100\ \mathrm{mm};$$

$$mr_1=18,9\cdot 0,038=0,719;\quad mr_2'=18,9\cdot 0,1025=1,94,$$

où le transfert de chaleur par la face est prise en compte approximativement en ajoutant à r_2 la moitié de l'épaisseur de l'ailette: $r_2'=r_2+\delta/2=0,10+$ $+\ 0,0025=0,1025$ m.

En portant les valeurs obtenues de mr_1 et mr_2' dans l'expression de la température en excès de l'extrémité de l'ailette, on obtient

$$\vartheta_2=\vartheta_1\frac{I_0(1,94)K_1(1,94)+I_1(1,94)K_0(1,94)}{I_0(0,719)K_1(1,94)+I_1(1,94)K_0(0,719)}=$$

$$=(400-180)\frac{2,1926\cdot 0,153+1,509\cdot 0,1305}{1,1336\cdot 0,153+1,509\cdot 0,643}=102,5,$$

d'où la température de l'extrémité de l'ailette

$$t_l=t_f-\vartheta_2=400-102,5=297,5\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Pour établir la quantité de chaleur émise par une ailette, calculons la fonction

$$\psi=\frac{I_1(1,94)K_1(0,719)-I_1(0,719)K_1(1,94)}{I_0(0,719)K_1(1,94)+I_1(1,94)K_0(0,719)}=$$

$$=\frac{1,509\cdot 1,014-0,3836\cdot 0,153}{1,1336\cdot 0,153+1,569\cdot 0,643}=1,295$$

et

$$Q_{a1}=2\pi\cdot 0,038\cdot 52,4\cdot 18,9\cdot 0,005\cdot 220\cdot 1,295=337\ \mathrm{W};$$

pour 150 ailettes: $Q_a=nQ_{a1}=150\cdot 337=50$ kW.

La quantité de chaleur émise par la surface lisse entre les ailettes

$$Q_p=\alpha\vartheta_1 2\pi r_1(l-n\delta)=46,5\cdot 220\cdot 2\pi\cdot 0,038\cdot(3-150\cdot 0,005)=5,5\ \mathrm{kW}.$$

La quantité globale de la chaleur émise

$$Q_{a.p}=Q_a+Q_p=50+5,5=55,5\ \mathrm{kW}.$$

1.50. Résoudre le problème 1.49 en simplifiant la méthodologie et utilisant la relation entre les ailettes rectilignes. Pour résoudre le problème faire appel au graphique de la figure 1.18 [13].

Réponse.

$$Q_{a1}=341\ \mathrm{W}.$$

Solution.

Calculons la hauteur d'une ailette droite verticale

$$h=r_2-r_1+\frac{\delta}{2}=100-38+\frac{5}{2}=64,5\ \mathrm{mm}.$$

Le problème 1.49 donne $m = 18,9$; alors

$$mh = 18,9 \cdot 0,0645 = 1,22.$$

Calculons le rapport des températures excédentaires de l'extrémité et de la base d'une ailette

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}(mh)} = \frac{1}{\operatorname{ch}(1,22)} = 0,543;$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{100}{38} = 2,64.$$

Connaissant les rapports ϑ_2/ϑ_1 et r_2/r_1, trouvons sur le graphique de la figure 1.18 le coefficient de correction $\varepsilon'' = 0,836$. C'est le rapport des débits de chaleur par unité de surface des ailettes circulaire et droite de même épaisseur

$$\varepsilon'' = \frac{q_{a1}}{q} = \frac{Q_{a1}}{F_{a1}} \frac{F}{Q}.$$

La quantité de chaleur absorbée par une ailette droite de longueur $l = 1$ m et de section $f = \delta l = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 0,005$ m²

$$Q = \lambda m f \vartheta \operatorname{th}(mh) = 52,3 \cdot 18,9 \cdot 1 \cdot 0,005 \cdot 220 \cdot \operatorname{th}(1,22) = 978 \text{ W}.$$

La surface d'une telle ailette

$$F = 2hl = 0,0645 \cdot 1 \cdot 2 = 0,129 \text{ m}^2;$$

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{978}{0,129} = 7580 \text{ W/m}^2.$$

La surface d'une ailette circulaire

$$F_{a1} = 2\pi (0,1^2 - 0,038^2) = 0,0537 \text{ m}^2.$$

La quantité de chaleur absorbée par une ailette circulaire

$$Q_{a1} = \varepsilon'' q F_{a1} = 0,836 \cdot 7580 \cdot 0,0537 = 341 \text{ W}.$$

1.51. Un réchauffeur d'air est constitué d'éléments composés de tubes de fonte ovaux. Les ailettes ont une section trapézoïdale et sont réparties le long de la génératrice à la surface intérieure du tube (fig. 1.19).

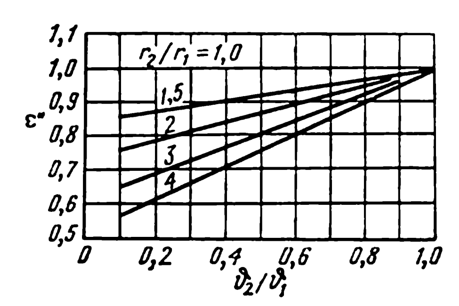




Fig. 1.18. Problème 1.50.

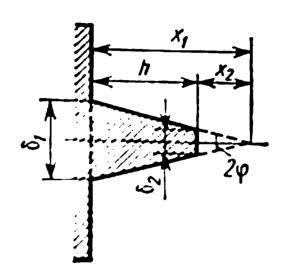


Fig. 1.19. Problème 1.51.

Calculer la quantité de chaleur émise par la surface de l'ailette d'un tube long de $l = 2500$ mm. La hauteur de l'ailette $h = 30$ mm; son épaisseur près de la surface du tube $\delta_1 = 3$ mm et à l'extrémité, $\delta_2 = 1$ mm. Le coefficient de conductivité thermique de la fonte $\lambda = 52,3$ W/(m·°C).

La température à la base de l'ailette $t_b = 450$ °C; la température de l'air, $t_f = 350$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur par la surface de l'ailette à l'air $\alpha = 23{,}3$ W/(m²·°C).

Calculer également la température à l'extrémité de l'ailette.

Opérer avec les formules exactes. Pour prendre en compte le transfert de chaleur, ajouter à la hauteur de l'ailette la moitié de l'épaisseur.

Réponse.

$$Q_a = 312 \text{ W}; \quad t_l = 435 \text{ °C}.$$

Solution.

Si on néglige le transfert de chaleur par la face de l'ailette, les formules de la température excédentaire de son extrémité et la quantité de chaleur émise s'écrivent

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(2\sqrt{Z_2})K_1(2\sqrt{Z_2}) + I_1(2\sqrt{Z_2})K_0(2\sqrt{Z_2})}{I_0(2\sqrt{Z_1})K_1(2\sqrt{Z_2}) + I_1(2\sqrt{Z_2})K_0(2\sqrt{Z_1})};$$

$$Q_a = \psi \frac{\alpha\delta_1 l\vartheta_1}{\sqrt{Z_1}\,\mathrm{tg}\,\varphi},$$

où

$$\psi = \frac{I_1(2\sqrt{Z_1})K_1(2\sqrt{Z_2}) - I_1(2\sqrt{Z_2})K_1(2\sqrt{Z_1})}{I_0(2\sqrt{Z_1})K_1(2\sqrt{Z_2}) + I_1(2\sqrt{Z_2})K_0(2\sqrt{Z_1})}$$

et

$$Z_1 = \frac{\alpha}{\lambda\,\mathrm{tg}\,\varphi} x_1; \quad Z_2 = \frac{\alpha}{\lambda\,\mathrm{tg}\,\varphi} x_2.$$

Dans le problème considéré

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{0{,}5(\delta_1 - \delta_2)}{h} = \frac{0{,}5(3-1)}{30} = \frac{1}{30};$$

$$x_1 = \frac{0{,}5\delta_1}{\mathrm{tg}\,\varphi} = 0{,}5\cdot3\cdot30 = 45 \text{ mm};$$

$$x_2 = x_1 - h = 45 - 30 = 15 \text{ mm};$$

$$Z_1 = \frac{\alpha x_1}{\lambda\,\mathrm{tg}\,\varphi} = \frac{23{,}3\cdot0{,}045}{52{,}3}\cdot30 = 0{,}59;$$

$$Z_2 = \frac{23{,}3\cdot0{,}015}{52{,}3}\cdot30 = 0{,}2;$$

$$2\sqrt{Z_1} = 2\sqrt{0{,}59} = 1{,}54; \quad 2\sqrt{Z_2} = 2\sqrt{0{,}2} = 0{,}894.$$

En portant les valeurs obtenues dans les expressions de la température excédentaire de l'extrémité de l'ailette, on obtient

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(0{,}894)K_1(0{,}894) + I_1(0{,}894)K_0(0{,}894)}{I_0(1{,}54)K_1(0{,}894) + I_1(0{,}894)K_0(1{,}54)} =$$

$$= (450 - 350)\frac{1{,}2130\cdot0{,}717 + 0{,}497\cdot0{,}487}{1{,}7\cdot0{,}717 + 0{,}497\cdot0{,}204} = 85 \text{ °C}.$$

Dans ce cas la température de l'extrémité de l'ailette $t_l = 85 + 350 = 435$ °C. Pour calculer la quantité de chaleur émise par l'ailette, calculons la fonction ψ:

$$\psi = \frac{I_1(1{,}54)K_1(0{,}894) - I_1(0{,}894)K_1(1{,}54)}{I_0(1{,}54)K_1(0{,}894) + I_1(0{,}894)K_0(1{,}54)} =$$

$$= \frac{1{,}023\cdot0{,}717 - 0{,}497\cdot0{,}263}{1{,}7\cdot0{,}717 + 0{,}497\cdot0{,}204} = 0{,}458,$$

il vient

$$Q_a=\psi\ \frac{\alpha\delta_1 l\vartheta_1}{\sqrt{Z_1}\,\mathrm{tg}\,\varphi}=0{,}458\ \frac{23{,}3\cdot0{,}003\cdot2{,}5\cdot100}{\sqrt{0{,}59}\cdot\frac{1}{30}}=312\ \mathrm{W}.$$

1.52. Résoudre le problème 1.51 en simplifiant la méthode de calcul des ailettes de section trapézoïdale. A cet effet utiliser le graphique de la figure 1.20 [13].

Réponse.

$$Q_a = 312\ \mathrm{W}.$$

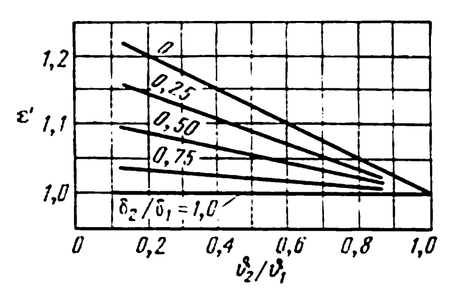


Fig. 1.20. Problème 1.52.

1.53. Un réchaud électrique est constitué de fil de nichrome de diamètre $d = 2$ mm, long de $l = 10$ m.

Il baigne dans l'air froid à température $t_f = 20$ °C.

Calculer le flux thermique émis par 1 m de fil, ainsi que les températures à la surface t_p et sur l'axe du fil t_0, si l'intensité de courant qui parcourt le réchaud est de 25 A. La résistivité du nichrome $\rho = 1{,}1\ \Omega\cdot\mathrm{mm^2/m}$; son coefficient de conductivité thermique $\lambda = 17{,}5$ W/(m·°C) et le coefficient de transmission de chaleur de sa surface à l'air $\alpha = 46{,}5$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$q_l = 218{,}5\ \mathrm{W/m};\quad t_0 = 770\ ^\circ\mathrm{C};\quad t_p = 769\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Solution.

La résistance électrique du réchaud

$$R=\frac{\rho l}{\pi r^2}=\frac{1{,}1\cdot10}{3{,}14\cdot1}=3{,}5\Omega.$$

La quantité de chaleur qu'il émet:

$$Q = I^2R = 25^2\cdot3{,}5 = 2185\ \mathrm{W}.$$

Le flux de chaleur par 1 m de fil

$$q_l=\frac{Q}{l}=\frac{2185}{10}=218{,}5\ \mathrm{W/m}.$$

La température à la surface du fil est définie par les conditions du transfert de chaleur

$$t_p=t_f+\frac{q_l}{\pi d\alpha}=20+\frac{218{,}5}{3{,}14\cdot0{,}002\cdot46{,}5}=769\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La température sur l'axe du fil se calcule à partir des conditions de la conductivité thermique en présence des sources de chaleur internes

$$t_0=t_p+\frac{q_l}{4\pi\lambda}=769+\frac{218{,}5}{4\cdot3{,}14\cdot17{,}5}=770\ ^\circ\mathrm{C}.$$

1.54. Le courant électrique parcourt une tige de nichrome long de $l = 420$ mm de diamètre $d = 5$ mm. La différence des potentiels aux extrémités de la tige $u = 10$ V.

A la surface de la tige l'eau bout sous une pression $p = 5\cdot10^5$ Pa.

Calculer la productivité volumique des sources de chaleur internes q_v, W/m³, la densité du flux thermique à la surface de la tige q, W/m², le flux thermique par

unité de longueur de la tige q_l, W/m, et les températures à la surface et sur l'axe de la tige, si le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la tige à l'eau bouillante $\alpha = 44\,400$ W/(m²·°C). La résistivité du nichrome $\rho = 1{,}17$ Ω·mm²/m. Le coefficient de conductivité thermique du nichrome, $\lambda = 17{,}5$ W/(m·°C).

Réponse.

$$q_v = 4{,}83\cdot 10^8 \text{ W/m}^3; \quad q = 6{,}08\cdot 10^5 \text{ W/m}^2;$$

$$q_l = 9540 \text{ W/m}; \quad t_p = 164{,}7\ °\text{C}; \quad t_0 = 208{,}2\ °\text{C}.$$

1.55. Un élément combustible d'une pile nucléaire est constitué d'un mélange de carbure d'uranium et de graphite sous la forme d'une tige cylindrique de diamètre $d = 12$ mm.

La productivité volumique des sources de chaleur $q_v = 3{,}88\cdot 10^8$ W/m³. On peut admettre que les sources sont réparties uniformément suivant le volume. La conductivité thermique du matériau de la tige $\lambda = 58$ W/(m·°C).

Calculer la température et la densité du flux thermique à la surface de l'élément combustible, si sa température maximale est 2000 °C.

Réponse.

$$t_p = 1940\ °\text{C}; \quad q = 1{,}16\cdot 10^6 \text{ W/m}^2.$$

1.56. La charge durable admissible des barres d'acier de section rectangulaire 100 × 3 mm, placées verticalement, ne doit pas dépasser 300 A. La température maximale de la barre à la température de l'air ambiant $t_f = 25$ °C ne doit pas dépasser $t_0 = 70$ °C.

Calculer la température à la surface de la barre et le coefficient de transmission de chaleur de sa surface pour que la température de la barre ne dépasse pas la valeur admissible maximale.

Le coefficient de conductivité thermique de l'acier $\lambda = 64$ W/(m·°C). La résistivité de l'acier $\rho = 0{,}13$ Ω·mm²/m.

Réponse.

$$t_p \approx t_0 = 70\ °\text{C}; \quad \alpha = 4{,}3 \text{ W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

1.57. Un courant électrique de 20 A parcourt un réchauffeur électrique en bande de constantan de section 1 × 6 mm, longue de 1 m. La chute de tension aux extrémités du réchauffeur est de 200 V.

Calculer la température à la surface de la bande et au milieu de son épaisseur, si le coefficient de transmission de chaleur à la surface de réchauffeur $\alpha = 1000$ W/(m²·°C), la température du milieu $t_f = 100$ °C et le coefficient de conductivité thermique du constantan $\lambda = 20$ W/(m·°C).

Réponse.

$$t_p = 433\ °\text{C}; \quad t_0 = 437\ °\text{C}.$$

1.58. Un tube en acier inoxydable à diamètre intérieur $d_1 = 7{,}6$ mm et extérieur $d_2 = 8$ mm est chauffé par la mise en circuit électrique directe.

Toute la chaleur émise par la paroi du tube est évacuée par sa surface intérieure.

Calculer la productivité volumique des sources de chaleur et la chute des températures dans la paroi du tube, si l'intensité du courant qui passe par le tube est $I = 250$ A.

La résistivité et le coefficient de conductivité thermique de l'acier sont respectivement $\rho = 0{,}85$ Ω·mm²/m; $\lambda = 18{,}6$ W/(m·°C).

Réponse.

$$q_v = 2{,}22\cdot 10^{9} \text{ W/m}^3; \quad t_{p2} - t_{p1} \approx 2{,}4\ °\text{C}.$$

Solution.

Résistance électrique par unité de longueur du tube

$$R_l = \frac{\rho}{\pi (r_2^2 - r_1^2)} = \frac{0{,}85}{3{,}14\,(4^2 - 3{,}8^2)} = 0{,}174 \ \Omega/\text{m}.$$

Flux thermique par unité de longueur

$$q_l = I^2R_l = 250^2 \cdot 0{,}174 = 10\,870 \text{ W/m}.$$

Productivité volumique des sources de chaleur internes

$$q_v = \frac{q_l}{\pi (r_2^2 - r_1^2)} = \frac{10\,870}{3{,}14\,(4^2 - 3{,}8^2)\cdot 10^{-6}} = 2{,}22\cdot 10^9 \text{ W/m}^3.$$

Chute des températures dans la paroi du tube

$$t_{p2} - t_{p1} = \frac{q_l r_2^2}{4\pi\lambda (r_2^2 - r_1^2)} \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right] =$$

$$= \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right] =$$

$$= \frac{2{,}22\cdot 10^9 \cdot 0{,}004^2}{4\cdot 18{,}6}\left[2\cdot 2{,}3 \lg \frac{4}{3{,}8} + \left(\frac{3{,}8}{4}\right)^2 - 1\right] \approx 2{,}4\ ^\circ\text{C}.$$

1.59. Un tube en acier inoxydable est chauffé par la mise en circuit directe. Sa longueur est $l = 500$ mm, les diamètres extérieur et intérieur sont respectivement $d_2 = 12{,}4$ mm et $d_1 = 12$ mm.

Toute la chaleur émise dans la paroi du tube est évacuée par sa surface extérieure.

Calculer la chute des températures dans la paroi et l'intensité du courant qui passe par le tube, si le flux thermique évacué par sa surface extérieure $Q = 14$ kW.

La résistivité et le coefficient de conductivité thermique du matériau sont respectivement: $\rho = 0{,}85\ \Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m}$ et $\lambda = 18{,}6$ W/(m·°C).

Réponse.

$$t_{p1} - t_{p2} = 4{,}0\ ^\circ\text{C}; \quad I = 502 \text{ A}.$$

1.60. Une plaque à sources de chaleur internes uniformément réparties est refroidie symétriquement à partir de deux surfaces. La température du liquide refroidissant est t_f. Dans ces conditions, la température aux surfaces $t_{p1} = t_{p2} = t_p$, et la température maximale au milieu de la plaque est t_0.

Calculer quelle sera la valeur des températures t_{p1} et t_{p2} aux surfaces de la plaque, si la chaleur cesse d'être évacuée par l'une des surfaces ($q_{p2} = 0$).

Réponse.

$$t_{p1} = t_f + 2\,(t_p - t_f) = 2t_p - t_f;$$

$$t_{p2} = t_f + 4t_0 - 2\,(t_p + t_f) = 4t_0 - (2t_p + t_f).$$

1.61. Une plaque d'épaisseur $s = 6$ mm en matériau à coefficient de conductivité thermique $\lambda = 20$ W/(m·°C) comporte des sources de chaleur internes q_v réparties uniformément. Les températures aux surfaces de la plaque sont respectivement $t_{p1} = 120$ °C et $t_{p2} = 127{,}2$ °C.

Calculer la coordonnée relative x_0/s et la température maximale de la plaque t_0, ainsi que la densité du flux thermique aux surfaces de la plaque q_{p1} et q_{p2}, si

$$q_v = 5\cdot 10^7; \quad 2\cdot 10^7; \quad 8\cdot 10^6 \quad \text{et} \quad 4\cdot 10^6 \text{ W/m}^3.$$

Réponse.

Pour $q_v = 5\cdot 10^7$ W/m³:

$x_0/s = 0{,}58$; $t_0 \approx 135$ °C; $q_{p2} = 1{,}26\cdot 10^5$ et $q_{p1} = 1{,}74\cdot 10^5$ W/m².

Pour $q_v = 2\cdot 10^7$ W/m³:

$x_0/s = 0{,}7$; $t_0 \approx 130$ °C; $q_{p2} = 3{,}6\cdot 10^4$ et $q_{p1} = 8{,}4\cdot 10^4$ W/m².

Pour $q_v = 8\cdot 10^6$ W/m³:

$x_0/s = 1{,}0$; $t_0 = t_{p2} = 127{,}2$ °C; $q_{p2} = 0$ et $q_{p1} = q_v s = 4{,}8\cdot 10^4$ W/m².

Pour $q_v = 4 \cdot 10^6$ W/m³ :

$x_0/s = 1{,}5$; $q_{p2} = -1{,}2 \cdot 10^4$ W/m² et $q_{p1} = 3{,}6 \cdot 10^4$ W/m².

L'allure de la distribution des températures est visualisée sur la figure 1.21.

Solution.

Si l'origine des coordonnées est disposée suivant la figure 1.21, l'équation du champ thermique de la plaque s'écrit

$$t - t_{p1} = \frac{q_v x}{2\lambda}(2x_0 - x),$$

où

$$\frac{x_0}{s} = \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{q_v s^2}(t_{p2} - t_{p1}),$$

et la température maximale

$$t_0 = t_{p1} + \frac{q_v x_0^2}{2\lambda}.$$

Pour $q_v = 5 \cdot 10^7$ W/m³

$$\frac{x_0}{s} = \frac{1}{2} + \frac{20}{5 \cdot 10^7 (6 \cdot 10^{-3})^2}(127{,}2 - 120) = 0{,}58\ ;$$

$$x_0 = 0{,}58 s = 0{,}58 \cdot 6 = 3{,}48 \text{ mm}\ ;$$

$$t_0 = 120 + \frac{5 \cdot 10^7 (3{,}48 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 20} \approx 135\ °\text{C}\ ;$$

$$q_{p1} = q_v x_0 = 5 \cdot 10^7 \cdot 3{,}48 \cdot 10^{-3} = 1{,}74 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2;$$

$$q_{p2} = q_v (s - x_0) = 5 \cdot 10^7 (6 - 3{,}48) \cdot 10^{-3} = 1{,}26 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

Pour les autres valeurs de q_v les calculs sont analogues.

Pour $q_v = 8 \cdot 10^6$ W/m³, $x_0/s = 1$, c'est-à-dire la température maximale se trouve à la surface de la plaque à température $t_0 = t_{p2} = 127{,}2$ °C ; $q_{p2} = 0$, et toute la chaleur émise dans la plaque est évacuée par l'autre surface : $q_{p1} = q_v x_0 = q_v s$.

Pour $q_v = 4 \cdot 10^6$ W/m³, la température possède un maximum fictif qui se trouve hors de la plaque ($x_0 > s$), alors que la chaleur est amenée à l'une des surfaces de la plaque de l'extérieur, c'est-à-dire la chaleur est transmise à travers la paroi : $q_{p2} = q_v (s - x_0) = -1{,}2 \cdot 10^4$ W/m². L'autre surface évacue $q_{p1} = q_v x_0 = q_v s + |q_2| = 2{,}4 \cdot 10^4 + 1{,}2 \cdot 10^4$ W/m².

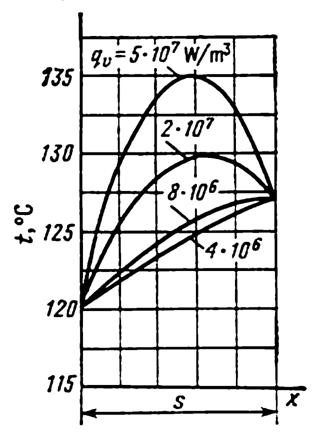


Fig. 1.21. Problème 1.61.

1.62. Calculer la valeur de t_0 et la coordonnée x_0 de la température maximale dans la plaque à sources de chaleur internes uniformément réparties $q_v = 8 \cdot 10^6$ W/m³. L'épaisseur de la plaque $s = 10$ mm, le coefficient de conductivité thermique de son matériau $\lambda = 20$ W/(m·°C). Les températures aux surfaces de la plaque sont respectivement $t_{p1} = 80$ °C et $t_{p2} = 86$ °C.

Réponse.

$t_0 \approx 88{,}5$ °C ; la coordonnée comptée à partir de la surface à température t_{p1} est $x_0 = 6{,}5$ mm.

1.63. Une plaque d'épaisseur $s = 5$ mm est le siège des sources de chaleur internes uniformément réparties $q_v = 2{,}7 \cdot 10^7$ W/m³. Le coefficient de conductivité thermique du matériau de la plaque $\lambda = 25$ W/(m·°C). Les coefficients de transmission de chaleur des surfaces de la plaque au liquide qui les baigne

$\alpha_1 = 3000$ W/(m²·°C) et $\alpha_2 = 1500$ W/(m²·°C), alors que les températures du liquide sont respectivement: $t_{f1} = 130$ °C et $t_{f2} = 140$ °C.

Déterminer la coordonnée x_0 et la valeur de la température maximale dans la plaque t_0, ainsi que les températures de ses surfaces t_{p1} et t_{p2}.

Réponse.

$$x_0 = 3,5 \text{ mm}; \quad t_0 = 168,1 \text{ °C}; \quad t_{p1} = 161,5 \text{ °C}; \quad t_{p2} = 167 \text{ °C}.$$

Solution.

La coordonnée relative de la température maximale de la plaque pour $q_v = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, le champ thermique asymétrique et les conditions aux limites du troisième genre, s'écrit

$$\frac{x_0}{s} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{q_v s^2}(t_{f2} - t_{f1}) + \frac{\lambda}{\alpha_2 s}}{1 + \frac{\lambda}{s}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}\right)}$$

où x_0 est comptée à partir de la surface baignée par le liquide de température t_{f1}.

Dans le cas envisagé

$$\frac{x_0}{s} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{25}{2,7\cdot 10^7 (5\cdot 10^{-3})^2}(140 - 130) + \frac{25}{1,5\cdot 10^3 \cdot 5\cdot 10^{-3}}}{1 + \frac{25}{5\cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{3\cdot 10^3} + \frac{1}{1,5\cdot 10^3}\right)} = 0,7;$$

$$x_0 = 0,7\cdot 5 = 3,5 \text{ mm}.$$

Températures à la surface de la plaque

$$t_{p1} = t_{f1} + \frac{q_{p1}}{\alpha_1} = t_{f1} + \frac{q_v x_0}{\alpha_1} = 130 + \frac{2,7\cdot 10^7 \cdot 3,5\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10^3} = 161,5 \text{ °C};$$

$$t_{p2} = t_{f2} + \frac{q_{p2}}{\alpha_2} = t_{f2} + \frac{q_v (s - x_0)}{\alpha_2} = 140 + \frac{2,7\cdot 10^7 (5 - 3,5)\cdot 10^{-3}}{1,5\cdot 10^3} = 167 \text{ °C}.$$

Température maximale

$$t_0 = t_{p1} + q_{p1}\frac{x_0}{2\lambda} = t_{p1} + \frac{q_v x_0^2}{2\lambda} = 161,5 + \frac{2,7\cdot 10^7 (3,5\cdot 10^{-3})^2}{2\cdot 25} = 168,1 \text{ °C}.$$

1.64. Une plaque à sources de chaleur internes q_v, W/m³, réparties uniformément est baignée des deux côtés par un liquide. L'épaisseur de la plaque est s, m, le coefficient de conductivité thermique de son matériau λ, W/(m·°C). La température du liquide du côté de l'une de ses surfaces est t_{f1} °C, et le coefficient de transmission de chaleur de cette surface au liquide est α_1, W/(m²·°C).

Calculer la température du liquide du côté de l'autre surface t_{f2} à laquelle s'annule le flux thermique passant par cette surface ($q_{p2} = 0$).

Réponse.

$$t_{f2} = t_{f1} + q_v s\left(\frac{s}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}\right).$$

1.65. Une plaque à sources de chaleur internes q_v, W/m³, réparties uniformément est baignée des deux côtés par un liquide. Les coefficients de transmission de chaleur des surfaces de la plaque au liquide et les températures du liquide sont les mêmes, respectivement α_1 et α_2, W/(m²·°C), t_{f1} et t_{f2}, °C. L'épaisseur de la plaque s, m, le coefficient de conductivité thermique de son matériau λ, W/(m·°C).

a) Calculer le rapport entre la différence des températures $t_{f2} - t_{f1}$ et les coefficients de transmission de chaleur α_1 et α_2 pour le cas où le maximum de la température est situé au milieu de la plaque: $x_0/s = 1/2$.

b) Calculer la différence $t_{f2} - t_{f1}$ pour $x_0/s = 1/2$, si $\alpha_2 = 2\alpha_1$.

c) Trouver l'expression de x_0/s pour l'égalité des températures $t_{f_2} = t_{f_1}$ et $\alpha_2 = 2\alpha_1$.

Réponse.

a) $t_{f_2}-t_{f_1}=\frac{q_v s}{2}\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha_2}\right)$;

b) $t_{f_2}-t_{f_1}=\frac{q_v s}{4\alpha_1}$;

c) $\frac{x_0}{s}=\frac{\alpha_1 s+\lambda}{2\alpha_1 s+3\lambda}$.

1.66. Calculer la distribution de la température dans la section droite d'un élément combustible sous forme d'un long cylindre creux (fig. 1.22) à diamètres intérieur $d_1 = 16$ mm et extérieur $d_2 = 26$ mm, en uranium [$\lambda = 31$ W/(m·°C)]. Les deux surfaces de l'élément sont couvertes d'une enveloppe adhérente en acier inoxydable [$\lambda_{en} = 21$ W/(m·°C)] d'épaisseur $\delta = 0,5$ mm. Admettre que la densité volumique de l'émission thermique dans l'uranium est uniforme suivant la section et égale à $q_v = 5\cdot 10^7$ W/m³.

L'élément est refroidi au gaz carbonique (CO_2) qui se déplace dans les canaux intérieur et extérieur. La température massique moyenne de CO_2 dans le canal intérieur $t_{f_1} = 200$ °C, et dans le canal extérieur, $t_{f_2} = 240$ °C. Les coefficients de transmission de chaleur des surfaces des enveloppes au gaz sont respectivement $\alpha_1 = 520$ W/(m²·°C) et $\alpha_2 = 560$ W/(m²·°C).

Calculer la température maximale de l'élément t_0, les températures aux surfaces des enveloppes t_{p1}, t_{p2}, et aux surfaces de l'uranium t_1 et t_2.

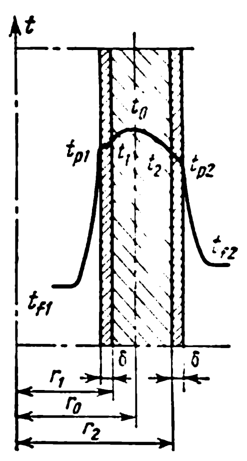


Fig. 1.22. Problème 1.66.

Réponse.

$t_0 = 463$ °C; $t_{p1} = 457$ °C; $t_{p2} = 455$ °C; $t_1 = 459$ °C; $t_2 = 458$ °C. La répartition de la température est donnée par la figure 1.22.

Solution.

Pour établir la distribution des températures, il faut trouver le rayon de la section neutre r_0. Sa valeur dépend de l'intensité avec laquelle la chaleur est évacuée de la surface de l'uranium, alors qu'on ne connaît que α_1 et α_2 à partir des surfaces des enveloppes; calculons donc d'abord les coefficients de transmission de chaleur efficaces α_{ef_1} et α_{ef_2} qui rendent compte de la résistance thermique des enveloppes

$$\frac{1}{\alpha_{ef1}d_1}=\frac{1}{\alpha_1(d_1-2\delta)}+\frac{1}{2\lambda_{en}}\ln\frac{d_1}{(d_1-2\delta)}=$$

$$=\frac{1}{520\,(16-1)\cdot 10^{-3}}+\frac{1}{2\cdot 21}\ln\frac{16}{16-1}=0,1298;$$

$$\alpha_{ef1}=\frac{1}{0,1298\cdot 16\cdot 10^{-3}}=482 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$\frac{1}{\alpha_{ef2}}=\frac{d_2}{\alpha_2(d_2+2\delta)}+\frac{d_2}{2\lambda_{en}}\ln\frac{d_2+2\delta}{d_2}=$$

$$=\frac{26\cdot 10^{-3}}{560\,(26+1)\cdot 10^{-3}}+\frac{26\cdot 10^{-3}}{2\cdot 21}\ln\frac{26+1}{26}=1,747\cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_{ef2}=\frac{1}{1,747\cdot 10^{-3}}=573 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Rayon de la section neutre :

$$r_0=\sqrt{\frac{(t_{f2}-t_{f1})+\frac{q_v}{2}\left[\frac{r_1}{\alpha_{ef1}}+\frac{r_2}{\alpha_{ef2}}+\frac{1}{2\lambda}(r_2^2-r_1^2)\right]}{\frac{q_v}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{ef1}r_1}+\frac{1}{\alpha_{ef2}r_2}+\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}}=$$

$$=\sqrt{\frac{(240-220)+2{,}5\cdot10^7\left[\frac{8\cdot10^{-3}}{482}+\frac{13\cdot10^{-3}}{573}+\frac{1}{2\cdot31}(13^2-8^2)\,10^{-6}\right]}{2{,}5\cdot10^7\left(\frac{1}{482\cdot8\cdot10^{-3}}+\frac{1}{573\cdot13\cdot10^{-3}}+\frac{1}{31}\ln\frac{13}{8}\right)}}=$$

$$=10^{-3}\sqrt{103{,}9}=10{,}2\cdot10^{-3}\ \text{m}.$$

La densité du flux thermique à la surface intérieure de l'uranium est donnée par la relation

$$q_1 2\pi r_1=q_v\pi(r_0^2-r_1^2),$$

$$q_1=\frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_0^2}{r_1^2}-1\right)=\frac{5\cdot10^7\cdot8\cdot10^{-3}}{2}\left(\frac{10{,}2^2}{8^2}-1\right)=1{,}25\cdot10^5\ \text{W/m}^2.$$

Température à la surface intérieure de l'uranium :

$$t_1=t_{f1}+\frac{q_1}{\alpha_{ef1}}=200+\frac{1{,}25\cdot10^5}{482}=200+259=459\ °\text{C}.$$

Densité du flux thermique à la surface intérieure de l'enveloppe

$$q_{p1}=q_1\frac{d_1}{d_1-2\delta}=1{,}25\cdot10^5\,\frac{16}{15}=1{,}335\cdot10^5\ \text{W/m}^2.$$

Température à la surface intérieure de l'enveloppe

$$t_{p1}=t_{p1}+\frac{q_{p1}}{\alpha_1}=200+\frac{1{,}335\cdot10^5}{520}=200+257=457\ °\text{C}.$$

Les densités q_2 et q_{p2} du flux thermique et les températures t_2, t_{p2} à la surface extérieure de l'élément combustible se calculent d'une façon analogue

$$q_2=\frac{q_v r_2}{2}\left(1-\frac{r_0^2}{r_2^2}\right)=\frac{5\cdot10^7\cdot13\cdot10^{-3}}{2}\left(1-\frac{10{,}2^2}{13^2}\right)=1{,}25\cdot10^5\ \text{W/m}^2;$$

$$t_2=t_{f2}+\frac{q_2}{\alpha_{ef2}}=240+\frac{1{,}25\cdot10^5}{573}=240+218=458\ °\text{C};$$

$$q_{p2}=q_2\,\frac{d_2}{d_2+2\delta}=1{,}25\cdot10^5\,\frac{26}{27}=1{,}205\cdot10^5\ \text{W/m}^2;$$

$$t_{p2}=t_{f2}+\frac{q_{p2}}{\alpha_2}=240+\frac{1{,}205\cdot10^5}{560}=240+215=455\ °\text{C}.$$

La distribution de la température suivant la section de l'élément est déterminée par l'équation

$$t=t_1+\frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2\ln\frac{r}{r_1}-(r^2-r_1^2)\right],$$

alors que la température maximale est donnée par la condition : pour $r=r_0$, $t=t_0$; donc,

$$t_0=t_1+\frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2\ln\frac{r_0}{r_1}-(r_0^2-r_1)\right]=$$

$$=459+\frac{5\cdot10^7}{4\cdot31}\left[2\cdot10{,}2^2\ln\frac{10{,}2}{8}-(10{,}2^2-8^2)\right]10^{-6}=459+4{,}2\approx463\ °\text{C}.$$

La distribution de la température est visualisée par la figure 1.22.

1.67. Calculer la température maximale d'un élément combustible sous les conditions du problème 1.66, si a) pour une raison quelconque le canal intérieur n'est plus refroidi ; b) le canal extérieur n'est plus refroidi.

Réponse.

a) $t_1 = t_0 \approx 610$ °C; b) $t_2 = t_0 \approx 904$ °C, ce qui est inadmissible ni pour l'uranium, ni pour l'enveloppe.

Solution.

a) Si le canal intérieur cesse d'être refroidi, $q_1 = 0$ et on a la température maximale avec $r_0 = r_1$. Dans ces conditions

$$q_2 = \frac{q_v r_2}{2}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = \frac{5\cdot 10^7\cdot 13\cdot 10^{-3}}{2}\left(1 - \frac{8^2}{13^2}\right) = 2{,}02\cdot 10^5 \text{ W/m}^2;$$

$$t_2 = t_{f2} + \frac{q_2}{\alpha_{ef2}} = 240 + \frac{2{,}02\cdot 10^5}{573} = 240 + 353 = 593 \text{ °C};$$

$$t_0 = t_1 = t_2 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[(r_2^2 - r_1^2) - 2r_1^2 \ln\frac{r_2}{r_1}\right] =$$

$$= 593 + \frac{5\cdot 10^7}{4\cdot 31}\left[(13^2 - 8^2) - 2\cdot 8^2 \ln\frac{13}{8}\right]10^{-6} = 593 + 17{,}4 \approx 610 \text{ °C}.$$

b) Si le canal extérieur cesse d'être refroidi, $q_2 = 0$ et $r_0 = r_2$; il vient

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5\cdot 10^7\cdot 8\cdot 10^{-3}}{2}\left(\frac{13^2}{8^2} - 1\right) = 3{,}28\cdot 10^5 \text{ W/m}^2;$$

$$t_1 = t_{f1} + \frac{q_1}{\alpha_{ef\,1}} = 200 + \frac{3{,}28\cdot 10^5}{482} = 200 + 680 = 880 \text{ °C};$$

$$t_0 = t_2 = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_2^2 \ln\frac{r_2}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2)\right] =$$

$$= 880 + \frac{5\cdot 10^7}{4\cdot 31}\left[2\cdot 13^2 \ln\frac{13}{8} - (13^2 - 8^2)\right]10^{-6} = 880 + 23{,}8 \approx 904 \text{ °C}.$$

1.68. Un élément combustible en uranium [$\lambda = 31$ W/(m·°C)] a la forme d'un cylindre creux à diamètre intérieur $d_1 = 14$ mm et extérieur $d_2 = 24$ mm. Les deux surfaces de l'élément sont couvertes d'enveloppes adhérentes en acier inoxydable [$\lambda_{en} = 21$ W/(m·°C)] d'une épaisseur de 0,5 mm. Admettre que la densité volumique de la chaleur produite par l'uranium, égale à $q_v = 2 \times 10^8$ W/m³, est répartie uniformément suivant la section.

L'élément est refroidi à l'eau qui se déplace dans les canaux intérieur et extérieur. La température massique moyenne de l'eau est $t_{f1} = 200$ °C dans le canal intérieur et $t_{f2} = 220$ °C dans le canal extérieur. Le coefficient de transmission de chaleur des surfaces des enveloppes à l'eau sont respectivement: $\alpha_1 = 8200$ W/(m²·°C) et $\alpha_2 = 7800$ W/(m²·°C).

Calculer la température maximale dans la section droite de l'élément t_0, les densités du flux thermique et les températures q_{p1}, q_{p2}, t_{p1} et t_{p2} aux surfaces des enveloppes et q_1, q_2, t_1 et t_2 aux surfaces de l'uranium.

Réponse.

$t_0 = 308$ °C; $q_{p1} = 6{,}05\cdot 10^5$ W/m²; $q_{p2} = 4{,}44\cdot 10^5$ W/m²;

$t_{p1} \approx 274$ °C; $t_{p2} \approx 277$ °C; $q_1 = 5{,}62\cdot 10^5$ W/m²;

$q_2 = 4{,}63\cdot 10^5$ W/m²; $t_1 \approx 287$ °C; $t_2 \approx 288$ °C.

1.69. Calculer la température maximale d'un élément combustible dans les conditions du problème 1.68, si pour une raison quelconque le canal intérieur cesse d'être refroidi.

Réponse.

$t_1 = t_0 = 404$ °C.

CHAPITRE 2

CONDUCTIVITÉ THERMIQUE EN RÉGIME NON STATIONNAIRE

2.1. Une plaque de caoutchouc d'épaisseur $2\delta = 20$ mm chauffée jusqu'à $t_0 = 140$ °C, est placée dans l'air porté à la température $t_f = 15$ °C.

Calculer la température au centre et à la surface de la plaque 20 mn après le début du refroidissement.

Le coefficient de conductivité thermique du caoutchouc $\lambda = 0{,}175$ W/(m × × °C), sa diffusivité $a = 0{,}833 \cdot 10^{-7}$ m²/s.

Le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la plaque à l'air ambiant $\alpha = 65$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$t_{x=0} = 47{,}5\ °C; \quad t_{x=\delta} = 25{,}4\ °C.$$

Solution.

La température au centre et à la surface d'une plaque indéfinie au refroidissement (chauffage) dans un milieu à température constante se détermine à l'aide des abaques $\Theta_{x=0} = f_1$ (Fo, Bi) (fig. 2.1) et $\Theta_{x=\delta} = f_2$ (Bi, Fo) (fig. 2.2).

Dans notre cas

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = \frac{65 \cdot 0{,}01}{0{,}175} = 3{,}73;$$

$$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{0{,}833 \cdot 10^{-7} \cdot 1200}{(0{,}01)^2} = 1{,}0.$$

Pour ces valeurs des nombres Bi et Fo, on trouve d'après le graphique de la figure 2.1, $\Theta_{x=0} = 0{,}26$, et d'après l'abaque de la figure 2.2, $\Theta_{x=\delta} = 0{,}083$.

La température sans dimensions

$$\Theta = \frac{t - t_f}{t_0 - t_f},$$

donc,

$$t_{x=0} = t_f + \Theta_{x=0}(t_0 - t_f) = 15 + 0{,}26\,(140 - 15) = 47{,}5\ °C,$$

et

$$t_{x=\delta} = t_f + \Theta_{x=\delta}(t_0 - t_f) = 15 + 0{,}083\,(140 - 15) = 25{,}4\ °C.$$

2.2. En se plaçant dans les conditions du problème 2.1, calculer la température à la distance $x = \delta/2 = 5$ mm du centre de la plaque. Déterminer également les températures sans dimensions au centre et à la surface de la plaque et comparer les résultats avec les valeurs de $\Theta_{x=0}$ et $\Theta_{x=\delta}$ obtenues dans le problème 2.1.

Réponse.

$$t_{x=\delta/2} = 41\ °C; \quad \Theta_{x=0} = 0{,}257; \quad \Theta_{x=\delta} = 0{,}082.$$

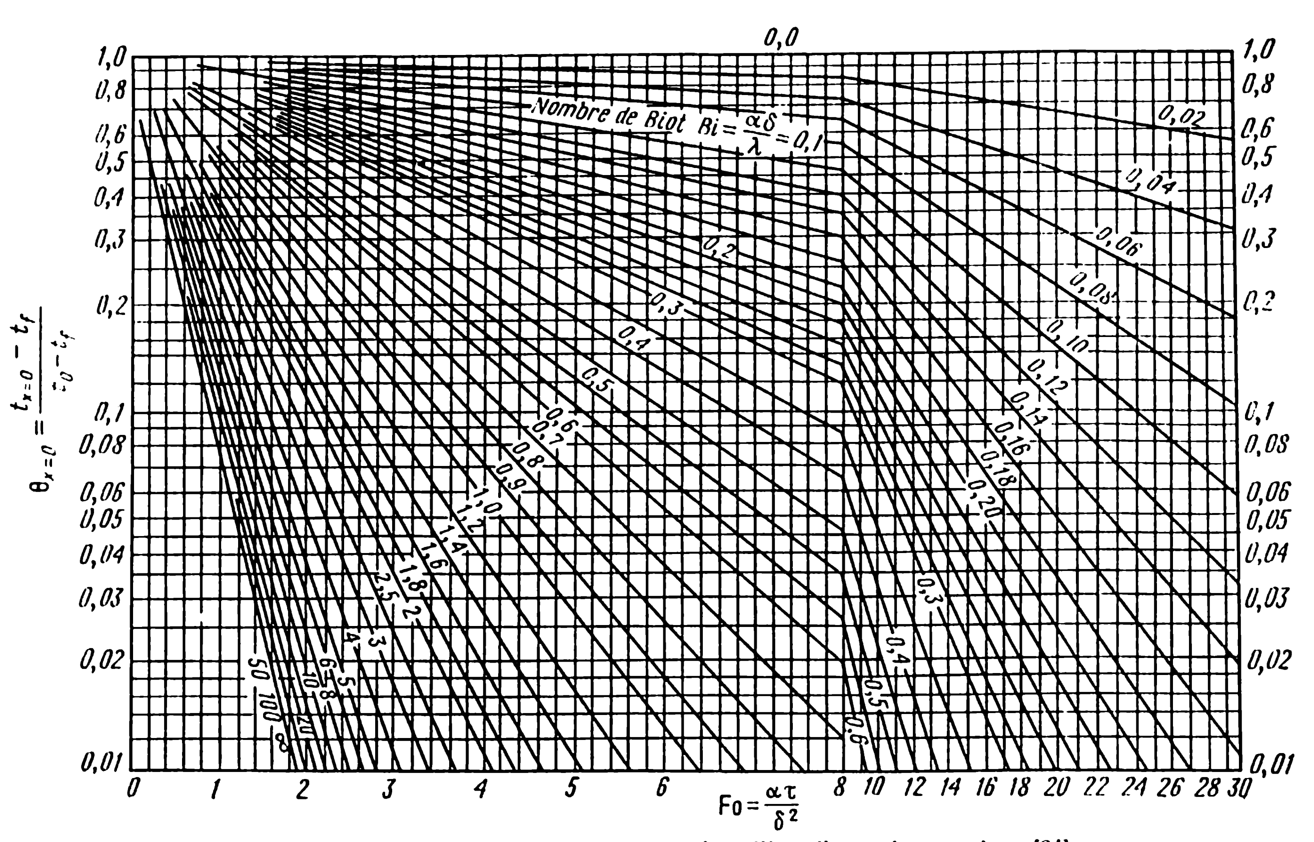


Fig. 2.1. Relation $\Theta = f_1$ (Fo, Bi) pour le milieu d'une plaque mince [24].

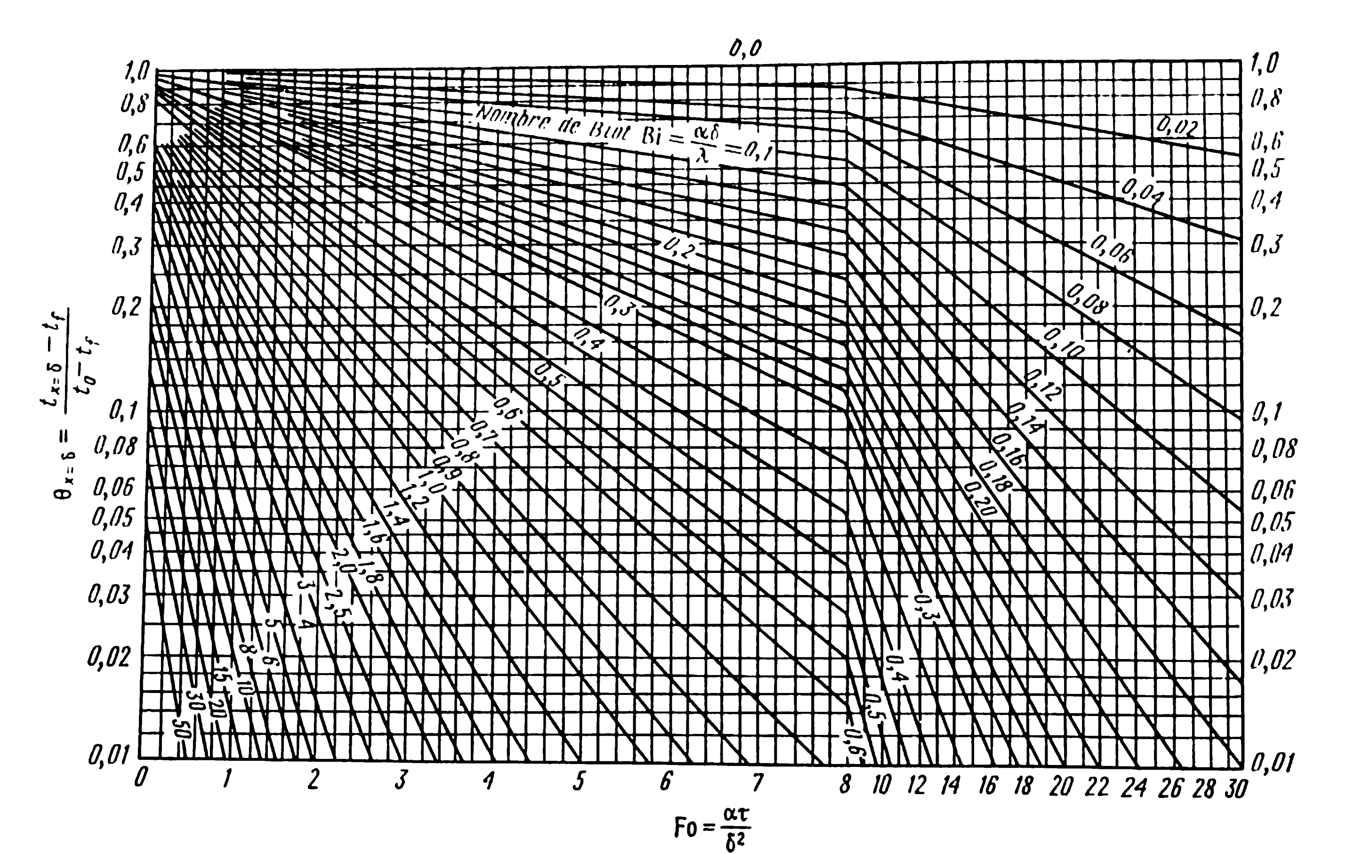


Fig. 2.2. Relation $\Theta = f_2$ (Fo, Bi) pour la surface d'une plaque mince [24].

Solution.

La température sans dimensions d'une plaque indéfinie refroidie dans un milieu à température constante s'exprime par l'équation

$$\Theta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin\varepsilon_n}{\varepsilon_n+\sin\varepsilon_n\cos\varepsilon_n}\cos\left(\varepsilon_n\frac{x}{\delta}\right)\exp(-\varepsilon_n^2\mathrm{Fo}). \qquad (2.1)$$

Puisque dans le cas envisagé le nombre Fo = 1 > 0,3 (cf. problème 2.1), on peut se borner aux premiers termes de la série; il vient

$$\Theta=N\exp(-\varepsilon_1^2\mathrm{Fo})\cos\left(\varepsilon_1\frac{x}{\delta}\right)$$

et les températures sans dimensions au centre et à la surface de la plaque sont respectivement

$$\Theta_{x=0}=N\exp(-\varepsilon_1^2\mathrm{Fo});$$

$$\Theta_{x=\delta}=P\exp(-\varepsilon_1^2\mathrm{Fo}).$$

Les valeurs de N, P, ε_1 et ε_1^2 en fonction de Bi sont données par le tableau 2.1.

Dans notre cas, pour Bi = 3,73 le tableau 2.1 donne N = 1,224; P = = 0,390; ε_1 = 1,248; ε_1^2 = 1,56. Par conséquent, pour Fo = 1

$$\Theta_{x=\frac{\delta}{2}}=1{,}224\cos\left(\frac{1{,}248}{2}\right)\exp(-1{,}56)=0{,}208;$$

$$t_{x=\frac{\delta}{2}}=t_f+\Theta_{x=\frac{\delta}{2}}(t_0-t_f)=15+0{,}208\cdot125=41\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$\Theta_{x=0}=1{,}224\exp(-1{,}56)=0{,}257;$$

$$\Theta_{x=\delta}=0{,}390\exp(-1{,}56)=0{,}082.$$

2.3. Déterminer l'intervalle de temps nécessaire pour qu'une tôle d'acier chauffée à la température t_0 = 500 °C et placée dans l'air à la température t_f = = 20 °C, acquière une température ne s'écartant pas plus de 1 % de celle du milieu ambiant.

L'épaisseur de la tôle 2δ = 20 mm; le coefficient de conductivité thermique de l'acier λ = 45,5 W/(m·°C); sa chaleur spécifique c = 0,46 kJ/(kg·°C); la densité de l'acier ρ = 7900 kg/m³. Le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la tôle à l'air ambiant α = 35 W/(m²·°C).

Indication. Pour évaluer l'allure de la distribution de la température suivant la section de la tôle d'acier, calculer le nombre de Biot

$$\mathrm{Bi}=\frac{\alpha\delta}{\lambda}=\frac{35\cdot0{,}01}{45{,}5}=0{,}0077<0{,}1.$$

Puisque Bi ≪ 0,1, on peut admettre que la température suivant la section de la plaque est la même en tous les points et utiliser la formule

$$\Theta=\exp(-\mathrm{Bi\ Fo}).$$

Réponse.

2 h 15 mn.

2.4. Calculer le temps τ nécessaire pour chauffer à partir de la température initiale t_0 = 25 °C une tôle d'acier d'épaisseur 2δ = 24 mm placée dans un four à température t_f = 600 °C. Admettre que le chauffage se termine lorsque la tôle atteint t = 450 °C.

Le coefficient de conductivité thermique, la chaleur spécifique et la densité de l'acier sont respectivement λ = 45,4 W/(m·°C); c = 0,502 kJ/(kg·°C); ρ = 7800 kg/m³, et le coefficient de transmission de chaleur à la surface de la tôle α = 23,3 W/(m²·°C).

Tableau 2.1

Coefficients pour le calcul du refroidissement (chauffage) d'une plaque d'épaisseur 2δ [24]

$Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P	N	$Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P	N	$Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P	N
0,00	0,0000	0,0000	1,000	1,000	0,55	0,6800	0,462	0,836	1,076	6,0	1,3496	1,82	0,273	1,248
0,01	0,0998	0,0100	0,997	1,002	0,60	0,7051	0,497	0,823	1,081	7,0	1,3766	1,90	0,241	1,254
0,02	0,1410	0,0199	0,993	1,003	0,70	0,7506	0,564	0,798	1,092	8,0	1,3978	1,95	0,216	1,257
0,04	0,1987	0,0397	0,987	1,006	0,80	0,7910	0,626	0,774	1,102	9,0	1,4149	2,00	0,196	1,260
0,06	0,2425	0,0584	0,981	1,010	0,90	0,8274	0,684	0,751	1,111	10	1,4289	2,04	0,180	1,262
0,08	0,2791	0,0778	0,974	1,013	1,00	0,8603	0,740	0,729	1,119	12	1,4420	2,08	0,152	1,265
0,10	0,3111	0,0968	0,967	1,016	1,20	0,9171	0,841	0,689	1,134	14	1,4560	2,12	0,132	1,267
0,12	0,3397	0,1154	0,960	1,020	1,40	0,9649	0,931	0,653	1,148	16	1,4700	2,16	0,116	1,268
0,14	0,3656	0,1337	0,954	1,023	1,60	1,0008	1,016	0,619	1,159	18	1,4830	2,20	0,104	1,269
0,16	0,3896	0,1518	0,948	1,026	1,80	1,0440	1,090	0,587	1,169	20	1,4961	2,24	0,094	1,270
0,18	0,4119	0,1697	0,942	1,029	2,00	1,0769	1,160	0,559	1,179	25	1,5070	2,27	0,076	1,271
0,20	0,4328	0,1874	0,936	1,031	2,2	1,1054	1,222	0,535	1,186	30	1,5200	2,30	0,065	1,271
0,22	0,4525	0,2048	0,930	1,034	2,4	1,1300	1,277	0,510	1,193	35	1,5260	2,33	0,056	1,272
0,24	0,4712	0,2220	0,924	1,037	2,6	1,1541	1,332	0,488	1,200	40	1,5325	2,35	0,050	1,272
0,26	0,4889	0,2390	0,918	1,040	2,8	1,1747	1,380	0,468	1,205	50	1,5400	2,37	0,040	1,272
0,28	0,5058	0,2558	0,912	1,042	3,0	1,1925	1,420	0,448	1,210	60	1,5451	2,39	0,0333	1,273
0,30	0,5218	0,2723	0,906	1,045	3,5	1,2330	1,52	0,406	1,221	70	1,5490	2,40	0,0286	1,273
0,35	0,5590	0,3125	0,891	1,052	4,0	1,2646	1,59	0,370	1,229	80	1,5514	2,41	0,0250	1,273
0,40	0,5932	0,3516	0,877	1,058	4,5	1,2880	1,66	0,338	1,235	90	1,5520	2,41	0,0222	1,273
0,45	0,6240	0,3894	0,863	1,064	5,0	1,3138	1,73	0,314	1,240	100	1,5560	2,42	0,02001	1,273
0,50	0,6533	0,4264	0,849	1,070	5,5	1,3340	1,78	0,293	1,244	∞	1,5708	2,467	0,0000	1,273

Réponse.

$\tau = 45$ mn.

2.5. Un long arbre en acier de diamètre $d = 2r_0 = 120$ mm qui avait la température $t_0 = 20$ °C est placé dans un four à température $t_f = 820$ °C.

Calculer le temps τ nécessaire pour chauffer l'arbre, si on admet que le chauffage se termine lorsque la température sur l'axe de l'arbre $t_{r=0} = 800$°C. Calculer également la température à la surface de l'arbre $t_{r=r_0}$ à la fin du chauffage.

Le coefficient de conductivité thermique et la diffusivité de l'acier sont respectivement : $\lambda = 21$ W/m·°C) ; $a = 6{,}11 \cdot 10^{-6}$ m²/s. Le coefficient de transmission de chaleur à la surface de l'arbre $\alpha = 140$ W/(m²·°C).

Réponse.

$\tau = 51$ mn ; $t_{r=r_0} = 804$ °C.

Solution.

Lors du chauffage (refroidissement) à température constante d'un long cylindre les températures sur son axe et à sa surface se déterminent en recourant aux abaques $\Theta_{r=0} = F_1$ (Bi, Fo) (fig. 2.3) et $\Theta_{r=r_0} = F_2$ (Bi, Fo) (fig. 2.4).

Dans le cas envisagé

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha r_0}{\lambda} = \frac{140 \cdot 0{,}6}{21} = 0{,}4 ;$$

$$\Theta_{r=0} = \frac{t_f - t_{r=0}}{t_f - t_0} = \frac{820 - 800}{820 - 20} = 0{,}025.$$

Pour ces valeurs de Bi et de $\Theta_{r=0}$ on trouve sur l'abaque de la figure 2.3 la valeur du nombre Fo = 5,2. Par conséquent, le temps nécessaire pour le chauffage de l'arbre

$$\tau = \frac{r_0^2 \mathrm{Fo}}{a} = \frac{(60 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5{,}2}{6{,}11 \cdot 10^{-6}} = 3060 \text{ s} = 51 \text{ mn}.$$

La température sans dimensions de la surface de l'arbre pour Bi = 0,4 et Fo = 5,2 est déterminée d'après l'abaque de la figure 2.4

$$\Theta_{r=r_0} = \frac{t_f - t_{r=r_0}}{t_f - t_0} = 0{,}02,$$

donc

$$t_{r=r_0} = t_f - 0{,}02\,(t_f - t_0) = 820 - 0{,}02 \cdot (820 - 20) = 804 \text{ °C}.$$

2.6. Déterminer la valeur des températures sur l'axe et à la surface de l'arbre pour les conditions du problème 2.5 20 et 40 mn après la charge de l'arbre dans le four.

Réponse.

Pour $\tau = 20$ mn, $t_{r=r_0} = 656$ °C ; $t_{r=0} = 620$ °C ;

pour $\tau = 40$ mn, $t_{r=r_0} = 763$ °C ; $t_{r=0} = 755$ °C.

2.7. En se plaçant dans les conditions du problème 2.5, calculer la température à la distance $r = 0{,}5\, r_0$ de l'axe de l'arbre $\tau = 20$ mn après le début du chauffage.

Etablir également les températures à la surface et sur l'axe de l'arbre au bout du même intervalle de temps et comparer les résultats avec la réponse du problème 2.6.

Réponse.

$t_{r=0} = 621$ °C ; $t_{r=0{,}5r_0} = 630$ °C ; $t_{r=r_0} = 656$ °C.

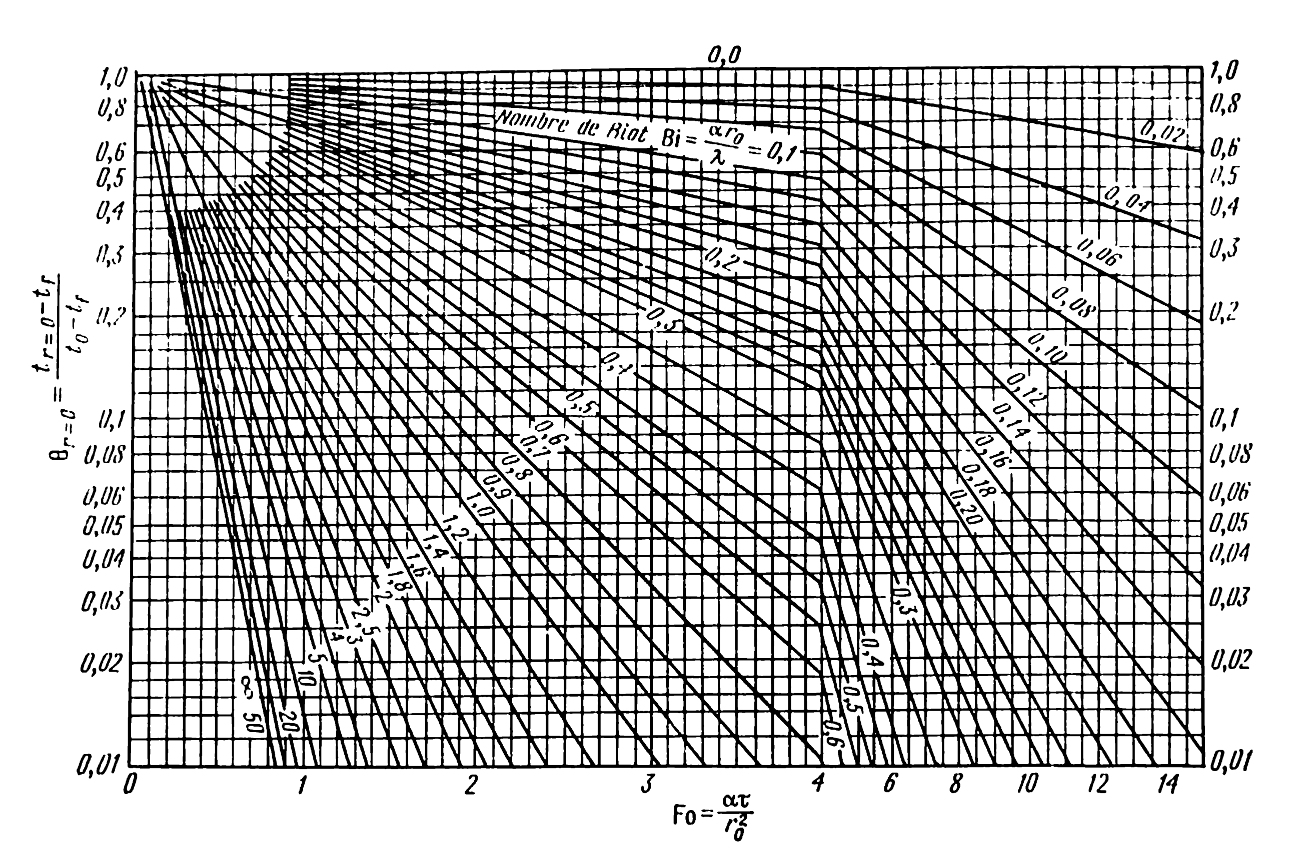


Fig. 2.3. Relation $\Theta = F_1$ (Fo, Bi) pour l'axe d'un cylindre [24].

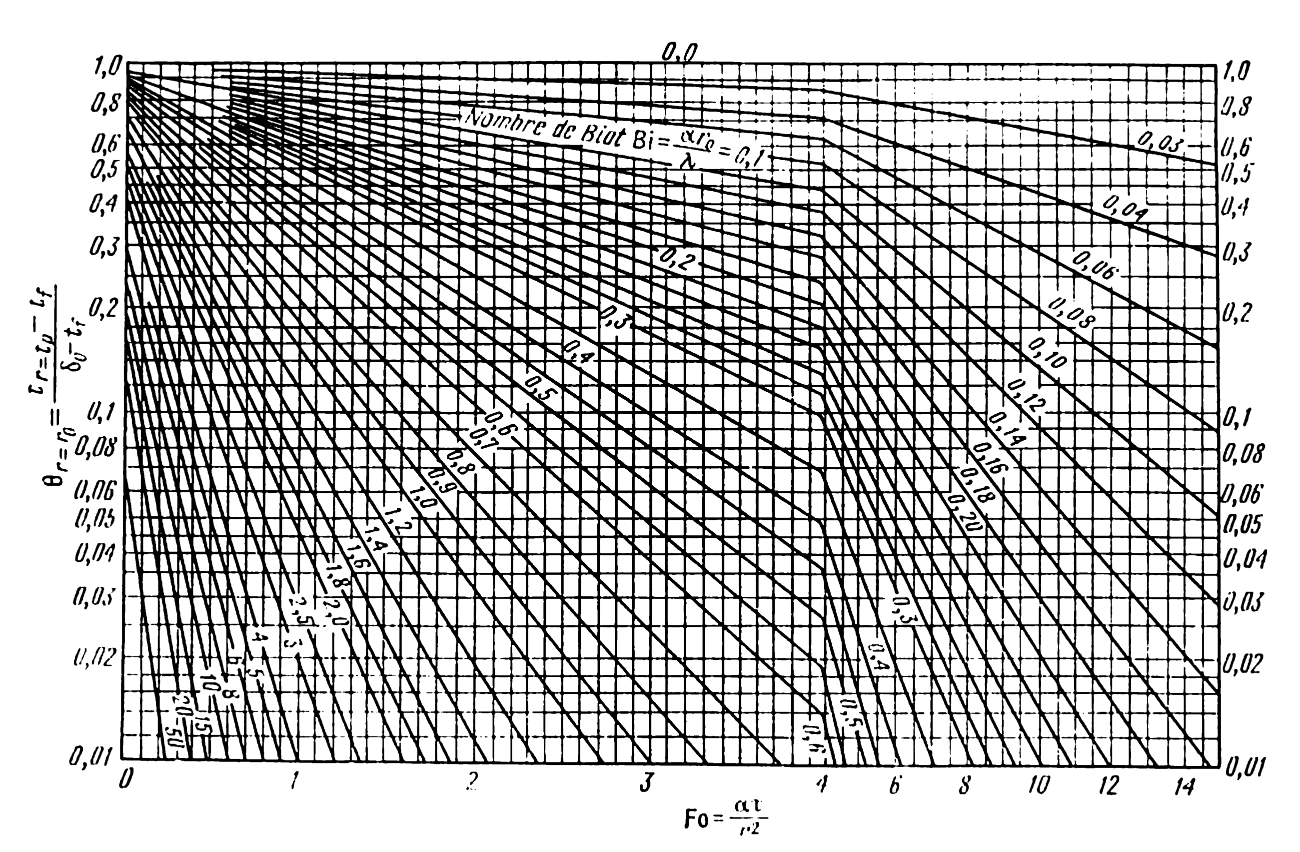


Fig. 2.4. Relation $\Theta = F_2$ (Fo, Bi) pour la surface d'un cylindre [24].

Le graphique de la distribution des températures suivant la section de l'arbre est donné par la figure 2.5 (τ = 20 mn).

Solution.

La température sans dimensions d'un long cylindre chauffé (refroidi) dans un milieu à température constante est exprimée par l'équation

$$\Theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\varepsilon_n)}{\varepsilon_n [J_0^2(\varepsilon_n) + J_1^2(\varepsilon_n)]} J_0\left(\varepsilon_n \frac{r}{r_0}\right) \exp(-\varepsilon_n^2 \mathrm{Fo}), \qquad (2.2)$$

où $J_0(\varepsilon_n)$ et $J_1(\varepsilon_n)$ sont les fonctions de Bessel de première espèce des ordres nul et premier.

Puisque dans ce cas on a

$$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{r_0^2} = \frac{6{,}11\cdot10^{-6}\cdot1200}{(60\cdot10^{-3})^2} = 2{,}04 > 0{,}25,$$

on peut se borner au premier terme de la série; il vient

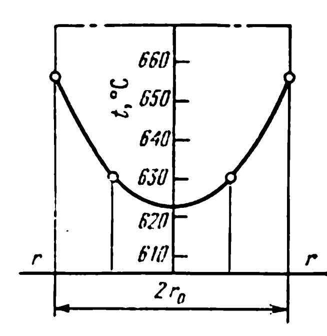


Fig. 2.5. Problèmes 2.6. et 2.7.

$$\Theta = N_0 J_0\left(\varepsilon_1 \frac{r}{r_0}\right) \exp(-\varepsilon_1^2 \mathrm{Fo})$$

et la température sans dimensions sur l'axe du cylindre

$$\Theta_{r=0} = N_0 \exp(-\varepsilon_1^2 \mathrm{Fo}),$$

alors que la température sans dimensions à la surface du cylindre

$$\Theta_{r=r_0} = P_0 \exp(-\varepsilon_1^2 \mathrm{Fo}).$$

Les valeurs de N_0, P_0, ε_1 et ε_1^2 en fonction de Bi sont données par le tableau 2.2.

Dans le cas envisagé, pour Bi = 0,4, on tire du tableau: $N_0 = 1{,}093$; $P_0 = 0{,}903$; $\varepsilon_1 = 0{,}8516$; $\varepsilon_1^2 = 0{,}726$. Par conséquent, pour Fo = 2,04,

$$\Theta_{r=0,5r_0} = 1{,}093 J_0\left(\frac{0{,}8516}{2}\right) \exp(-0{,}726\cdot2{,}04) =$$

$$= 1{,}093\cdot0{,}9548\cdot0{,}2276 = 0{,}238;$$

$$t_{r=0.5r_0} = t_f - \Theta_{r=0.5r_0}(t_f - t_0) = 820 - 0{,}238\cdot800 = 630\ °\mathrm{C};$$

$$\Theta_{r=0} = 1{,}093\cdot0{,}2276 = 0{,}2485;$$

$$t_{r=0} = 820 - 0{,}2485\cdot800 = 621\ °\mathrm{C};$$

$$\Theta_{r=r_0} = 0{,}903\cdot0{,}2276 = 0{,}205;$$

$$t_{r=r_0} = 820 - 0{,}205\cdot800 = 656\ °\mathrm{C}.$$

2.8. La température initiale d'un lingot d'acier sous forme de parallélépipède de dimensions 200 × 400 × 500 mm (fig. 2.6) était t_0 = 20 °C, puis le lingot a été placé dans un four à température t_f = 1400 °C.

Calculer la température t_c au centre du lingot 1,5 h après le chargement dans le four.

Le coefficient de conductivité thermique et la diffusivité de l'acier sont respectivement λ = 37,2 W/(m·°C); $a = 6{,}94\cdot10^{-6}$ m²/s; le coefficient de transmission de chaleur à la surface du lingot α = 186 W/(m²·°C).

Réponse.

t_c = 1282 °C.

Tableau 2.2

Coefficients pour le calcul du refroidissement (chauffage) d'un long cylindre de rayon r_0 [24]

$Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P_0	N_0	$Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P_0	N_0	$Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$	ε_1	ε_1^2	P_0	N_0
0,00	0,0000	0,0000	1,000	1,000	0,55	0,9808	0,962	0,869	1,124	6,0	2,0490	4,20	0,299	1,527
0,01	0,1412	1,0200	0,998	1,002	0,60	1,0184	1,036	0,858	1,134	7,0	2,0937	4,38	0,262	1,541
0,02	0,1995	0,0398	0,995	1,005	0,70	1,0873	1,184	0,836	1,154	8,0	2,1286	4,53	0,234	1,551
0,04	0,2814	0,0792	0,990	1,010	0,80	1,1490	1,322	0,815	1,172	9,0	2,1566	4,65	0,210	1,560
0,06	0,3438	0,1183	0,985	1,014	0,90	1,2048	1,453	0,795	1,190	10	2,1795	4,75	0,191	1,566
0,08	0,3960	0,1569	0,980	1,019	1,00	1,2558	1,580	0,774	1,208	12	2,2181	4,92	0,161	1,575
0,10	0,4417	0,1951	0,975	1,024	1,20	1,3450	1,81	0,738	1,239	14	2,2428	5,03	0,137	1,581
0,12	0,4726	0,2329	0,970	1,029	1,40	1,4250	2,03	0,704	1,268	16	2,2627	5,12	0,120	1,585
0,14	0,5200	0,2704	0,965	1,034	1,60	1,4900	2,22	0,671	1,295	18	2,2760	5,18	0,106	1,588
0,16	0,5545	0,3075	0,960	1,039	1,80	1,5460	2,39	0,639	1,319	20	2,2890	5,24	0,095	1,590
0,18	0,5868	0,3443	0,956	1,044	2,00	1,5994	2,55	0,610	1,340	25	2,3108	5,34	0,076	1,595
0,20	0,6170	0,3807	0,951	1,048	2,2	1,6432	2,70	0,584	1,357	30	2,3261	5,41	0,065	1,598
0,22	0,6455	0,4167	0,946	1,053	2,4	1,6852	2,84	0,558	1,375	35	2,3366	5,46	0,056	1,600
0,24	0,6726	0,4524	0,941	1,057	2,6	1,7234	2,97	0,534	1,392	40	2,3455	5,50	0,050	1,602
0,26	0,6983	0,4877	0,937	1,062	2,8	1,7578	3,09	0,513	1,406	50	2,3572	5,55	0,040	1,603
0,28	0,7229	0,5226	0,932	1,067	3,0	1,7887	3,20	0,492	1,420	60	2,3651	5,59	0,0333	1,604
0,30	0,7465	0,5572	0,927	1,071	3,5	1,8547	3,44	0,446	1,449	70	2,3707	5,62	0,0286	1,604
0,35	0,8012	0,642	0,915	1,082	4,0	1,9081	3,64	0,407	1,472	80	2,3750	5,64	0,0250	1,605
0,40	0,8516	0,726	0,903	1,093	4,5	1,9519	3,81	0,374	1,489	90	2,3791	5,66	0,0222	1,605
0,45	0,8978	0,806	0,891	1,103	5,0	1,9898	3,96	0,345	1,504	100	2,3809	5,67	0,0200	1,606
0,50	0,9408	0,888	0,880	1,114	5,5	2,0224	4,09	0,320	1,516	∞	2,4048	5,784	0,0000	1,606

Solution.

La température sans dimensions d'un point quelconque du parallélépipède est égale au produit des températures sans dimensions de trois plaques indéfinies, dont l'intersection forme le parallélépipède.

Par conséquent, la température au centre du parallélépipède est donnée par l'équation

$$\frac{t_f - t_c}{t_f - t_0} = \frac{t_f - t_{x=0}}{t_f - t_0}\,\frac{t_f - t_{y=0}}{t_f - t_0}\,\frac{t_f - t_{z=0}}{t_f - t_0}.$$

La température des plaques $t_{x=0}$, $t_{y=0}$, $t_{z=0}$ peut s'obtenir à l'aide de l'abaque qui donne la relation entre la température du centre d'une plaque indéfinie et les nombres Bi et Fo (cf. fig. 2.1). Pour une plaque d'épaisseur $2\delta_x = 200$ mm, on a

$$\text{Fo}_x = \frac{a\tau}{\delta_x^2} = \frac{6,94\cdot 10^{-6}\cdot 5400}{0,1^2} = 3,75;$$

$$\text{Bi}_x = \frac{\alpha\delta_x}{\lambda} = \frac{186\cdot 0,1}{37,2} = 0,5.$$

Trouvons d'après l'abaque que pour $\text{Fo}_x = 3,75$ et $\text{Bi}_x = 0,5$

$$\frac{t_f - t_{x=0}}{t_f - t_0} = 0,22.$$

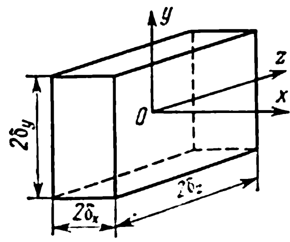


Fig. 2.6. Problème 2.8.

D'une façon analogue, pour une plaque d'épaisseur $2\delta_y = 400$ mm on a : $\text{Fo}_y = 0,937$; $\text{Bi}_y = 1,0$.

L'abaque donne

$$\frac{t_f - t_{y=0}}{t_f - t_0} = 0,57.$$

Pour une plaque d'épaisseur $2\delta_z = 500$ mm

$$\text{Fo}_z = 0,6; \quad \text{Bi}_z = 1,25$$

et

$$\frac{t_f - t_{z=0}}{t_f - t_0} = 0,68.$$

Par conséquent,

$$\frac{t_f - t_c}{t_f - t_0} = 0,22\cdot 0,57\cdot 0,68 = 0,0852$$

et la température au centre du lingot :

$$t_c = t_f - 0,0852\,(t_f - t_0) = 1400 - 0,0852\,(1400 - 200) = 1282\ °\text{C}.$$

2.9. Déterminer dans les conditions de chauffage du lingot du problème 2.8 les températures aux centres des faces de dimensions 200 × 400 mm et 200 × × 500 mm.

Réponse.

$$t_{x=0;\ y=0;\ z=\delta_z} = 1331\ °\text{C};$$

$$t_{x=0;\ y=\delta_y;\ z=0} = 1323\ °\text{C}.$$

2.10. Une billette d'acier de forme cylindrique de diamètre $d = 80$ mm et de longueur $l = 160$ mm (fig. 2.7) était à l'instant initial chauffée uniformément jusqu'à $t_0 = 800$ °C, puis refroidie à l'air dont la température $t_f = 30$ °C. Calculer la température au centre de la billette $t_{x=0;\ r=0}$ et au centre de la face $t_{r=0;\ x=l/2}$, $\tau = 30$ mn après le début du refroidissement.

Le coefficient de conductivité thermique et la diffusivité de l'acier sont respectivement : $\lambda = 23{,}3$ W/(m·°C) ; $a = 6{,}11 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Le coefficient de transmission de chaleur à partir de la surface de la billette $\alpha = 118$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$t_{r=0;\ x=0} = 55\ °\text{C}; \quad t_{r=0;\ x=l/2} = 50\ °\text{C}.$$

2.11. Dans les conditions de refroidissement de la billette d'acier du problème 2.10, calculer la température au centre de la billette et au centre de la face, si les dimensions de la billette sont doublées, c'est-à-dire si $d = 160$ mm et $l = 320$ mm.

Réponse.

$$t_{r=0;\ x=0} = 211\ °\text{C};$$
$$t_{r=0;\ x=l/2} = 153\ °\text{C}.$$

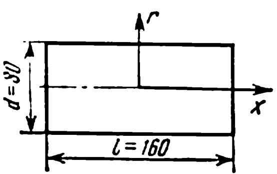


Fig. 2.7. Problème 2.10.

2.12. Une longue barre d'acier de section rectangulaire 400 × 320 mm avait à l'instant initial la température $t_0 = 1000$ °C, puis elle a été placée pour se refroidir dans un milieu à température $t_f = 20$ °C.

Le coefficient de conductivité thermique de l'acier $\lambda = 32$ W/(m·°C), la diffusivité $a = 7 \cdot 10^{-6}$ m²/s; le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la barre reste constant pendant le refroidissement et égal à 170 W/(m²·°C).

Calculer la température sur l'axe de la barre pour $\tau = 1$, 2, 3 et 4 heures après le début du refroidissement.

Réponse.

$$\Theta_1 = 0{,}403; \quad \Theta_2 = 0{,}130; \quad \Theta_3 = 0{,}0424; \quad \Theta_4 = 0{,}0137;$$
$$t_1 = 415\ °\text{C}; \quad t_2 = 148\ °\text{C}; \quad t_3 = 62\ °\text{C}; \quad t_4 = 23\ °\text{C}.$$

2.13. Une plaque d'acier d'épaisseur $2\delta = 400$ mm est chauffée dans un four à température constante $t_f = 800$ °C. A l'instant de sa charge dans le four la température de la plaque $t_0 = 30$ °C était uniformément répartie. Le coefficient de transmission de chaleur vers la surface de la plaque restait constant au cours du chauffage et égal à $\alpha = 200$ W/(m²·°C). Les autres dimensions de la plaque sont grandes par rapport à l'épaisseur et on peut admettre que son champ thermique est unidimensionnel.

Calculer la quantité de chaleur amenée à 1 m² de la plaque 2 h après le début du chauffage. Le coefficient de conductivité de l'acier $\lambda = 37{,}2$ W/(m·°C) et sa diffusivité $a = 7 \cdot 10^{-6}$ m²/s; la densité de l'acier $\rho = 7800$ kg/m³.

Réponse.

$$\overline{\Theta} = 0{,}098; \quad Q = 1470 \cdot 10^3\ \text{kJ/m}^2.$$

Solution.

Le calcul de la quantité de chaleur émise (absorbée) par la plaque au cours du refroidissement (chauffage) en un intervalle de temps de 0 à τ se ramène pratiquement au calcul de la température moyenne sans dimensions à l'instant τ, c'est-à-dire peut se faire d'après la formule

$$Q = Q_{\text{tot}}(1 - \overline{\Theta}). \tag{2.3}$$

Ici Q_{tot} est la quantité totale de chaleur en J, qui peut être émise ou absorbée par la plaque en un temps de $\tau = 0$ à $\tau = \infty$:

$$Q_{\text{tot}} = 2\delta f \rho c\, (t_0 - t_f), \tag{2.4}$$

où f est l'aire d'une face de la plaque.

La température sans dimensions moyenne de la plaque à l'instant τ peut se calculer d'après la formule

$$\bar{\Theta}=\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin^2 \varepsilon_n}{\varepsilon_n^2+\varepsilon_n \sin \varepsilon_n \cos \varepsilon_n} \exp(-\varepsilon_n^2 \mathrm{Fo}). \qquad (2.5)$$

En portant les valeurs correspondantes données par l'énoncé du problème dans la formule (2.4), on obtient

$$Q_{tot} = 0{,}4\cdot 7800\cdot 682\cdot(800 - 30) = 1630\cdot 10^3 \text{ kJ/m}^2,$$

où

$$c=\frac{\lambda}{\rho a}=\frac{37{,}2}{7800\cdot 7\cdot 10^{-6}}=682 \text{ J/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Calculons les nombres Fo et Bi

$$\mathrm{Fo}=\frac{a\tau}{\delta^2}=\frac{7\cdot 10^{-6}\cdot 7200}{0{,}2^2}=1{,}26;$$

$$\mathrm{Bi}=\frac{\alpha\delta}{\lambda}=\frac{200\cdot 0{,}2}{37{,}2}=1{,}075.$$

Le nombre Fo $> 0{,}3$ et pour des calculs assez précis on peut utiliser le premier terme de la somme (2.5). D'après la valeur de Bi tirée du tableau 2.1, on trouve la valeur de ε_1. En écrivant cette valeur dans la formule (2.5), on trouve

$$\bar{\Theta} = 0{,}098.$$

En remplaçant Q_{tot} et $\bar{\Theta}$ dans l'équation (2.3) par leurs valeurs calculées, on obtient

$$Q = 1630\cdot 10^3 (1 - 0{,}098) = 1470\cdot 10^3 \text{ kJ/m}^2.$$

2.14. Un cylindre en acier de diamètre $d = 500$ mm est refroidi dans un milieu à température constante $t_f = 15$ °C. A l'instant initial la température du cylindre $t_0 = 450$ °C était répartie uniformément. En tous les points de la surface du cylindre le coefficient de transmission de chaleur $\alpha = 160$ W/(m²·°C) ne changeait pas pendant le refroidissement.

Le coefficient de conductivité thermique, la diffusivité et la densité de l'acier sont respectivement: $\lambda = 49$ W/(m·°C); $a = 1{,}4\cdot 10^{-5}$ m²/s; $\rho = 7850$ kg/m³.

Calculer la quantité de chaleur émise par 1 m de cylindre au milieu ambiant en trois heures après le début du refroidissement.

Réponse.

$$Q = 297\cdot 10^3 \text{ kJ/m}.$$

2.15. Une billette d'acier sous forme de barre rectangulaire de $480 \times 360 \times 280$ mm est chauffée dans un four à température constante $t_f = 800$ °C. Avant le début du chauffage, la billette avait en tous les points la même température $t_0 = 20$ °C. Pendant le chauffage le coefficient de transmission de chaleur à toutes les faces de la barre restait le même et égal à 200 W/(m²·°C).

Le coefficient de conductivité thermique, la diffusivité et la densité de l'acier sont respectivement: $\lambda = 37{,}2$ W/(m·°C); $a = 7\cdot 10^{-6}$ m²/s; $\rho = 7800$ kg/m³.

Calculer la quantité de chaleur absorbée par la barre pendant 2,5 h de chauffage.

Réponse.

$$Q = 189\cdot 10^3 \text{ kJ}.$$

2.16. Une billette cylindrique en acier de diamètre $d = 620$ mm et de longueur $l = 700$ mm est refroidie dans un milieu à température constante $t_f = 20$ °C. Avant le début du refroidissement la température de la billette

était $t_0 = 600$ °C. Pendant le refroidissement, le coefficient de transmission de chaleur à partir de la surface de la billette restait le même et égal à 160 W/(m² × °C).

Le coefficient de conductivité thermique, la diffusivité et la densité de l'acier sont respectivement: $\lambda = 49$ W/(m·°C); $a = 1,4\cdot10^{-5}$ m²/s; $\rho = 7850$ kg/m³.

Calculer la quantité de chaleur transmise par le cylindre au milieu ambiant en 2,8 h de refroidissement.

Réponse.

$$Q = 426\cdot10^3 \text{ kJ}.$$

2.17. Un mur de briques d'épaisseur $2\delta = 500$ mm est en contact des deux côtés avec un milieu à température constante de 18 °C. Le coefficient de conductivité thermique, la diffusivité et la densité du matériau sont respectivement: $\lambda = 0,7$ W/(m·°C); $a = 0,647\cdot10^{-6}$ m²/s; $\rho = 1700$ kg/m³.

Comment changera la température à la surface et au centre du maçonnage pendant 1 h, si la température du milieu baisse subitement jusqu'à 8 °C? Le coefficient de transmission de chaleur à partir de la surface du maçonnage reste constant et vaut 7 W/(m²·°C).

Note. Dans ce problème, le nombre Fo < 0,3; pour trouver la température on ne peut donc pas se borner au premier terme de la série, il faut calculer au moins trois termes de la somme. Les valeurs des racines de l'équation (2.1) peuvent être tirées de [24].

Réponse.

Température de la surface du maçonnage: $t_{x=\delta} = 14,3$ °C. Température au centre du maçonnage: $t_{x=0} = 18$ °C. Par conséquent, en 1 h les perturbations thermiques n'atteindront pratiquement pas le centre du mur.

2.18. Dans une installation expérimentale de mesure de la diffusivité des corps solides par la méthode du régime régulier, le matériau testé est placé dans un calorimètre cylindrique de diamètre $d = 50$ mm long de $l = 75$ mm. Après le chauffage préalable, le calorimètre est refroidi dans un thermostat à eau (fig. 2.8), où la température de l'eau est maintenue constante à 20 °C.

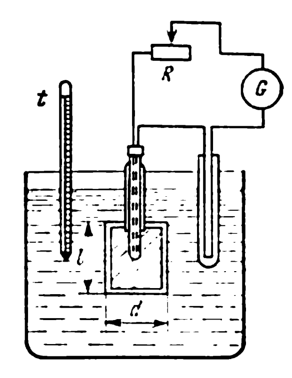


Fig. 2.8. Problème 2.18.

Calculer la diffusivité du matériau testé, si pendant le refroidissement, après l'établissement du régime régulier, la température de l'échantillon au droit de l'encastrement du thermocouple a baissé en $\Delta\tau = 7$ mn de $t_1 = 30$ °C à $t_2 = 22$ °C.

Réponse.

$$a = 3,47\cdot10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}.$$

2.19. Dans une installation expérimentale de mesure de la conductivité thermique des corps solides par la méthode du régime régulier le matériau testé est placé dans un calorimètre sphérique de rayon $r_0 = 30$ mm. Après le chauffage préalable, le calorimètre est refroidi dans un thermostat à air dont la température est maintenue constante à 20 °C.

Les tests préalables ont permis d'établir que le coefficient de transmission de chaleur par la surface du calorimètre à l'air ambiant $\alpha = 7$ W/(m²·°C) et la diffusivité du matériau $a = 3,47\cdot10^{-7}$ m²/s (cf. problème 2.18).

Calculer le coefficient de conductivité thermique du matériau testé, si pendant le refroidissement après l'établissement du régime régulier, la température au centre du calorimètre diminue en $\Delta\tau = 15$ mn de $t_1 = 27$ °C à $t_2 = 24$ °C.

Réponse.

$$\lambda = 0,35 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}.$$

2.20. Calculer le rythme de refroidissement d'un corps qui à $\tau = 0$ avait la température uniforme de $t_0 = 210$ °C. Pour subir le refroidissement le corps a été placé dans un milieu à température constante $t_f = 195$ °C. Les mesures de la température excédentaire en fonction du temps traduites par la graduation de l'échelle d'un galvanomètre sont données ci-dessus

τ, mn . .	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
Valeur de traits . . .	330	300	281	262	245	230	214	200	187	175	165	155	145	131,5	129

Réponse.

$$m = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\ 1/\text{s}.$$

2.21. Calculer le coefficient de transmission de chaleur par convection libre à partir de la surface d'une sphère à l'air. La sphère en acier de diamètre $d = 60$ mm est refroidie dans la période régulière à la cadence $m = 16{,}7 \cdot 10^{-5}$ 1/s. Admettre que le facteur de distribution irrégulière de la température est $\psi = 1$.

La densité et la chaleur spécifique de l'acier sont $\rho = 7900$ kg/m³; $c = 460$ J/(kg·°C).

Vérifier si on peut dans le cas envisagé admettre que $\psi = 1$

Réponse.

$$\alpha = 6{,}06\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}).$$

CHAPITRE 3

TRAITEMENT DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES PAR LA MÉTHODE DE LA SIMILITUDE

3.1. Etablir par expérience la distribution des températures dans un long arbre en acier de $d = 400$ mm de diamètre $\tau = 2{,}5$ h après sa charge dans le four.

Pour l'acier, le coefficient de conductivité thermique et la diffusivité sont respectivement: $\lambda = 42$ W/(m·°C); $a = 1{,}18 \cdot 10^{-5}$ m²/s. Le coefficient de transmission de chaleur à l'arbre dans le four $\alpha = 116$ W/(m²·°C).

On se propose de réaliser l'étude dans un petit four avec un modèle géométriquement similaire de l'arbre en acier allié. Pour le modèle $\lambda_m = 16$ W/(m·°C); $a_m = 0{,}53 \cdot 10^{-5}$ m²/s; $\alpha_m = 150$ W/(m²·°C).

Calculer le diamètre d_m du modèle de l'arbre et l'intervalle de temps après la charge du modèle dans le four au bout duquel il faut mesurer la distribution des températures dans le modèle.

Réponse.

$$d_m = 117{,}5 \text{ mm}; \quad \tau_m = 1735 \text{ s.}$$

Solution.

La similitude des champs des températures du modèle et de l'arbre aura lieu lorsque les nombres Bi et Fo de l'échantillon et du modèle seront égaux:

$$\mathrm{Bi}_m = \mathrm{Bi} \quad \text{et} \quad \mathrm{Fo}_m = \mathrm{Fo}$$

Les nombres de Biot et de Fourier de l'arbre valent

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha r}{\lambda} = \frac{116 \cdot 0{,}2}{42} = 0{,}552;$$

$$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{r^2} = \frac{1{,}18 \cdot 10^{-5} \cdot 9 \cdot 10^3}{0{,}2^2} = 2{,}66$$

La condition $\mathrm{Bi}_m = \mathrm{Bi}$ permet d'obtenir le diamètre du modèle:

$$d_m = 2r_m = 2\,\frac{\lambda_m}{\alpha_m}\,\mathrm{Bi} = 2\,\frac{16}{150}\,0{,}552 = 0{,}1175 \text{ m.}$$

La condition $\mathrm{Fo}_m = \mathrm{Fo}$ permet de calculer l'intervalle de temps cherché

$$\tau_m = \frac{r_m^2}{a_m}\,\mathrm{Fo} = \frac{(0{,}05875)^2}{0{,}53 \cdot 10^{-5}}\,2{,}66 = 1735 \text{ s.}$$

3.2. Calculer le diamètre du modèle de l'arbre d_m et la valeur du coefficient de transmission de chaleur pour lesquels, dans les conditions du problème 3.1, la similitude des champs thermiques surviendrait dans $\tau_m = 15$ mn après la charge du modèle dans le four. Déterminer également le rapport entre les dimensions linéaires, le temps et les températures de l'arbre et du modèle,

si l'on sait que leurs températures à la charge et les températures des fours étaient respectivement: $t_0 = 10\,°C$; $t_{0m} = 20\,°C$; $t_f = 1000\,°C$; $t_{f.m} = 200\,°C$.

Réponse.

$$d_m = 85 \text{ mm}; \quad \alpha_m = 208 \text{ W/(m}^2\cdot°\text{C)};$$

$$r/r_m = 4{,}7; \quad \tau/\tau_m = 10; \quad t = 5{,}5\, t_m - 100.$$

3.3. Une conduite de vapeur surchauffée de diamètre $d = 400$ mm porte un diaphragme de mesure qui doit être spécialement gradué, c'est-à-dire traduire la relation $\Delta p = f(G)$, où Δp est la chute de pressions statiques qui sollicitent le diaphragme, Pa; G, le débit de vapeur, kg/s.

Pour des raisons de fabrication, la graduation ne pouvant pas être réalisée directement sur l'échantillon, on a employé à cet effet un modèle réduit de 1/5 grandeur nature.

Les résultats des tests à l'eau portée à la température $t_{f.m} = 20\,°C$ ont fourni des valeurs de chute de pression sur le diaphragme pour de différents débits d'eau. Voici les résultats des mesures:

Δp, Pa	477	1178	4520	18 050	72 200
G, kg/s	2,22	4,44	8,88	17,76	35,52

Trouver la relation $\Delta p = f(G)$ pour l'échantillon lors de l'écoulement de la vapeur dans le domaine similaire et indiquer les limites de son application. La pression de la vapeur $p = 98$ kPa; sa température $t_f = 250\,°C$.

Réponse.

$$\Delta p = 222\, G^2 \quad \text{pour} \quad \mathrm{Re} > 1{,}42\cdot 10^5.$$

Solution.

Traitons les données expérimentales en recourant aux nombres caractéristiques et construisons la relation $\mathrm{Eu} = f(\mathrm{Re})$. Cette relation sera également vraie pour la vapeur. Ceci fait que la relation obtenue permet de trouver la relation $\Delta p = f(G)$ pour le cas de l'écoulement de la vapeur dans l'échantillon.

Pour déterminer la relation $\mathrm{Eu} = f(\mathrm{Re})$, calculons les nombres caractéristiques des données expérimentales de la graduation sur le modèle.

Le nombre d'Euler

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p_m}{\rho_m w_m^2}.$$

En retenant que la vitesse

$$w_m = \frac{4G_m}{\rho_m \pi d_m^2},$$

on obtient

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p_m}{\rho_m}\left(\frac{\rho_m \pi d_m^2}{4G}\right)^2.$$

Avec $t_{f.m} = 20\,°C$, pour l'eau $\rho_m = 998$ kg/m³; $\nu_m = 1\cdot 10^{-6}$ m²/s *). En portant les valeurs connues dans l'expression obtenue, on obtient

$$\mathrm{Eu} = 998\left(\frac{3{,}14\cdot 0{,}08^2}{4}\right)^2 \frac{\Delta p_m}{G_m^2} = 2{,}51\cdot 10^{-2}\, \frac{\Delta p_m}{G_m^2}.$$

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{w_m d_m}{\nu_m} = \frac{4G_m}{\rho_m \nu_m \pi d_m} = 15\,930\, G_m,$$

où

$$d_m = \frac{d}{5} = \frac{0{,}4}{5} = 0{,}08 \text{ m}.$$

---

*) Là et dans ce qui suit les propriétés physiques du liquide et toutes les références nécessaires pour résoudre tous les problèmes sont indiquées par les tableaux des annexes.

En y portant les valeurs de G_m et Δp_m obtenues par graduation du diaphragme, calculons les valeurs correspondantes des nombres caractéristiques. Les résultats de ces calculs sont consignés sur le tableau qui suit:

Δp_m, Pa	G_m, kg/s	W_m, m/s	Eu	Re
477	2,22	0,443	2,44	35 400
1 178	4,44	0,886	1,505	70 800
4 520	8,88	1,772	1,44	141 600
18 050	17,76	3,544	1,44	283 200
72 200	35,52	7,088	1,44	566 400

D'après ces données on construit la courbe de la relation Eu = f (Re) (fig. 3.1).

Le tableau et le graphique rendent clair que pour Re $> 1{,}42\cdot10^5$, Eu = = const = 1,44 (domaine similaire). Par conséquent, lorsque la vapeur parcourt l'échantillon avec Re $> 1{,}42\cdot10^5$, le nombre Eu = 1,44. Utilisons cette relation pour calculer la dépendance cherchée. Pour l'échantillon, lorsque la vapeur se déplace,

$$\Delta p = \mathrm{Eu}\rho w^2 = \frac{1{,}44}{v} w^2 = \frac{1{,}44}{2{,}452} w^2 = 0{,}587\ w^2,$$

où pour p = 98 kPa et t_f = 250 °C, le volume spécifique v = 2,452 m³/kg.

En remplaçant la vitesse par le débit

$$w = \frac{Gv}{0{,}785d^2},$$

où le débit G est en kg/s, on obtient

$$\Delta p = 0{,}587 \left(\frac{2{,}452}{0{,}785\cdot0{,}4^2}\right)^2 G^2,$$

d'où

$\Delta p = 222\ G^2$ pour Re $> 1{,}42\cdot10^5$.

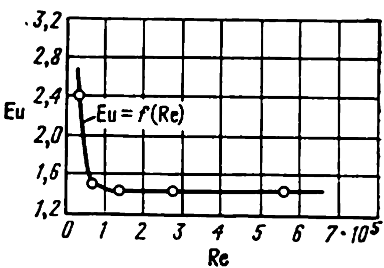


Fig. 3.1. Problème 3.3.

3.4. Dans les conditions d'un écoulement laminaire du liquide à une distance assez éloignée de l'entrée la chute de pression en Pa du tronçon de longueur l d'un tube circulaire de section constante est définie par l'équation

$$\Delta p = \frac{128}{\pi} \frac{\mu V l}{d^4},$$

où μ est le coefficient de viscosité dynamique, Pa·s; V, le débit volumique, m³/s; d, le diamètre du tube, m.

Mettre cette équation sous la forme de dépendance entre les nombres caractéristiques et sous celle de relation du coefficient de frottement:

$$\mathrm{Eu} = f\ (\mathrm{Re}) \quad \text{et} \quad \xi = f_1\ (\mathrm{Re})$$

où

$$\xi = 2 \frac{\Delta p}{\rho w^2} \frac{d}{l}.$$

Réponse.

$$\mathrm{Eu} = \frac{32}{\mathrm{Re}} \frac{l}{d}; \quad \xi = \frac{64}{\mathrm{Re}}.$$

3.5. Dans un tube de diamètre $d = 16$ mm et de longueur $l = 2,1$ m se déplace l'eau chaude transmettant par la paroi la chaleur au fluide qui baigne le tube de l'extérieur.

Le débit de l'eau par le tube $G = 0,0091$ kg/s; sa température à l'entrée $t_{f_1} = 87,2$ °C, à la sortie, $t_{f_2} = 29$ °C; la température moyenne de la paroi du tube $t_p = 15,3$ °C.

Calculer les nombres Nu, Re et Pe en adoptant comme déterminante la moyenne arithmétique de la température du liquide. Rapporter le coefficient de transmission de chaleur à la moyenne arithmétique de la différence des températures entre l'eau et la paroi.

Réponse.

$$Nu = 11,9; \quad Re = 1485; \quad Pe = 4600.$$

3.6. Calculer le coefficient de transmission de chaleur et le nombre Nu pour les conditions du problème 3.5, si le coefficient de transmission de chaleur est rapporté à la moyenne logarithmique de la différence des températures entre le liquide et la paroi. Comparer les valeurs obtenues avec le résultat du problème 3.5.

Réponse.

$$\alpha_{log} = 597 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad Nu_{log} = 14,5.$$

3.7. Calculer le nombre d'Euler et le coefficient de résistance au frottement pour les conditions du problème 3.5, si la chute de pression le long du tube $\Delta p = 5,88$ Pa.

Réponse.

$$Eu = 2,82; \quad \xi = 0,0431.$$

3.8. Un modèle à air d'une chaudière à vapeur exécuté à 1/8 de grandeur nature est utilisé pour l'étude du transfert de chaleur par convection. La première conduite à gaz du modèle a permis d'obtenir pour de différentes vitesses de l'air les valeurs suivantes du coefficient de transmission de chaleur:

w_m, m/s . .	2,0	3,14	4,65	8,8
α_m, W/(m²·°C) . . .	50,4	68,6	90,6	141

La température moyenne de l'air chassé par le modèle $t_{f.m} = 20$ °C. Le diamètre de ses tubes $d_m = 12,5$ mm. Pour traiter les données expérimentales, le coefficient de transmission de chaleur a été rapporté à la moyenne de la différence arithmétique des températures du liquide et de la paroi.

En partant des données fournies par le modèle, trouver la formule de calcul du transfert de chaleur par convection dans la première conduite de gaz de la chaudière sous la forme de la relation $Nu = f(Re)$.

Réponse.

$$Nu = 0,15 \ Re^{0,685}.$$

Solution.

D'après les données obtenues à l'aide du modèle, la relation du transfert de chaleur est cherchée sous la forme $Nu = C Re^n$. Le nombre $Nu_m = \frac{\alpha_m d_m}{\lambda_f}$ et le nombre $Re_m = \frac{w_m d_m}{\nu_f}$, où avec $t_{f.m} = 20$ °C, pour l'air, $\lambda_f = 0,026$ W/(m × × °C); $\nu_f = 15,06 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

En portant dans l'expression des nombres Nu et Re les valeurs correspondantes, on obtient

$$Nu_m = 0,481 \alpha_m; \quad Re_m = 830 \ w_m.$$

Les résultats du calcul des nombres Nu_m et Re_m pour les valeurs correspondantes de α_m et w_m sont consignés sur le tableau qui suit:

w_m, m/s	α_m, W/(m²·°C)	Re_m	Nu_m
2,0	50,4	1660	24,2
3,14	68,6	2600	33,0
4,65	90,6	3860	43,6
8,8	141	7300	68,0

Traçons d'après ces données la relation $Nu_m = f(Re_m)$ en coordonnées logarithmiques (fig. 3.2). D'après la tangente de la pente de la courbe à l'axe des abscisses déterminons l'exposant n, puis la constante C : $C = Nu_m/Re_m^n$. On obtient la formule de calcul $Nu = 0{,}15\ Re^{0{,}683}$ vraie pour $1600 \leqslant Re \leqslant 7300$.

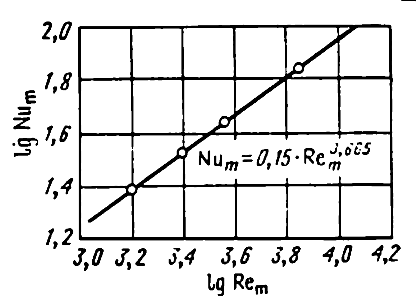


Fig. 3.2. Problème 3.8.

3.9. Calculer la quantité de chaleur transmise par les gaz aux parois des tubes de la première conduite de gaz de la chaudière, dont les résultats de l'exploration ont été donnés par le problème 3.8, si on possède les renseignements suivants: vitesse moyenne du gaz $w = 6$ m/s; températures de la fumée en amont et en aval de la première conduite de gaz de la chaudière, respectivement $t_{f_1} = 900$ °C et $t_{f_2} = 700$ °C; température des parois des tubes: $t_p = 250$ °C; surface de chauffe de la conduite de gaz: $F = 500$ m².

Adopter comme déterminante la moyenne arithmétique de la température $t_f = 0{,}5\,(t_{f_1} + t_{f_2})$. Composition de la fumée: $\bar{p}_{CO_2} = 0{,}13$; $\bar{p}_{H_2O} = 0{,}11$; $\bar{p}_{N_2} = 0{,}76$.

Réponse.

$$\alpha = 44{,}4\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};\quad Q = 12{,}2\cdot 10^3\ \text{kW}.$$

3.10. L'étude sur une installation expérimentale a eu pour objet le transfert de chaleur lors du contournement transversal d'un cylindre unique par l'air. Les tests ont fourni les valeurs des coefficients de transmission de chaleur α_1 et α_2, W/(m²·°C) pour deux cylindres de diamètres respectifs $d_1 = 10$ mm et $d_2 = 20$ mm à la température constante $t_f = 20$ °C et différentes vitesses du courant incident w, m/s.

Voici les données obtenues:

w, m/s	2,0	5,0	10	20
α_1, W/(m²·°C) . . .	39,5	71,2	106,5	165,3
α_2, W/(m²·°C) . . .	31,2	55,6	83,4	128

Trouver sous la forme de nombres caractéristiques $Nu_f = C Re_f^n$ la relation pour le transfert de chaleur. Comparer les graphiques $\alpha_1 = f_1(w)$ et $\alpha_2 = f_2(w)$.

Réponse.

$$Nu_f = 0{,}18\ Re_f^{0{,}62}.$$

La comparaison des graphiques montre que pour la même vitesse les coefficients de transmission de chaleur diffèrent à peu près de 30 %. Lors du traitement sous la forme de nombres caractéristiques on obtient que pour les deux cylindres la relation $Nu = f(Re)$ est univoque.

3.11. L'étude des pertes de chaleur par la surface des conduites de vapeur horizontales dans les conditions d'une convection naturelle a été réalisée sur une installation de laboratoire, dont le tube utilisé pour les mesures avait un diamètre $d = 30$ mm.

Les expériences étaient menées à des températures différentes de la paroi du tube. Le coefficient de transmission de chaleur ainsi obtenu avait les valeurs suivantes:

α, W/(m²·°C)	11,75	12,34	12,87	13,34	13,75
t_p, °C	210	250	290	330	370

La température de l'air ambiant loin de la surface du tube restait constante et égale à 30 °C.

En partant des valeurs expérimentales des coefficients de transmission de chaleur obtenus trouver la relation de calcul généralisée de la transmission de chaleur dans les conditions de convection naturelle. En tenant compte que pour l'air, dans un large intervalle de températures, le nombre Pr reste pratiquement constant, déduire la relation sous la forme $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr})$.

Pour le traitement des données empiriques retenir comme déterminante la température de l'air loin de la surface du tube.

Réponse.

$$\mathrm{Nu} = 0{,}47\ \mathrm{Gr}^{0{,}25} \quad \text{pour} \quad 6\cdot10^5 < \mathrm{Gr} < 1{,}2\cdot10^6.$$

CHAPITRE 4

TRANSFERT DE CHALEUR DANS LE CONTOURNEMENT LONGITUDINAL FORCÉ D'UNE SURFACE PLANE

4.1. Une plaque mince longue de $l_0 = 2$m et large de $a = 1,5$ m est contournée par un courant d'air longitudinal (fig. 4.1). La vitesse et la température du courant incident sont respectivement: $w_0 = 3$ m/s; $t_0 = 20$ °C. La température de la surface de la plaque $t_p = 90$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la longueur et la quantité de chaleur transmise par la plaque à l'air.

Réponse.

$$\alpha = 4{,}87 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad Q = 2050 \text{ W}.$$

Solution.

A $t_0 = 20$ °C, pour l'air $\nu = 15{,}06\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda = 2{,}59\cdot10^{-2}$ W/(m·°C); Pr = 0,703. Le nombre de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{w_0 l_0}{\nu} = \frac{3\cdot2}{15{,}06\cdot10^{-6}} = 3{,}98\cdot10^5 < 5\cdot10^5,$$

donc, l'écoulement de la couche limite est laminaire *). Dans ces conditions la

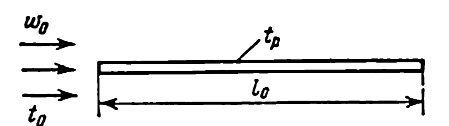


Fig. 4.1. Problème 4.1.

moyenne du transfert de chaleur suivant la longueur peut se calculer d'après la formule [4]:

$$\text{Nu} = 0{,}67 \ \text{Re}^{1/2}\text{Pr}^{1/3}, \tag{4.1}$$

où

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l_0}{\lambda}; \quad \text{Re} = \frac{w_0 l_0}{\nu},$$

et les propriétés physiques sont choisies suivant la température du courant incident t_0.

Dans le cas envisagé

$$\text{Nu} = 0{,}67\ (3{,}98\cdot10^5)^{1/2}\ (0{,}703)^{1/3} = 375,$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \text{Nu}\,\frac{\lambda}{l_0} = 375\,\frac{2{,}59\cdot10^{-2}}{2} = 4{,}87 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

*) Dans les calculs pratiques on adopte souvent la valeur critique du nombre de Reynolds $\text{Re}_{cr} = 1\cdot10^5$.

La quantité de chaleur transmise par les deux côtés de la plaque $Q = \alpha (t_p - t_0) F = 4{,}87 (90-20) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 2050$ W.

4.2. Calculer pour les conditions du problème 4.1 l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique et les valeurs des coefficients de transmission de chaleur locaux à des distances différentes du bord amont de la plaque $x = 0{,}1 l_0$; $0{,}2 l_0$; $0{,}5 l_0$ et $1{,}0 l_0$. Construire le graphique de la dépendance entre l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique δ_{lam} et le coefficient de transmission de chaleur d'une part, et la distance relative x/l_0 de l'autre.

Réponse.

x/l_0	0,1	0,2	0,5	1,0
δ_{lam}, mm	4,66	6,58	10,4	14,7
α_x, W/(m²·°C)	7,73	5,65	3,45	2,44

Solution.

D'après les conditions du problème 4.1 le transfert de chaleur a lieu dans les conditions d'un écoulement laminaire de la couche limite. L'épaisseur de la couche limite laminaire et le coefficient de transmission de chaleur local à la distance x du bord de la plaque sont déterminés par les formules [4, 12]:

$$\delta_{lam} = \frac{4{,}64x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{4.2}$$

et

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}335\, \mathrm{Re}_x^{1/2}\, \mathrm{Pr}^{1/3}, \tag{4.3}$$

où

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda} \quad \text{et} \quad \mathrm{Re}_x = \frac{w_0 x}{\nu}.$$

A la distance $x = 0{,}1 l_0$

$$\mathrm{Re}_x = \frac{w_0 (0{,}1 l_0)}{\nu} = \frac{3 \cdot 0{,}2}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 3{,}98 \cdot 10^4;$$

$$\delta_{lam} = \frac{4{,}64 \cdot 0{,}2}{\sqrt{3{,}98 \cdot 10^4}} = 4{,}66 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}335\, (3{,}98 \cdot 10^4)^{1/2}\, (0{,}703)^{1/3} = 59{,}5;$$

$$\alpha_x = \mathrm{Nu}_x \frac{\lambda}{x} = 59{,}5 \frac{2{,}59 \cdot 10^{-2}}{0{,}2} = 7{,}73 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

D'une façon analogue on calcule les valeurs cherchées pour d'autres rapports x/l_0. Les résultats des calculs sont portés sur le tableau de la réponse du problème et visualisés sur la figure 4.2.

4.3. Une mince plaque de longueur $l_0 = 125$ mm est contournée par un courant longitudinal de fluide. La température du courant incident $t_0 = 20$ °C.

Calculer la longueur critique x_{cr}, l'épaisseur limite de la couche limite laminaire $\delta_{lam.cr}$, les coefficients de transmission de chaleur locaux et l'épaisseur de la couche limite laminaire aux distances $x = 0{,}1 l_0$; $0{,}2 l_0$; $0{,}5 l_0$ et $1{,}0 l_0$ du bord amont de la plaque.

Effectuer le calcul pour deux cas:

a) la plaque est contournée par l'air à la vitesse du courant incident $w_0 = 10$ m/s;

b) la plaque est contournée par l'eau à $w_0 = 2$ m/s.

Pour le calcul adopter $\mathrm{Re}_{x\,cr} = 5 \cdot 10^5$.

Réponse.

Dans le cas de l'air $x_{cr} = 0{,}75$ m; $\delta_{lam.cr} = 4{,}93$ mm; dans le cas de l'eau: $x_{cr} = 0{,}25$ m; $\delta_{lam.cr} = 1{,}65$ mm.

x/l_0	0,1	0,2	0,5	1,0
α_x, W/(m²·°C):				
air	56,4	39,9	25,1	17,8
eau	4820	3420	2150	1520
δ_{lam}, mm:				
air	0,635	0,895	1,42	2,0
eau	0,366	0,516	0,822	1,15

4.4. En se plaçant dans les conditions du problème 4.3, calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen et la valeur du flux thermique q_l par 1 m de plaque pour l'air et l'eau, si la température de la surface de la plaque $t_p = 50$ °C.

Réponse.

Dans le cas de l'air: $\alpha = 35,7$ W/(m²·°C); $q_l = 279$ W/m; pour l'eau: $\alpha = 3050$ W/(m²·°C); $q_l = 2,3 \cdot 10^4$ W/m.

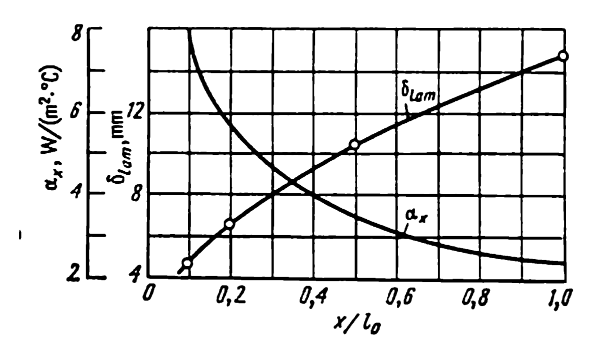


Fig. 4.2. Problème 4.2.

4.5. Une bande de constantan mince de section 0,1 × 5 mm est chauffée au courant électrique d'intensité $I = 20$ A. La résistance électrique de 1 m de bande $R_l = 1,0$ Ω/m.

La bande est contournée par un courant d'eau longitudinal. La vitesse et la température du courant incident $w_0 = 0,5$ m/s; $t_0 = 10$ °C.

Calculer la température de la bande à la distance de 25 et 200 mm du bord amont.

Réponse.

Pour $x = 25$ mm, $t_p = 35,2$ °C;

pour $x = 200$ mm, $t_p = 81,6$ °C.

4.6. Une plaque plane de longueur $l = 1$ m est contournée par un courant d'air longitudinal. La vitesse et la température du courant incident de l'air $w_0 = 80$ m/s et $t_0 = 10$ °C. Devant la plaque est placée une grille que turbulise le mouvement de la couche limite suivant toute la longueur de la plaque.

Calculer la moyenne du coefficient de transmission de chaleur local au bord amont. Calculer également l'épaisseur hydrodynamique de la couche limite sur le bord amont de la plaque.

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur moyen $\alpha = 202$ W/(m²·°C). La valeur du coefficient de transmission de chaleur local pour $x = l_0$, $\alpha_{x=l_0} =$

$= 157,5$ W/(m²·°C); l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique pour $x = l_0$, $\delta_t = 16,5$ mm.

Solution.

A la température du courant incident $t_0 = 10$ °C les propriétés physiques de l'air sont: $\nu = 14,16 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda = 2,51 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C).

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{w_0 l_0}{\nu} = \frac{80 \cdot 1,0}{14,16 \cdot 10^{-6}} = 5,65 \cdot 10^6 > 5 \cdot 10^5.$$

Sur la plaque le régime de la couche limite est turbulent.

Lorsque la plaque est contournée par l'air, le coefficient de transmission de chaleur moyen de la couche limite turbulente peut être calculé d'après la formule [17]

$$\mathrm{Nu} = 0,032\ \mathrm{Re}^{0,8}. \tag{4.4}$$

En portant la valeur obtenue du nombre de Reynolds dans (4.4), on obtient

$$\mathrm{Nu} = 0,032\ (5,65 \cdot 10^6)^{0,8} = 8050$$

et

$$\alpha = \mathrm{Nu} \frac{\lambda}{l_0} = 8050 \frac{2,51 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 202\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Lorsque la plaque est contournée par l'air et la couche limite est turbulente, le coefficient de transmission de chaleur local se calcule d'après la formule [17]

$$\mathrm{Nu}_x = 0,0255\ \mathrm{Re}_x^{0,8}, \tag{4.5}$$

où $\mathrm{Nu}_x = \alpha_x x/\lambda$ et $\mathrm{Re}_x = w_0 x/\nu$.

La valeur du coefficient de transmission de chaleur local au bord aval est déterminée en admettant que $x = l_0$; alors $\mathrm{Re}_x = 5,65 \cdot 10^6$; $\mathrm{Nu}_x = 0,255 \times (5,65 \cdot 10^6)^{0,8} = 6280$ et

$$\alpha_{x=l_0} = \mathrm{Nu}_{x=l_0} \frac{\lambda}{l_0} = 6280 \frac{2,51 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 157,5\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

L'épaisseur locale de la couche limite hydrodynamique turbulente est donnée par la formule [27]

$$\delta_t = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{\mathrm{Re}_x}}. \tag{4.6}$$

En y portant les valeurs connues, on obtient pour $x = l_0$

$$\delta_t = \frac{0,37 \cdot 1,0}{\sqrt[5]{5,65 \cdot 10^6}} = 0,0165\ \mathrm{m}.$$

4.7. Calculer sous les conditions du problème 4.6 l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique et les valeurs locales du coefficient de transmission de chaleur aux distances $x = 0,1l_0$; $0,2l_0$ et $0,8l_0$ du bord amont de la plaque. Construire le graphique de la variation de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique et des valeurs locales du coefficient de transmission de chaleur en fonction de la longueur de la plaque.

Réponse.

Les résultats de calcul sont portés sur la figure 4.3 et le tableau qui suit:

x, m	0,1	0,2	0,5	0,8
α_x, W/(m²·°C)	256	219	185	165
δ_t, mm	2,62	4,55	9,49	13,83

4.8. Une plaque plane est contournée par un courant d'air longitudinal. La vitesse et la température du courant incident sont respectivement: $w_0 = 6$ m/s; $t_0 = 20$ °C.

Calculer la quantité de chaleur transmise à l'air à condition que la température de la surface de la plaque $t_p = 80$ °C, l'étendue de cette surface dans le sens du courant $l = 1$ m, et transversalement à ce dernier, $b = 0,9$ m *).

Réponse.

$$Q = 1,3 \text{ kW}.$$

4.9. Une plaque mince de longueur $l = 0,2$ m est contournée par un courant d'air longitudinal. La vitesse et la température du courant incident sont respectivement $w_0 = 150$ m/s; $t_0 = 20$ °C.

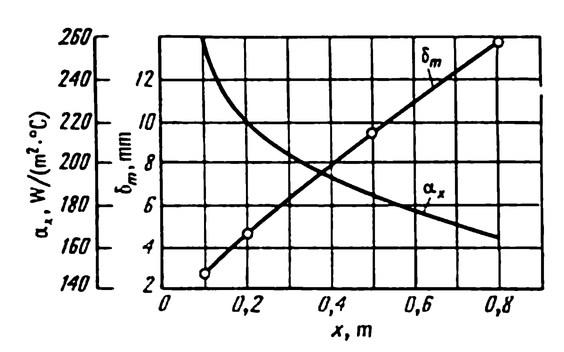


Fig. 4.3. Problème 4.7.

Calculer la moyenne du coefficient de transmission de chaleur à la surface de la plaque sous la condition que la température à la surface de celle-ci est $t_p = 50$ °C. Le calcul se fait sous l'hypothèse que suivant toute la longueur de la plaque le régime d'écoulement dans la couche limite est turbulent.

Réponse.

$$\alpha = 454 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \; q = 9080 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

A la température du courant incident $t_0 = 20$ °C, les propriétés physiques de l'air sont:

$$\nu = 15,06\cdot10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}; \quad \lambda = 2,59\cdot10^{-2} \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}; \quad c_p = 1,0 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{°C)}$$

Le nombre de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{w_0 l}{\nu} = \frac{150\cdot0,2}{15,06\cdot10^{-6}} = 1,99\cdot10^6.$$

Le nombre de Mach

$$M = \frac{w}{a} = \frac{150}{344} = 0,436,$$

où la vitesse du son dans l'air

$$a = 20,1\sqrt{T_0} = 20,1\sqrt{293} = 344 \text{ m/s}.$$

Pour calculer le transfert de chaleur de la plaque au courant d'air de vitesse subsonique élevée avec $10^5 < \text{Re} < 2\cdot10^6$ et $0,25 < M < 0,8$, la formule (4.4) est vraie à condition que le coefficient de transmission de chaleur est rapporté à la différence entre la température de la paroi et la température adiabatique de

*) Ici et dans ce qui suit (chapitres IV et VII) le rayonnement thermique n'est pas pris en considération.

la paroi $t_{a.p}$ [17]

$$t_{a.p}=t_0+r\frac{w_0^2}{2c_p}.$$

où dans le cas de la couche limite turbulente le coefficient de restitution d'une plaque contournée longitudinalement peut être adopté égal à $r=\sqrt[3]{\mathrm{Pr}}$.

Pour l'air à $t_0 = 20$ °C, $r=\sqrt[3]{0,703}=0,89$.

Dans notre cas

$$\mathrm{Nu} = 0{,}032\ \mathrm{Re}^{0,8} = 0{,}032\ (1{,}99\cdot10^6)^{0,8} = 3500$$

et

$$\alpha=\mathrm{Nu}\ \frac{\lambda}{l}=3500\,\frac{2{,}59\cdot10^{-2}}{0{,}2}=454\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

La température adiabatique de la paroi

$$t_{a.p}=20+0{,}89\ \frac{150^2}{2\cdot1\cdot10^3}=30\ ^\circ\mathrm{C}$$

et la densité du flux thermique

$$q = \alpha\ (t_p - t_{a.p}) = 454\ (50-30) = 9080\ \mathrm{W/m^2}.$$

4.10. Calculer la moyenne du coefficient de transmission de chaleur et la quantité de chaleur transmise par la surface de la plaque contournée par un courant d'air longitudinal.

La vitesse et la température du courant incident sont respectivement: $w_0 = 200$ m/s et $t_0 = 30$ °C. La température de la surface de la plaque $t_p =$ $= 90$ °C. La longueur de la plaque dans le sens du courant $l = 120$ mm, et sa largeur $b = 200$ mm.

Mener le calcul sous l'hypothèse que sur toute la longueur de la plaque la couche limite est turbulente.

Réponse.

$$\alpha = 640\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)};\qquad Q = 1{,}3\ \mathrm{kW}.$$

CHAPITRE 5

TRANSFERT DE CHALEUR ET RÉSISTANCE HYDRAULIQUE DANS LE MOUVEMENT FORCÉ DU LIQUIDE DANS UN TUBE

5.1. Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen lors de l'écoulement de l'huile de transformateur dans un tube de diamètre $d = 8$ mm et de longueur $l = 1$ m, si la température moyenne de l'huile suivant la longueur du tube $t_f = 80$ °C, la température moyenne de la paroi du tube $t_p = 20$ °C et la vitesse de l'huile $w = 0,6$ m/s (fig. 5.1).

Réponse.

$$\alpha = 138 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Pour déterminer le régime d'écoulement de l'huile calculons la valeur du nombre de Reynolds.

Pour $t_f = 80$ °C la viscosité cinématique de l'huile $\nu_f = 3,66\cdot10^{-6}$ m²/s et le nombre

$$\text{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{0,6\cdot8\cdot10^{-3}}{3,66\cdot10^{-6}} = 1310.$$

Puisque $\text{Re}_f < 2300$, le régime de l'écoulement est laminaire.

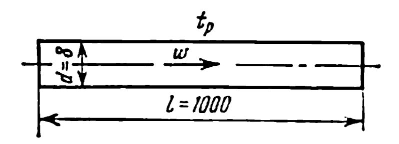


Fig. 5.1. Problème 5.1.

Pour établir si la convection naturelle influe sur le transfert de chaleur, il faut calculer la valeur du produit $(\text{GrPr})_h$, où comme température déterminante est adoptée

$$t_h = 0,5\,(t_f + t_p), \text{ et } t_f = 0,5\,(t_{f1} + t_{f2}).$$

Dans le cas considéré

$$t_h = 0,5\,(80 + 20) = 50\ ^\circ\text{C}.$$

A cette température

$$\nu_h = 7,58\cdot10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};\quad \beta_h = 7,05\cdot10^{-4}\ \text{K}^{-1};\quad \text{Pr}_h = 111;$$

$$(\text{GrPr})_h = g\beta_h\,\frac{(t_f - t_p)\,d^3}{\nu_h^2}\,\text{Pr}_h =$$

$$= 9,81\cdot7,05\cdot10^{-4}\,\frac{(80-20)\,(8\cdot10^{-3})^3}{(7,58\cdot10^{-6})^2}\,111 = 3,6\cdot10^5.$$

Etant donné que $(\mathrm{Gr\,Pr})_h < 8\cdot10^5$, la convection naturelle n'exerce pas d'action importante sur le transfert de chaleur et l'huile se déplace suivant un régime visqueux.

Le calcul du transfert de chaleur moyen sous le régime visqueux de l'écoulement d'un liquide dans des tubes à température constante de la paroi (t_p = = const) peut se faire d'après la formule [15]

$$\mathrm{Nu_h} = 1{,}55\left(\mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_f}{\mu_p}\right)^{0{,}14}\varepsilon, \qquad (5.1)$$

où

$$\mathrm{Nu_h} = \frac{\alpha d}{\lambda_h}; \qquad \mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l} = \frac{4Gc_{ph}}{\pi l\lambda_h}; \qquad \alpha = \frac{q}{t_f - t_p};$$

les indices « p » et « h » signifient que les propriétés physiques du liquide sont choisies respectivement à la température de la paroi t_p et à la température $t_h = 0{,}5\,(t_f + t_p)$; ε est la correction pour le tronçon de stabilisation hydrodynamique:

$$\varepsilon = 0{,}6\left(\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{l}{d}\right)^{1/7}\left(1 + 2{,}5\,\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{l}{d}\right).$$

Cette correction est introduite lorsque le tronçon chauffé du tube n'est pas précédé par le tronçon de stabilisation hydrodynamique et

$$\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{l}{d} < 0{,}1.$$

La formule (5.1) est vraie pour $\mathrm{Re_f} < 2300$;

$$\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{l}{d} \leqslant 0{,}05;\ (\mathrm{GrPr})_h \leqslant 8\cdot10^5;\ 0{,}07 \leqslant \frac{\mu_c}{\mu_l} \leqslant 1500\ ^{*)}.$$

Les propriétés physiques de l'huile sont

$\rho_f = 844$ kg/m³; $\mu_f = 30{,}8\cdot10^{4}$ Pa·s; $\lambda_h = 0{,}108$ W/(m·°C);

$c_{ph} = 1{,}846$ kJ/(kg·°C); $\mu_c = 198{,}2\cdot10^{-4}$ Pa·s.

Débit de l'huile:

$$G = \rho_f w\,\frac{\pi d^2}{4} = 844\cdot0{,}6\,\frac{\pi\,(8\cdot10^{-3})^2}{4} = 2{,}53\cdot10^{-2}\ \mathrm{kg/s}.$$

Le nombre

$$\mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l} = \frac{4G}{\pi l}\,\frac{c_{ph}}{\lambda_h} = \frac{4\cdot2{,}53\cdot10^{-2}}{3{,}14\cdot1{,}0}\,\frac{1{,}846\cdot10^3}{0{,}108} = 550;$$

$\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\cdot\frac{l}{d} < 0{,}05$ et, par suite, la formule (5.1) est applicable.

La correction pour le tronçon initial hydrodynamique s'écrit

$$\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{l}{d} = \frac{1}{1310}\,\frac{1}{8\cdot10^{-3}} = 0{,}0955 < 0{,}1$$

et

$$\varepsilon = 0{,}6\,(0{,}0955)^{-1/7}\,(1 + 2{,}5\cdot0{,}0955) = 1{,}05.$$

Le nombre

$$\mathrm{Nu_h} = 1{,}55\,(550)^{1/3}\left(\frac{30{,}8}{198{,}2}\right)^{0{,}14}1{,}05 = 10{,}2.$$

---

*) La correction pour l'influence des propriétés variables, introduite dans la formule (5.1), n'est pas justifiée pour les gaz.

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu_h} \frac{\lambda_h}{d} = 10,2 \frac{0,108}{8 \cdot 10^{-3}} = 138 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

5.2. Calculer la température de l'huile à l'entrée et à la sortie d'un tube et la chute de pression suivant la longueur de ce dernier sous les conditions du problème 5.1.

Réponse.

$$t_{f1} = 82\ {}^\circ\mathrm{C}; \quad t_{f2} = 78\ {}^\circ\mathrm{C}; \quad \Delta p = 1640\ \mathrm{Pa}.$$

Solution.

En résolvant le problème (5.1), on a : $\alpha = 138\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}$; $t_f = 80\ {}^\circ\mathrm{C}$; $t_p = 20\ {}^\circ\mathrm{C}$; $G = 2,53 \cdot 10^{-2}$ kg/s.

La quantité de chaleur transmise

$$Q = \alpha (t_f - t_p) \pi d l = 138\ (80-20)\ 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,0 = 207\ \mathrm{W}.$$

La chaleur spécifique de l'huile pour $t_f = 80\ {}^\circ\mathrm{C}$ est $c_{pf} = 2,03\ \mathrm{kJ/(kg \cdot {}^\circ C)}$ et la variation de la température de l'huile suivant la longueur du tube

$$t_{f1} - t_{f2} = \frac{Q}{G c_{pf}} = \frac{207}{2,53 \cdot 10^{-2} \cdot 2,03 \cdot 10^3} = 4\ {}^\circ\mathrm{C},$$

alors que la moyenne arithmétique de sa température $t_f = 0,5\ (t_{f1} + t_{f2}) = 80\ {}^\circ\mathrm{C}$, d'où $t_{f1} = 82\ {}^\circ\mathrm{C}$ et $t_{f2} = 78\ {}^\circ\mathrm{C}$.

Pour l'écoulement visqueux non isotherme d'un liquide dans des tubes le coefficient de résistance au frottement peut se calculer d'après la formule [19]

$$\xi = \xi_1 \left(\frac{\mu_p}{\mu_{f1}} \right)^n, \tag{5.2}$$

où ξ_1 est le coefficient de résistance au frottement pour l'écoulement isotherme

$$\xi_1 = \frac{64}{\mathrm{Re}};$$

$$n = C \left(\mathrm{Pe}_1 \frac{d}{l} \right)^m \left(\frac{\mu_p}{\mu_{f1}} \right)^{-0,062};$$

avec $\mathrm{Pe}_1 d/l \leqslant 1500$; $C = 2,3$; $m = -0,3$;
avec $\mathrm{Pe}_1 d/l > 1500$; $C = 0,535$; $m = -0,1$.

Dans notre cas la température de l'huile à l'entrée $t_{f1} = 82\ {}^\circ\mathrm{C}$ et à cette température $c_{pf1} = 2,04\ \mathrm{kJ/(kg \cdot {}^\circ C)}$; $\lambda_{f1} = 0,105\ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)}$; $\mu_{f1} = 29,7\ \mathrm{Pa \cdot s}$. La résolution du problème 5.1 permet de tirer : $\mathrm{Re}_f = 1310$ et $\mu_p = 198,2\ \mathrm{Pa \cdot s}$; $\rho_f = 844\ \mathrm{kg/m^3}$; $w = 0,6$ m/s; alors,

$$\mathrm{Pe}_1 = \frac{d}{l} = \frac{4G}{\pi l} \frac{c_{pf1}}{\lambda_{f1}} = \frac{4 \cdot 2,53 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 1,0} \frac{2,04 \cdot 10^3}{0,105} = 625,$$

étant donné que $\mathrm{Pe}_1 \frac{d}{l} < 1500$, on a : $C = 2,3$ et $m = -0,3$.

Exposant n de la formule (5.2)

$$n = 2,3\ (625)^{-0,3} \left(\frac{198,2}{29,7} \right)^{-0,062} = 0,3.$$

Coefficient de résistance au frottement

$$\xi = \frac{64}{\mathrm{Re}_f} \left(\frac{\mu_p}{\mu_{f1}} \right)^n = \frac{64}{1310} \left(\frac{198,2}{29,7} \right)^{0,3} = 0,0865.$$

Chute de pression

$$\Delta p = \xi \frac{\rho_f w^2}{2} \frac{l}{d} = 0,0865 \frac{844 \cdot 0,6^2}{2} \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} = 1640 \text{ Pa}.$$

5.3. Comment changerait la valeur du coefficient de transmission de chaleur moyen dans les conditions du problème 5.1, si on diminue la longueur du tube de 5 fois ($l/d = 25$ au lieu de $l/d = 125$), toutes les autres conditions restant les mêmes? Comparer le résultat du calcul avec la réponse au problème 5.1.

Réponse.

$\alpha' = 262$ W/(m²·°C). Le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la longueur deviendra 1,9 fois plus grand.

5.4. Calculer la résistance hydraulique dans les conditions du problème 5.3. Comparer les résultats avec le calcul du problème 5.2.

Réponse.

$\Delta p' = 276$ Pa. La résistance hydraulique deviendra 5,8 fois plus faible.

5.5. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur moyen sous le régime visqueux de l'écoulement d'un liquide dans un tube, si la vitesse devient respectivement 2 et 4 fois plus grande, alors que le diamètre du tube, la température moyenne du liquide et la température de la paroi ne changent pas?

Négliger dans le calcul la variation de la correction pour le tronçon de stabilisation ε.

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur deviendra respectivement $2^{1/3} \approx 1,26$ fois et $4^{1/3} \approx 1,59$ fois plus grand.

5.6. Comment changeraient les valeurs du nombre Nu et du coefficient de transmission de chaleur sous le régime visqueux de l'écoulement d'un liquide dans un tube a) à la vitesse constante du liquide; b) avec le débit constant du liquide, si le diamètre du tube augmente respectivement de 2 et 4 fois, la température moyenne du liquide et la température de la paroi restant les mêmes?

Négliger dans le calcul la valeur de la correction ε pour le tronçon de stabilisation.

Réponse.

a) Avec une vitesse invariable, le nombre Nu_h deviendra respectivement $2^{2/3} \approx 1,59$ fois et $4^{2/3} \approx 2,52$ fois plus grand. Le coefficient de transmission de chaleur deviendra respectivement 1,26 et 1,59 fois plus petit.

b) Avec un débit invariable, le nombre Nu_h ne dépend pas de la valeur du diamètre. Le coefficient de transmission de chaleur deviendra respectivement 2 et 4 fois plus petit.

5.7. Dans un tube de diamètre $d = 6$ mm se déplace l'eau à la vitesse $w = 0,4$ m/s. La température de la paroi du tube $t_p = 50$ °C. Quelle longueur devrait avoir le tube pour qu'avec la température de l'eau à l'entrée $t_{f_1} = 10$ °C sa température à la sortie soit $t_{f_2} = 20$ °C?

Réponse.

$$l = 0,76 \text{ m}.$$

Solution.

Pour la température moyenne suivant la longueur

$$t_f = 0,5\,(t_{f_1} + t_{f_2}) = 0,5\,(10 + 20) = 15 \text{ °C}$$

la viscosité cinématique de l'eau est $\nu_f = 1,16 \cdot 10^{-6}$ m²/s et le nombre de Reynolds:

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{0,4 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{1,16 \cdot 10^{-6}} = 2065.$$

Le régime de l'écoulement est laminaire. A la température $t_h = 0,5\,(t_f + t_p) = 0,5\,(15 + 50) = 32,5$ °C

$$\nu_h = 0,769 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \beta_h = 3,37 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}; \quad \mathrm{Pr}_h = 5,14;$$

$$(\mathrm{GrPr})_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\,d^3}{\nu_h^2} \mathrm{Pr}_h =$$

$$= 9,81 \cdot 3,37 \cdot 10^{-4} \frac{(50 - 15)\,(6 \cdot 10^{-3})^3}{(0,769 \cdot 10^{-6})^2} 5,14 = 2,17 \cdot 10^5 < 8 \cdot 10^5.$$

Par conséquent, le régime est visqueux et pour déterminer le coefficient de transmission de chaleur utilisons la formule (5.1). La longueur relative du tube nous étant inconnue, résolvons le problème par la méthode des approximations successives.

Donnons-nous la longueur relative du tube $l/d = 100$; alors, $l = 100 \times 6 \cdot 10^{-3} = 0,6$ m.

Propriétés physiques de l'eau:
avec $t_f = 15$ °C, $\mu_f = 1155 \cdot 10^{-6}$ Pa·s; $\rho_f = 999$ kg/m³;
avec $t_h = 32,5$ °C, $\lambda_h = 0,631$ W/(m·°C); $c_{ph} = 4,174$ kJ/(kg·°C);
avec $t_p = 50$ °C, $\mu_p = 549,4 \cdot 10^{-6}$ Pa·s.

Débit de l'eau

$$G = \rho_f w \frac{\pi d^2}{4} = 999 \cdot 0,4 \frac{3,14\,(6 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,0113 \text{ kg/s}.$$

Nombre caractéristique

$$\mathrm{Pe_h} \frac{d}{l} = \frac{4G}{\pi l} \frac{c_{ph}}{\lambda_h} = \frac{4 \cdot 0,0113}{3,14 \cdot 0,6} \frac{4174}{0,631} = 159.$$

Correction pour le tronçon de stabilisation hydrodynamique

$$\varepsilon = 0,6 \left(\frac{1}{\mathrm{Re_f}} \frac{l}{d}\right)^{-1/7} \left(1 + 2,5 \frac{1}{\mathrm{Re_f}} \frac{l}{d}\right) =$$

$$= 0,6 \left(\frac{100}{2065}\right)^{-1/7} \left(1 + 2,5 \frac{100}{2065}\right) \approx 1,04.$$

Nombre caractéristique

$$\mathrm{Nu_h} = 1,55 \left(\mathrm{Pe_h} \frac{d}{l}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu_f}{\mu_p}\right)^{0,14} \varepsilon = 1,55\,(159)^{1/3} \left(\frac{1155}{549,4}\right)^{0,14} 1,04 = 9,7.$$

Coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu_h} \frac{\lambda_h}{d} = 9,7 \frac{0,631}{6 \cdot 10^{-3}} = 1020 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{°C)}.$$

Quantité de chaleur transmise

$$Q = Qc_{pf}\,(t_{f2} - t_{f1}) = 0,0113 \cdot 4187 \cdot 10 = 473 \text{ W},$$

où c_{pf} est retenue suivant la température moyenne du liquide $t_f = 15$ °C. D'autre part, la quantité de chaleur transmise

$$Q = \alpha\,(t_p - t_f)\,\pi d l.$$

Ainsi, la première approximation donne

$$l = \frac{Q}{\alpha\,(t_p - t_f)\,\pi a} = \frac{473}{1020\,(50 - 15)\,3,14 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 0,705 \text{ m}.$$

Pour la deuxième approximation choisissons $l = 0,75$ m et reprenons le calcul. On obtient $\mathrm{Pe_h}\frac{d}{l} = 183$; $\varepsilon = 1,03$; $\mathrm{Nu_h} = 8,94$; $\alpha = 940$. La deuxième approximation permet d'obtenir

$$l = \frac{473}{940 \cdot 35 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 0,765 \text{ m}.$$

La longueur du tube coïncidant avec une précision suffisante avec celle fournie par la deuxième approximation, on peut adopter $l = 0,76$ m, la troisième approximation n'étant pas nécessaire.

5.8. L'eau se déplace à la vitesse $w = 0,2$ m/s dans un tube de diamètre $d = 4$ mm et de longueur $l = 200$ mm. La température de la paroi du tube $t_p = 70$ °C. Quelle serait la température de l'eau à la sortie du tube, si à l'entrée sa température était $t_{f1} = 10$ °C?

Réponse.

$$t_{f_2} = 27\ °C.$$

5.9. Dans un tube de diamètre $d = 10$ mm se déplace l'huile de la nuance MK. Sa température à l'entrée du tube $t_{f_1} = 80\ °C$. Le débit de l'huile $G = 120$ kg/h. Quelle longueur devrait avoir le tube pour qu'avec une température de la paroi $t_p = 30\ °C$ la température de l'huile à la sortie du tube t_{f_2} soit 76 °C?

Réponse.

$$l = 1{,}66\ m.$$

5.10. Calculer la résistance hydraulique lors de l'écoulement de l'huile dans un tube sous les conditions du problème 5.9. Comparer le résultat avec la résistance hydraulique de l'écoulement isotherme de l'huile à la même température à l'entrée du tube.

Réponse.

Chute de pression suivant la longueur du tube: $\Delta p = 2{,}55 \cdot 10^4$ Pa.

Lors de l'écoulement isotherme $\Delta p_l = 1{,}05 \cdot 10^4$ Pa, c'est-à-dire environ 2,5 fois plus faible.

5.11. Dans les tubes de radiateur de diamètre $d = 5$ mm et de longueur $l = 0{,}4$ m se déplace l'huile de la nuance MC-20 (fig. 5.2). La température des parois des tubes $t_p = 30\ °C$.

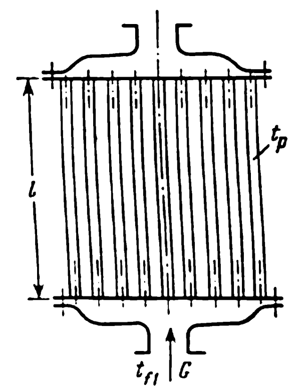




Fig. 5.2. Problème 5.11.

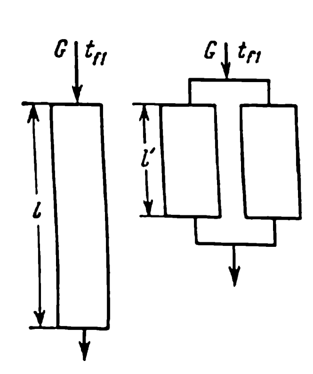


Fig. 5.3. Problème 5.13.

La température moyenne de l'huile suivant la longueur du radiateur $t_f = 70\ °C$.

Calculer la quantité totale de la chaleur transmise, si le radiateur possède 120 tubes couplés en parallèle, et le débit global de l'huile à travers le radiateur $G = 2{,}5$ kg/s.

Réponse.

$$Q = 9{,}1\ kW.$$

5.12. Calculer la résistance hydraulique et la puissance (sans tenir compte du rendement de la pompe) nécessaire pour le pompage de l'huile à travers le radiateur dans les conditions du problème 5.11. Adopter pour le calcul que la température à l'entrée du radiateur $t_{f_1} = 70\ °C$; ne pas tenir compte des résistances locales.

Réponse.

$$\Delta p = 6{,}85 \cdot 10^4\ Pa; \quad N = 0{,}2\ kW.$$

5.13. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur, la quantité de la chaleur transmise et la chute de pression, si dans l'énoncé des problèmes 5.11 et 5.12 un seul radiateur aux tubes de longueur $l = 400$ mm est

remplacé par deux radiateurs couplés en parallèle aux tubes de longueur $l' = 200$ mm, toutes les autres conditions restant celles du problème (5.11) (fig. 5.3).

Réponse.

$$\alpha' \approx \alpha; \quad Q' \approx Q; \quad \Delta p' = \frac{1}{4}\Delta p.$$

5.14. L'eau se déplace dans un tube de diamètre $d = 8$ mm. Le tube est chauffé de façon que la densité du flux thermique sur la paroi $q_p = 4 \cdot 10^4$ W/m² est constante suivant le périmètre et la longueur.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur local et la température de la paroi du tube à la distance $x = 20\ d$ de l'entrée dans le tronçon chauffé.

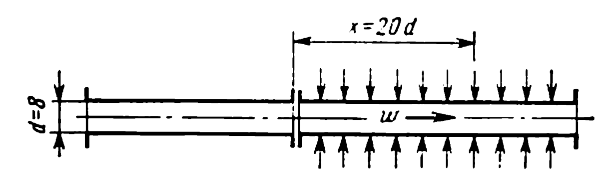


Fig. 5.4. Problème 5.14.

La température de l'eau à l'entrée du tube $t_{f1} = 10$ °C. La vitesse moyenne de l'eau $w = 0,15$ m/s. Le tronçon chauffé est précédé par le tronçon de stabilisation hydrodynamique (fig. 5.4).

Réponse.

$$\alpha = 885 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad t_p = 60\ ^\circ\text{C}.$$

Solution.

Pour déterminer le régime de l'écoulement de l'eau, calculons le nombre de Reynolds. Le débit de l'eau

$$G = \rho w \frac{\pi d^2}{4} = 999 \cdot 0,15 \frac{\pi (8 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 7,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}.$$

La température massique moyenne de l'eau dans la section $x = 20\ d = 20 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 0,16$ m

$$t_f = t_{f1} + \frac{q_p \pi d}{G c_p} x = 10 + \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{7,54 \cdot 10^{-3} \cdot 4187} 0,16 = 10 + 5,1 = 15,1\ ^\circ\text{C},$$

où la densité et la chaleur spécifique de l'eau correspondent à 15 °C: $\rho = 999$ kg/m³ et $c_{pf} = 4187$ J/(kg·°C).

Avec $t_f = 15$ °C pour l'eau $\nu_f = 1,153 \cdot 10^{-6}$ m²/s et

$$\text{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{0,15 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{1,153 \cdot 10^{-6}} = 1040.$$

Puisque $\text{Re}_f < 2300$, le régime de l'écoulement est laminaire. Pour établir si la convection naturelle n'influe pas sur le transfert de chaleur, il faut calculer le produit $(\text{Gr Pr})_h$. Mais pour ce faire, il faut connaître la température de la paroi. Cette vérification sera donc réalisée à la fin du calcul, après la détermination de t_p. Calculons en admettant que la convection naturelle n'influe pas sur le transfert de chaleur.

En régime visqueux de l'écoulement d'un liquide dans des tubes à densité constante du flux thermique sur la paroi (q_p = const), le transfert de chaleur lo-

cal peut se calculer d'après la formule [15]

$$\mathrm{Nu_h}=1{,}31\varepsilon\left(\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}\right)^{-\frac{1}{3}}\left(1+2\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}\right)\left(\frac{\mu_p}{\mu_f}\right)^{-\frac{1}{6}}, \qquad (5.3)$$

où

$$\mathrm{Nu_h}=\frac{\alpha d}{\lambda_h}; \qquad \frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}=\frac{\pi x\lambda_h}{4Gc_{ph}}; \qquad \alpha=\frac{q_c}{t_p-t_f};$$

les indices « p » et « h » signifient que les propriétés physiques du liquide sont retenues respectivement à la température de la paroi t_p et à la température $t_h = 0{,}5\,(t_f + t_p)$; ε est la correction pour le tronçon de stabilisation hydrodynamique:

$$\varepsilon=0{,}35\left(\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{x}{d}\right)^{-1/6}\left[1+2{,}85\left(\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{x}{d}\right)^{0{,}42}\right].$$

Cette correction est introduite lorsque le tronçon chauffé n'est pas précédé d'un tronçon de stabilisation hydrodynamique et $\frac{1}{\mathrm{Re_f}}\,\frac{x}{d}\leqslant 0{,}064$.

La formule (5.3) est vraie pour $\mathrm{Re_f} < 2300$:

$$\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}\leqslant 0{,}04 \quad \text{et} \quad 0{,}04\leqslant\frac{\mu_p}{\mu_f}\leqslant 1.$$

Pour calculer d'après la formule (5.3) il faut connaître la température de la paroi t_p. Procédons donc par approximations successives.

En retenant pour le coefficient de transmission de chaleur par la paroi à l'eau $\alpha = 1000$ W/(m²·°C), on obtient

$$t_p=t_f+\frac{q_p}{\alpha}\approx 15{,}1+\frac{4\cdot10^4}{1\cdot10^3}\approx 55\ ^\circ\mathrm{C},$$

alors, $t_h = 0{,}5\,(t_f + t_p) = 0{,}5\,(15{,}1 + 55) \approx 35$ °C.

A cette température

$$c_{ph} = 4174\ \mathrm{J/(kg\cdot{}^\circ C)}; \qquad \lambda_h = 0{,}624\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)};$$

avec $t_f = 15{,}1$ °C, $\mu_f = 1152\cdot10^{-6}$ Pa·s;
avec $t_p = 55$ °C; $\mu_p = 509{,}6\cdot10^{-6}$ Pa·s et

$$\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}=\frac{\pi x\lambda_h}{4Gc_{ph}}=\frac{3{,}14\cdot0{,}16\cdot0{,}624}{4\cdot7{,}54\cdot10^{-3}\cdot4174}=2{,}5\cdot10^{-3};$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pe_h}}\,\frac{x}{d}<0{,}04; \qquad \frac{\mu_p}{\mu_f}=\frac{509{,}6}{1152}=0{,}442>0{,}04;$$

donc, la formule (5.3) est applicable.

D'après l'énoncé, $\varepsilon = 1$, et le nombre

$$\mathrm{Nu_h}=1{,}31\,(2{,}5\cdot10^{-3})^{-\frac{1}{3}}\,(1+2\cdot2{,}5\cdot10^{-3})\,(0{,}442)^{-\frac{1}{6}}=11{,}1.$$

Coefficient de transmission de chaleur local

$$\alpha=\mathrm{Nu_h}\frac{\lambda_h}{d}=11{,}1\frac{0{,}624}{8\cdot10^{-3}}=866\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Température de la paroi en deuxième approximation

$$t_p=15{,}1+\frac{4\cdot10^4}{866}=15{,}1+46{,}2=61{,}3\ ^\circ\mathrm{C}$$

Adoptons $t_p = 60$ °C et reprenons le calcul pour obtenir

$$t_h = 37{,}5\ °C; \qquad \frac{1}{Pe_h}\,\frac{x}{d} = 2{,}54\cdot10^{-3};$$

$$\frac{\mu_p}{\mu_f} = 0{,}4; \qquad Nu_h = 11{,}2; \qquad \alpha = 885\ W/(m^2\cdot °C).$$

Température de la paroi en troisième approximation

$$t_p = 15{,}1 + \frac{4\cdot10^4}{885} = 15{,}1 + 45{,}2 = 60{,}3\ °C.$$

La température de la paroi obtenue par calcul coïncidant avec une précision suffisante avec la valeur adoptée, on peut admettre que $\alpha = 885$ W/(m²·°C) et $t_p = 60$ °C.

Maintenant, après avoir déterminé t_p, vérifions si la convection naturelle influe sur le transfert de chaleur.

A la température $t_h = 37{,}5$ °C, $\nu_h = 0{,}695\cdot10^{-6}$ m²/s; $\beta_h = 3{,}71\cdot10^{-4}$ K⁻¹; Pr = 4,59; il vient

$$(GrPr)_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\,d^3}{\nu_h^2}\,Pr_h =$$

$$= 9{,}81\cdot3{,}71\cdot10^{-4}\,\frac{(60-15{,}1)\,(8\cdot10^{-3})^3}{(0{,}695\cdot10^{-6})^2}\,4{,}59 = 7{,}9\cdot10^5 < 8\cdot10^5,$$

et on peut admettre que la convection naturelle n'influe pas sensiblement sur le transfert de chaleur.

5.15. Comparer les valeurs des nombres de Nüsselt locaux pour l'écoulement laminaire d'un liquide dans un tube circulaire sous les conditions d'une densité constante du flux thermique sur la paroi, sans le tronçon de stabilisation hydrodynamique (Nu_h) et en présence d'un tel tronçon intercalé au préalable ($Nu_{st.h}$). Réaliser la comparaison pour les distances relatives de l'entrée du tronçon chauffé x/d = 1, 2, 5, 10, 15 et 20. Adopter le nombre de Reynolds Re_f = = 1800.

Réponse.

x/d	1	2	5	10	15	20
$Nu_h/Nu_{st.h}$	1,37	1,26	1,16	1,10	1,07	1,06

Solution.

D'après (5.3) la correction pour le tronçon de stabilisation hydrodynamique $\varepsilon = Nu_h/Nu_{st.h}$ peut se calculer d'après la formule

$$\varepsilon = 0{,}35\left(\frac{1}{Re_f}\,\frac{x}{d}\right)^{-1/6}\left[1 + 2{,}85\left(\frac{1}{Re_f}\,\frac{x}{d}\right)^{0{,}42}\right].$$

Dans le cas envisagé, $Re_f = 1800$ et pour $x/d = 2$ on a

$$\varepsilon = 0{,}35\left(\frac{2}{1800}\right)^{-1/6}\left[1 + 2{,}85\left(\frac{2}{1800}\right)^{0{,}42}\right] = 1{,}26$$

Les résultats pour d'autres longueurs relatives sont donnés par la réponse au problème et la figure 5.5.

5.16. Calculer les coefficients de transmission locaux et les températures de la surface intérieure du tube de diamètre d = 10 mm aux distances x = 0,5 m et x = 1,0 m de l'entrée du tronçon chauffé. Le tube est chauffé par un flux thermique de densité constante sur la paroi $q_p = 1\cdot10^4$ W/m². La chaleur est évacuée par l'huile de transformateur amenée à la température $t_{f1} = 30$ °C se déplaçant dans le tube à la vitesse moyenne w = 2,5 m/s.

Réponse.

Avec $x = 50\,d$, $\alpha = 326$ W/(m²·°C); $t_p \approx 61$ °C;
avec $x = 100\,d$, $\alpha = 265$ W/(m²·°C); $t_p \approx 69$ °C.

5.17. L'eau se déplace avec un débit $G = 15$ kg/h dans un tube de diamètre $d = 6$ mm et de longueur $l = 1600$ mm. Le tube est chauffé de façon que la densité du flux thermique à sa surface intérieure peut être considérée comme constante (q_p = const). La température de l'eau à l'entrée du tube $t_{f_1} = 20$ °C.

Jusqu'à quelle valeur pourrait-on élever la charge thermique q_p, W/m², si la température à la surface intérieure du tube ne doit pas dépasser $t_p \leqslant 100$ °C? Quelle serait alors la température massique moyenne de l'eau à la sortie?

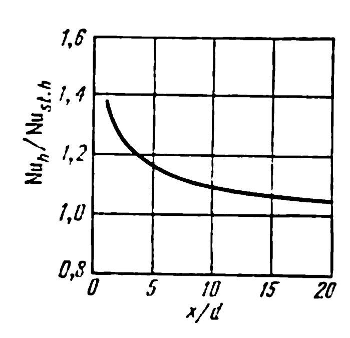


Fig. 5.5. Problème 5.15.

Réponse.

$q_p = 3{,}65 \cdot 10^4$ W/m²; $t_{f_2} = 43{,}7$ °C.

5.18. Comment changeraient la densité admissible du flux thermique et la température de l'eau à la sortie du tube dans les conditions du problème 5.17, si le débit de l'eau est dédoublé, c'est-à-dire si $G = 7{,}5$ kg/h?

Réponse.

$q_p = 2{,}5 \cdot 10^4$ W/m², c'est-à-dire la densité deviendra environ 1,5 fois plus faible; $t_{f_2} = 52{,}5$ °C.

5.19. Déterminer la longueur relative du tronçon de stabilisation thermique $l_{st.th}/d$ sous le régime laminaire de l'écoulement de l'eau dans un tube de diamètre $d = 14$ mm et sous les conditions de la température de la paroi constante suivant la longueur du tube (t_p = const), si la température moyenne de l'eau $t_f = 50$ °C et $Re_f = 1500$. Calculer également la valeur du coefficient de transmission de chaleur local sur le tronçon du tube où $l > l_{st.th}$.

Réponse.

$$l_{st.th}/d = 266; \quad \alpha = 170 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

En régime laminaire, à la condition t_p = const la longueur relative du tronçon de stabilisation thermique peut être adoptée comme

$$\frac{l_{st.th}}{d} \approx 0{,}05\ Pe_f.$$

Dans notre cas pour $t_f = 50$ °C, $Pr_f = 3{,}55$ et $Pe_f = Re_f Pr_f = 1500 \cdot 3{,}55 = 5320$; par conséquent, $l_{st.th}/d = 0{,}05 \cdot 5320 = 266$.

Pour $l > l_{st.th}$ la valeur limite du nombre $Nu_\infty = 3{,}66$; donc

$$\alpha = Nu_\infty \frac{\lambda_f}{d} = 3{,}66 \frac{0{,}648}{14 \cdot 10^{-3}} = 170 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)},$$

où pour $t_f = 50$ °C, $\lambda_f = 0{,}648$ W/(m·°C).

5.20. Résoudre le problème 5.19, si l'échange de chaleur est réalisé à la condition de la permanence suivant la longueur du flux thermique sur la paroi (q_p = const).

Réponse.

$$l_{st.th}/d = 372; \quad \alpha = 203 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Sous le régime laminaire de l'écoulement pour la condition q_p = const on peut admettre que la longueur relative du tronçon de stabilisation thermique soit égale à $l_{st.th}/d \approx 0{,}07\ Pe_f$, et $Nu_\infty = 4{,}36$.

Dans le cas envisagé (cf. problème 5.19)

$$\frac{l_{st.th}}{d} = 0{,}07 \cdot 5320 \approx 372;$$

$$\alpha = 4{,}36 \frac{0{,}648}{14 \cdot 10^{-3}} = 203 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.21. Calculer la longueur du tronçon de stabilisation thermique dans un tube de diamètre $d = 10$ mm à la condition de la permanence de la densité du flux thermique sur la paroi (q_p = const) suivant la longueur du tube et de $Re_f = 1000$ pour l'écoulement des liquides suivants: huile de transformateur à la température moyenne $t_f = 100$ °C; eau à $t_f = 230$ °C; mercure à $t_f = 120$ °C; bismuth à $t_f = 400$ °C; sodium à $t_f = 400$ °C.

Calculer également les coefficients de transmission de chaleur locaux de ces liquides dans le tronçon du tube où $l > l_{st.th}$.

Dans le calcul négliger l'influence de la conductivité thermique longitudinale.

Réponse.

Les résultats de calcul sont consignés sur le tableau suivant:

Liquide	$l_{st.th}$, m	α, W/(m²·°C)
Huile de transformateur	30,7	45,2
Eau	0,616	278
Mercure	0,0126 *	4 030
Bismuth	0,0102 *	6 270
Sodium	0,00392 *	27 900

* En fait, les $l_{st.th}$ sont légèrement supérieurs aux valeurs obtenues par suite des écoulements longitudinaux de la chaleur.

5.22. Déterminer le coefficient de transmission de chaleur et la quantité de chaleur transmise lors de l'écoulement de l'eau dans un tube horizontal de diamètre $d = 10$ mm et de longueur $l = 1,2$ m, si les moyennes suivant la longueur de la température de l'eau et de la paroi du tube sont respectivement: $t_f = 30$ °C et $t_p = 60$ °C, alors que le débit de l'eau $G = 7 \cdot 10^{-3}$ kg/s.

Réponse.

$$\alpha = 1065 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad Q = 1200 \text{ W}.$$

Solution.

Pour déterminer le régime de l'écoulement de l'eau calculons le nombre Re. A $t_f = 30$ °C, $\mu_f = 801 \cdot 10^{-6}$ Pa·s et

$$Re_f = \frac{4G}{\pi d \mu_f} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 801 \cdot 10^{-6}} = 1100 < 2300.$$

L'écoulement est laminaire.

Pour établir si la convection naturelle influe sur le transfert de chaleur, calculons le produit $(GrPr)_h$, où on adopte comme déterminante la température $t_h = 0,5\,(t_p + t_f)$, alors que $t_f = 0,5\,(t_{f1} + t_{f2})$. Par conséquent, $t_h = 0,5(30 + 60) = 45$ °C.

A cette température $\nu_h = 0,607 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\beta_h = 4,18 \cdot 10^{-4}$ K⁻¹; $Pr_h = 3,92$.

On en tire

$$(GrPr)_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\, d^3}{\nu_h^2} Pr_h =$$

$$= 9,81 \cdot 4,18 \cdot 10^{-4} \frac{(60 - 30)(1 \cdot 10^{-2})^3}{(0,607 \cdot 10^{-6})^2} 3,92 = 1,31 \cdot 10^6 > 8 \cdot 10^5.$$

Par conséquent, la convection naturelle influe sur le transfert de chaleur; le régime de l'écoulement est visqueux gravitationnel.

Pour le calcul du transfert de chaleur moyen à ce régime on peut utiliser la formule [15]

$$Nu_h = 0{,}8\left(Pe_h \frac{d}{l}\right)^{0,4} (GrPr)_h^{0,1} \left(\frac{\mu_p}{\mu_f}\right)^{-0,14}, \quad (5.4)$$

où

$$\alpha = \frac{q}{t_p - t_f}; \quad Gr_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\, d^3}{\nu_h^2};$$

$$Pe_h = \frac{wd}{a_h}; \quad t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}).$$

Les indices « p » et « h » signifient que les propriétés physiques correspondantes sont retenues à la température de la paroi t_p et à $t_h = 0{,}5\ (t_p + t_f)$.

La formule (5.4) est vraie pour

$$Re_f < 3000; \quad 20 \leqslant Pe_h \frac{d}{l} \leqslant 120;$$

$$10^6 \leqslant (GrPr)_h \leqslant 13 \cdot 10^6; \quad 2 \leqslant Pr_h \leqslant 10.$$

Dans le cas considéré, pour $t_h = 45$ °C,

$$a_h = 1{,}55 \cdot 10^{-7}\ m^2/s; \quad \lambda_h = 0{,}641\ W/(m \cdot °C),$$

avec $t_f = 30$ °C, $\rho_f = 990$ kg/m³;
avec $t_p = 60$ °C, $\mu_p = 470 \cdot 10^{-6}$ Pa·s.

D'où

$$w = \frac{4G}{\rho_f \pi d^2} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{990 \cdot 3{,}14 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}09\ m/s;$$

$$Pe_h \frac{d}{l} = \frac{wd}{a_h} \frac{d}{l} = \frac{0{,}09 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} \frac{1 \cdot 10^{-2}}{1{,}2} = 48{,}4;$$

$(GrPr)_h = 1{,}31 \cdot 10^{-6}$ et la formule (5.4) est applicable.

En portant les valeurs obtenues dans (5.4), il vient

$$Nu_h = 0{,}8\,(48{,}4)^{0,4}\,(1{,}31 \cdot 10^6)^{0,1} \left(\frac{470}{801}\right)^{-0,14} = 16{,}6.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = Nu_h \frac{\lambda_h}{d} = 16{,}6 \frac{0{,}641}{1 \cdot 10^{-2}} = 1065\ W/(m^2 \cdot °C).$$

La quantité de chaleur transmise

$$Q = \alpha\,(t_p - t_f)\,\pi d l = 1065\,(60-30) \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}2 = 1200\ W.$$

5.23. Comment changeraient les valeurs du coefficient de transmission de chaleur et la quantité de chaleur transmise, si dans les conditions du problème 5.22 le débit de l'eau est doublé, alors que toutes les autres conditions restent les mêmes?

Réponse.

$\alpha = 1850$ W/(m²·°C); $Q = 2090$ W, c'est-à-dire α et Q deviendraient $2^{0,4} \approx 1{,}32$ fois plus grands.

5.24. Dans les tubes d'un échangeur de chaleur vertical l'eau se déplace de bas en haut. Le diamètre intérieur des tubes $d = 16$ mm; leur longueur $l = 1{,}2$ m. Le débit de l'eau par tube $G = 58$ kg/h. Sa température à l'entrée de l'échangeur $t_{f1} = 30$ °C.

Calculer la quantité de chaleur transmise par la paroi d'un tube à l'eau et la température de l'eau à la sortie, si la température des parois est maintenue à 80 °C.

Réponse.

$$Q = 1450\ W; \quad t_{f2} \approx 52\ °C.$$

Solution.

Le débit de l'eau par seconde

$$G = \frac{58}{3600} = 1{,}61 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s.}$$

Pour $t_{f1} = 30\,°C$, $\mu_{f1} = 801 \cdot 10^{-6}$ Pa·s et

$$Re_{f1} = \frac{4G}{\pi d \mu_{f1}} = \frac{4 \cdot 1{,}61 \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 801 \cdot 10^{-6}} = 1600 < 2300.$$

Le régime de l'écoulement est laminaire.

Maintenant il faut calculer le produit $(GrPr)_h$. La température de l'eau à la sortie t_{f2} et, par suite, sa moyenne t_f étant inconnues, le problème doit être résolu par approximations successives.

Donnons-nous $t_{f2} = 50\,°C$; alors

$$t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\,(30 + 50) = 40\,°C \quad \text{et} \quad t_h = 0{,}5\,(t_p + t_f) = $$
$$= 0{,}5\,(80 + 40) = 60\,°C.$$

A cette température

$$\beta_h = 5{,}11 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}; \quad \nu_h = 0{,}478 \cdot 10^{-6}\ m^2/s;$$
$$Pr_h = 2{,}98;$$
$$(GrPr)_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\,d^3}{\nu_h^2} Pr_h =$$
$$= 9{,}81 \cdot 5{,}11 \cdot 10^{-4} \frac{(80-40)\,(16 \cdot 10^{-3})^3}{(0{,}478 \cdot 10^{-6})^2} 2{,}98 = 1{,}07 \cdot 10^7 > 8 \cdot 10^5.$$

Le régime de l'écoulement est visqueux et gravitationnel. Pour ce régime dans des tubes verticaux et pour les directions confondues des convections libre et forcée près de la paroi (refroidissement du liquide et déplacement de haut en bas ou chauffage et déplacement de bas en haut) la moyenne de transfert de chaleur peut se calculer d'après la formule [15]

$$Nu_p = 0{,}35 \left(Pe_h \frac{d}{l}\right)^{0,3} \left[(GrPr)_h \frac{d}{l}\right]^{0,18}, \tag{5.5}$$

où le coefficient de transmission de chaleur est rapporté à la différence initiale des températures $t_p - t_{f1}$;

$$\alpha = \frac{q}{t_p - t_{f1}}; \quad Gr_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\,d^3}{\nu_h^2};$$
$$Pe_h = \frac{wd}{a_h}; \quad t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}).$$

Les indices « p » et « h » indiquent que les propriétés physiques correspondent à la température de la paroi t_p et à $t_h = 0{,}5\,(t_p + t_f)$.

La formule (5.5) est vraie pour $Re_f < 2300$

$$\left(Pe_h \frac{d}{l}\right)_{a.p} \leqslant Pe_h \frac{d}{l} \leqslant 110; \quad 20 \leqslant \frac{l}{d} \leqslant 130;$$
$$8 \cdot 10^5 \leqslant (GrPr)_h \leqslant 4 \cdot 10^6.$$

Ici la valeur asymptotique du nombre de Peclet

$$\left(Pe_h \frac{d}{l}\right)_{a.p} \approx 1{,}5 \left(GrPr \frac{d}{l}\right)_h^{0,25}.$$

Dans le cas envisagé, pour $t_h = 60\,°C$, $a_h = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ m²/s; pour $t_p = 80\,°C$, $\lambda_p = 0{,}635$ W/(m·°C); pour $t_f = 40\,°C$, $\rho_f = 992$ kg/m³.

La vitesse moyenne de l'écoulement de l'eau

$$w=\frac{4G}{\pi d^2\rho_f}=\frac{4\cdot 1{,}61\cdot 10^{-2}}{3{,}14\,(16\cdot 10^{-3})^2\,992}=0{,}081\ \text{m/s};$$

$$\text{Pe}_h\frac{d}{l}=\frac{wd}{a_h}\frac{d}{l}=\frac{0{,}081\cdot 16\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-7}}\ \frac{16\cdot 10^{-3}}{1{,}2}=108;$$

$$(\text{GrPr})_h\frac{d}{l}=1{,}07\cdot 10^7\,\frac{16\cdot 10^{-3}}{1{,}2}=1{,}43\cdot 10^5;$$

$$\left(\text{Pe}_h\frac{d}{l}\right)_{\text{a.p}}\approx 1{,}5\,(1{,}43\cdot 10^5)^{0{,}25}=29.$$

Tous les critères ne dépassant pas les limites mentionnées, la formule (5.5) est admissible.

Nombre de Nüsselt

$$\text{Nu}_p=0{,}35\,(108)^{0{,}3}\,(1{,}43\cdot 10^5)^{0{,}18}=12{,}2.$$

Coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha=\text{Nu}_p\frac{\lambda_p}{d}\quad 12.2\,\frac{0{,}635}{16\cdot 10^{-3}}=482\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)},$$

Quantité de chaleur transmise

$$Q=\alpha\,(t_p-t_f)\pi\,dl=482\,(80-30)\cdot 3{,}14\cdot 16\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}2=1450\ \text{W}.$$

Vérifions la valeur de la température de l'eau adoptée à la sortie du tube

$$t_{f2}=t_{f1}+\frac{Q}{Gc_{pf}}=30+\frac{1450}{1{,}61\cdot 10^{-2}\cdot 4174}=30+21{,}5=51{,}5\ {}^\circ\text{C},$$

où la chaleur spécifique de l'eau est retenue à la température $t_f = 40$ °C:

$$c_{pf}=4174\ \text{J/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

De la sorte, la première approximation implique $t_{f2} = 51{,}5$ °C.

En se donnant pour la deuxième approximation $t_{f2} = 52$ °C, on obtient: $t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 41$ °C et $t_h = 0{,}5\,(t_p + t_f) = 60{,}5$ °C. La coïncidence est assez bonne pour ne pas poursuivre les calculs.

5.25. Comment changeraient la quantité de chaleur transmise et la température de l'eau à la sortie de l'échangeur sous les conditions du problème 5.24, si l'eau se déplace non pas de bas en haut, mais de haut en bas, alors que les autres conditions restent les mêmes?

Réponse.

$Q = 1860$ W; $t_{f2} = 57{,}6$ °C, c'est-à-dire Q serait environ de 0,28 % plus grande.

Indication. Tout comme dans le problème 5.24, le régime de l'écoulement est visqueux et gravitationnel.

Sous ce régime, dans des tubes verticaux et directions opposées des convections libre et forcée près de la paroi (refroidissement du liquide et déplacement de bas en haut, ou chauffage et déplacement de haut en bas), la moyenne du transfert de chaleur peut se calculer d'après la formule [15]

$$\text{Nu}_f=0{,}037\text{Re}_f^{0{,}37}\text{Pr}_f^{0{,}4}\left(\frac{\mu_p}{\mu_f}\right)^n, \qquad (5.6)$$

où pour le chauffage $n = -0{,}11$, et pour le refroidissement, $n = -0{,}25$.

$$\alpha=\frac{q}{t_p-t_f};\qquad t_f=0{,}5\,(t_{f1}+t_{f2}).$$

La formule (5.6) est justifiée pour

$$250\leqslant \text{Re}_f\leqslant 2\cdot 10^3;\qquad 1{,}5\cdot 10^6\leqslant (\text{GrPr})_h\leqslant 12\cdot 10^6.$$

La moyenne arithmétique de la température de l'eau t_f étant inconnue, on peut se donner la température à la sortie t_{f2} et procéder par approximations successives.

5.26. Comment changeraient la quantité de chaleur transmise et la température de l'eau à la sortie t_{f2} dans les conditions du problème 5.24 pour des tubes horizontaux de l'échangeur, toutes les autres conditions restant invariables? Comparer avec les réponses aux problèmes 5.24 à 5.26.

Réponse.

$$Q = 2300 \text{ W}; \quad t_{f2} = 64{,}2 \text{ °C}.$$

Les résultats des calculs des problèmes sont consignés sur le tableau qui suit:

nos des problèmes	Directions mutuelles des convections forcée et libre	Q, W	t_{f2}, °C
5.24	Coïncidence des directions	1450	52
5.25	Directions opposées	1860	57,6
5.26	Ecoulement dans un tube horizontal	2300	64,2

5.27. Dans un échauffeur vertical, l'eau portée à la température $t_{f1} = 10$ °C se déplace de bas en haut dans des tubes de diamètre $d = 24$ mm. La température des parois des tubes est maintenue à $t_p = 140$ °C. Quelle serait la longueur des tubes de l'échangeur pour qu'avec un débit de l'eau par le tube $G = 90$ kg/h, la température de l'eau à la sortie soit $t_{f2} = 70$ °C?

Réponse.

$$l = 0{,}75 \text{ m}.$$

Solution.

Le nombre de Reynolds avec $t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\,(10 + 70) = 40$ °C; $\mu_f = 653 \cdot 10^{-6}$ Pa·s; $G = 90/3600 = 0{,}025$ kg/s, est

$$\mathrm{Re}_f = \frac{4G}{\pi d \mu_f} = \frac{4 \cdot 0{,}025}{3{,}14 \cdot 24 \cdot 10^{-3} \cdot 653 \cdot 10^{-6}} = 2030 < 2300.$$

L'écoulement est laminaire.

Avec $t_h = 0{,}5\,(t_p + t_f) = 0{,}5\,(140 + 40) = 90$ °C; $\beta_h = 6{,}95 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}; $\nu_h = 0{,}326 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $a_h = 1{,}68 \cdot 10^{-7}$ m²/s; $\mathrm{Pr}_h = 1{,}95$

$$(\mathrm{GrPr})_h = g\beta_h \frac{(t_p - t_f)\, d^3}{\nu_h^2} \mathrm{Pr}_h =$$

$$= 9{,}81 \cdot 6{,}95 \cdot 10^{-4} \frac{100\,(24 \cdot 10^{-3})^3}{(0{,}326 \cdot 10^{-6})^2}\, 1{,}95 = 1{,}74 \cdot 10^{6} > 8 \cdot 10^{5}.$$

Le régime de l'écoulement est visqueux et gravitationnel, et pour la coïncidence des convections libre et forcée près de la paroi, le transfert de chaleur se calcule d'après la formule (5.5)

$$\mathrm{Nu}_p = 0{,}35 \left(\mathrm{Pe}_h \frac{d}{l}\right)^{0{,}3} \left[(\mathrm{GrPr})_h \frac{d}{l}\right]^{0{,}18}.$$

Dans cette équation il y a deux inconnues: α et l.

Pour la deuxième équation utilisons celle du bilan thermique

$$Q = Gc_{pf}\,(t_{f2} - t_{f1}) = \alpha\,(t_p - t_{f1})\,\pi d l.$$

En portant les valeurs connues dans l'équation du transfert de chaleur, on obtient avec $t_f = 40$ °C, $\rho_f = 992$ kg/m³, $c_{pf} = 4174$ J/(kg·°C); avec $t_p =$

$= 140\,°C$, $\lambda_{f} = 0{,}685$ W/(m·°C), alors

$$\mathrm{Pe_h} = \frac{wd}{a_h} = \frac{4G}{\pi d \rho_f a_h} = \frac{4 \cdot 0{,}025}{3{,}14 \cdot 24 \cdot 10^{-3} \cdot 992 \cdot 1{,}68 \cdot 10^{-7}} = 7950\,;$$

$$\alpha = \lambda_c \cdot 0{,}35\,(\mathrm{Pe_h})^{0{,}3}\,(\mathrm{GrPr})_h^{0{,}18} d^{-0{,}52} l^{-0{,}48} =$$

$$= 0{,}685 \cdot 0{,}35\,(7950)^{0{,}3}\,(1{,}74 \cdot 10^{8})^{0{,}18}\,(24 \cdot 10^{-3})^{-0{,}52} l^{-0{,}48} = 745 l^{-0{,}48}. \qquad \text{(a)}$$

En portant les valeurs trouvées dans l'équation du bilan thermique, on obtient

$$\alpha = \frac{G c_{pf}\,(t_{f2} - t_{f1})}{\pi d\,(t_p - t_{f1})\,l} = \frac{0{,}025 \cdot 4174\,(70 - 10)}{3{,}14 \cdot 24 \cdot 10^{-3}\,(140 - 10)\,l} = \frac{638}{l}. \qquad \text{(b)}$$

Résolvons ensemble les deux équations (a) et (b) pour trouver

$$l^{0{,}52} = \frac{638}{745} = 0{,}857,$$

d'où

$$l = 0{,}75 \text{ m}.$$

Vérifions si la formule (5.5) est applicable

$$\frac{l}{d} = \frac{0{,}75}{24 \cdot 10^{-3}} = 31{,}3\,; \qquad \mathrm{Pe_h} = \frac{d}{l} = 7950\,\frac{1}{31{,}3} = 253\,;$$

$$\left(\mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l}\right)_{a.p} \approx 1{,}5\left[(\mathrm{GrPr})_h \frac{d}{l}\right]^{0{,}25} = 1{,}5\left(1{,}74 \cdot 10^{8}\,\frac{1}{31{,}3}\right)^{0{,}25} = 73.$$

Puisque

$$20 \leqslant \frac{l}{d} \leqslant 130 \text{ et } \left(\mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l}\right)_{a.p} < \mathrm{Pe_h}\,\frac{d}{l} < 1100,$$

la formule qui a servi pour le calcul peut être utilisée.

5.28. Quelle longueur devraient avoir les tubes d'un échangeur de chaleur horizontal où l'eau est chauffée de la température $t_{f1} = 5$ °C à $t_{f2} = 55$ °C, si le diamètre des tubes où se déplace l'eau $d = 18$ mm, la température des parois des tubes $t_p = 70$ °C et le débit de l'eau par chaque tube $G = 72$ kg/h.

Réponse.

$$l = 2 \text{ m}.$$

5.29. Calculer le coefficient de transmission de chaleur par la paroi d'un tube de condensateur de turbine à vapeur à l'eau refroidissante, si la température moyenne suivant la longueur de la paroi $t_p = 28$ °C, le diamètre intérieur du tube $d = 16$ mm, les températures de l'eau à l'entrée et à la sortie du tube, respectivement, $t_{f1} = 10$ °C et $t_{f2} = 18$ °C, et la vitesse moyenne de l'eau $w = 2$ m/s.

Déterminer également la quantité de chaleur transmise et la longueur du tube.

Réponse.

$$\alpha = 7340 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}; \quad Q = 13{,}5 \text{ kW}; \quad l = 2{,}7 \text{ m}.$$

Solution.

Puisque les températures t_{f1} et t_{f2} sont données, le nombre Re peut se calculer d'après la moyenne arithmétique de la température du liquide

$$t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\,(10 + 18) = 14\,°\text{C}.$$

A cette température $\nu_f = 1{,}18 \cdot 10^{-6}$ m²/s et

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{1{,}18 \cdot 10^{-6}} = 2{,}71 \cdot 10^{4} > 1 \cdot 10^{4}.$$

Le régime de l'écoulement est turbulent.

Le calcul du transfert de chaleur sous ce régime pour l'écoulement d'un liquide incompressible à nombre Pr > 0,7 dans les tubes et canaux peut se faire d'après la formule [13]

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}021\,\mathrm{Re}_f^{0,8}\,\mathrm{Pr}_f^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}\varepsilon_l,\ ^{*)} \qquad (5.7)$$

où les indices « f » et « p » signifient que les propriétés physiques du liquide sont choisies d'après la moyenne arithmétique de la température t_f et la température de la paroi t_p;

$$\alpha = \frac{q}{\Delta t_{lam}}; \qquad \Delta t_{lam} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{\ln\dfrac{t_p - t_{f1}}{t_p - t_{f2}}};$$

ε_l est la correction pour le tronçon initial; avec $l/d > 50$, $\varepsilon_l = 1$. Les valeurs de ε_l sont données par le tableau qui suit

Re_f	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1\cdot10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2\cdot10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5\cdot10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1\cdot10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1

Pour les valeurs de $\mathrm{Re}_f > 1\cdot10^5$ ou $\mathrm{Pr}_f > 5$, la formule tirée de [18] donne des résultats plus précis

$$\mathrm{Nu}_f = \frac{\dfrac{\xi}{8}\mathrm{Re}_f\mathrm{Pr}_f}{12{,}7\sqrt{\dfrac{\xi}{8}}\,(\mathrm{Pr}_f^{2/3} - 1) + 1{,}07}\left(\frac{\mu_f}{\mu_p}\right)^n, \qquad (5.8)$$

où $\xi = (1{,}82\lg\mathrm{Re}_f - 1{,}64)^{-2}$ est le coefficient de résistance au frottement lors de l'écoulement turbulent isotherme d'un liquide dans des tubes lisses. Pour le chauffage du liquide, $n = 0{,}11$; pour le refroidissement, $n = 0{,}25$.

Le calcul de ce problème se fait d'après la formule (5.7).

Avec $t_f = 14$ °C, pour l'eau $\mathrm{Pr}_f = 8{,}5$; $\lambda_f = 0{,}584$ W/(m·°C); $\rho_f = 999$ kg/m³; $c_{pf} = 4{,}187$ kJ/(kg·°C).

Avec $t_p = 28$ °C, $\mathrm{Pr}_p = 5{,}7$.

La longueur du tube étant inconnue, retenons pour la première approximation la correction pour le tronçon initial $\varepsilon_l = 1$.

En portant les valeurs connues dans la formule (5.7), on obtient

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}021\,(2{,}71\cdot10^4)^{0,8}\,(8{,}5)^{0,43}\left(\frac{8{,}5}{5{,}7}\right)^{0,25} = 201.$$

Coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu}_f\,\frac{\lambda_f}{d} = 201\,\frac{0{,}584}{16\cdot10^{-3}} = 7320\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

*) Pour les gaz, les corrections des formules (5.7) et (5.8) qui rendent compte de l'influence de la variation des propriétés physiques suivant la section du courant $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_p)^{0,25}$ et $(\mu_f/\mu_p)^n$ ne sont pas valides [cf. formule (5.13)].

Débit de l'eau par le tube

$$G = w\rho_f \frac{\pi d^2}{4} = 2 \cdot 999 \frac{3{,}14\,(16 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0{,}403 \text{ kg/s}.$$

Quantité de la chaleur transmise

$$Q = Gc_{pf}\,(t_{f2} - t_{f1}) = 0{,}403 \cdot 4{,}187\,(18 - 10) = 13{,}5 \text{ kW}.$$

Longueur du tube

$$l = \frac{Q}{\alpha \Delta t_{lam} \pi d},$$

où la moyenne logarithmique de la chute de température

$$\Delta t_{lam} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{\ln \dfrac{t_p - t_{f1}}{t_p - t_{f2}}} = \frac{18 - 10}{2{,}31 \lg \dfrac{28 - 10}{28 - 18}} = 13{,}7\ ^\circ\text{C}$$

et

$$l = \frac{13\,500}{7320 \cdot 13{,}7 \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-3}} = 2{,}68 \text{ m}.$$

Nous avons adopté pour le calcul $\varepsilon_l = 1$ et obtenu $l \approx 2{,}7$ m, donc

$$\frac{l}{d} = \frac{2{,}7}{16 \cdot 10^{-3}} = 167.$$

Comme $l/d > 50$, $\varepsilon_l = 1$ et aucun besoin de mettre le calcul au point.

5.30. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur pour le régime turbulent de l'écoulement d'un liquide dans un tube, si la vitesse du liquide augmente respectivement de 2 et de 4 fois, alors que le diamètre du tube et les températures moyennes du liquide et de la paroi restent inchangés?

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur deviendra respectivement 1,74 et 3,04 fois plus grand.

5.31. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur lors de l'écoulement turbulent d'un liquide dans un tube, si pour des températures moyennes invariables du liquide et de la paroi on augmente le diamètre du tube de 2 et 4 fois, alors que a) la vitesse de l'écoulement reste constante; b) le débit du liquide reste constant?

Réponse.

a) Le coefficient de transmission de chaleur deviendra respectivement 1,15 t 1,32 fois plus petit.

b) Le coefficient de transmission de chaleur diminuera respectivement de 3,5 et 12 fois.

5.32. Déterminer le rapport des coefficients de transmission de chaleur par la paroi du tube à l'eau α_1 et au gaz α_2 dans le cas de l'écoulement de ces fluides dans des tubes de même diamètre, les nombres de Reynolds étant égaux et les nombres de Prandtl à peu près de la même valeur. Quel serait ce rapport pour l'eau et l'air, si la température de l'eau $t_{f1} = 250$ °C et celle de l'air $t_{f2} = 20$ °C?

Réponse.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2}; \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx 24.$$

5.33. Un économiseur à eau d'une chaudière à vapeur est alimenté en eau portée à la température $t_{f1} = 165$ °C, qui en sort à la température $t_{f2} = 215$ °C. Calculer le coefficient de transmission de chaleur α de la paroi du tube de l'économiseur au courant de l'eau, si le diamètre intérieur des tubes où se déplace l'eau $d = 36$ mm, sa vitesse $w = 0{,}6$ m/s et la longueur relative des tubes $l/d > 50$.

Note. Le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à l'eau étant sensiblement supérieur à celui des gaz à la paroi, la température de la surface intérieure du tube sera proche de la température moyenne de l'eau et le rapport $Pr_f/Pr_p \approx 1$. Donc, dans les conditions envisagées, pour la formule (5.7) on peut adopter $(Pr_f/Pr_p)^{0,25} = 1$.

Réponse.

$$\alpha = 4750 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.34. Par un tube de diamètre intérieur $d = 8$ mm et de longueur $l > 50\ d$ se déplace l'eau à la vitesse $w = 1,2$ m/s. Le tube est chauffé du côté extérieur de façon que la température de sa surface intérieure est $t_p = 90$ °C. L'eau est chauffée de $t_{f1} = 15$ °C à l'entrée jusqu'à $t_{f2} = 45$ °C à la sortie du tube.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur de la paroi du tube à l'eau et la densité moyenne du flux thermique suivant la longueur du tube.

Réponse.

$$\alpha = 7950 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad q = 477 \text{ kW/m}^2.$$

5.35. En se plaçant dans les conditions du problème 5.34, calculer le coefficient de résistance au frottement. Comparer le résultat obtenu avec la valeur du coefficient ξ_i en écoulement isotherme.

Réponse.

$$\xi = 0,0263; \ \xi/\xi_i = 0,875.$$

Solution.

Pour l'écoulement turbulent non isotherme d'un liquide incompressible dans des tubes lisses le coefficient de résistance au frottement peut se calculer d'après la ormule [20]

$$\xi = \xi_i \left(\frac{\mu_p}{\mu_f}\right)^n, \tag{5.9}$$

où $\xi_i = (1,82 \lg Re_f - 1,64)^{-2}$ est le coefficient de résistance dans un écoulement isotherme; μ_p/μ_f, le rapport des coefficients de viscosité dynamique du liquide relatifs à la température de la paroi et à la température moyenne du liquide; $n = 0,14$ pour le chauffage du liquide et $n = 0,28\ Pr_f^{-0,25}$, pour son refroidissement. Cette formule est vraie pour

$$3,3\cdot10^3 \leqslant Re_f \leqslant 2,5\cdot10^5;$$

$$0,3 \leqslant \frac{\mu_p}{\mu_f} \leqslant 38 \text{ et } 1,3 \leqslant Pr_f \leqslant 178.$$

D'après l'énoncé du problème 5.34

$$d = 8 \text{ mm}; \quad w = 1,2 \text{ m/s}; \quad t_f = 30\,^\circ\text{C}; \quad t_p = 90\,^\circ\text{C}.$$

Pour l'eau à $t_f = 30$ °C, $\nu_f = 0,805\cdot10^{-6}$ m²/s; $\mu_f = 802\cdot10^{-6}$ Pa·s, et pour $t_p = 90$ °C, $\mu_p = 315\cdot10^{-6}$ Pa·s;

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1,2\cdot8\cdot10^{-3}}{0,805\cdot10^{-6}} = 1,19\cdot10^4.$$

Le coefficient de résistance au frottement pour l'écoulement isotherme

$$\xi_i = (1,82 \lg Re_f - 1,64)^{-2} = (1,82 \lg 1,19\cdot10^4 - 1,64)^{-2} = 0,030.$$

Le coefficient de résistance au frottement pour un écoulement non isotherme dans les conditions du chauffage d'un liquide

$$\xi = \xi_i\,(\mu_p/\mu_f)^{0,14} = 0,03\left(\frac{315}{802}\right)^{0,14} = 0,0263.$$

De cette façon

$$\xi/\xi_i = 0,875.$$

5.36. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur dans les conditions du problème 5.34, si le tube où se déplace l'eau a la forme d'un serpentin de diamètre $D = 2R = 200$ mm (fig. 5.6)?

Réponse.

$\alpha_{ls} = 9100$ W/(m²·°C), c'est-à-dire le coefficient de transmission de chaleur augmentera de 14,5 %.

Solution.

Si un liquide se déplace dans des tubes incurvés et si $Re'_{cr} < Re_f < Re''_{cr}$, le coefficient de transmission de chaleur se calcule d'après la formule (5.7). Ici

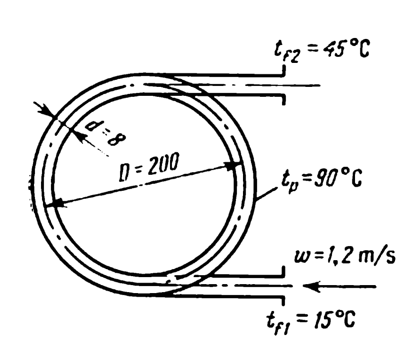


Fig. 5.6. Problème 5.36.

$$Re'_{cr} = \frac{16,4}{\sqrt{d/R}};$$

$$Re''_{cr} = 18\,500 \left(\frac{d}{2R}\right)^{0,28}, \quad (5.10)$$

où d est le diamètre intérieur du tube; R, le rayon de la courbure du serpentin.

Les rapports (5.10) sont justifiés pour $d/R \geqslant 8 \cdot 10^{-4}$ [4].

Si $Re_f > Re''_{cr}$, le calcul peut se faire suivant la même formule (5.7), mais la valeur obtenue du coefficient de transmission de chaleur doit être multipliée par ε_R qui pour les tubes d'un serpentin est déterminée par la formule

$$\varepsilon_R = 1 + 1,8\,\frac{d}{R}. \quad (5.11)$$

Dans le cas envisagé (cf. problème 5.34), pour l'eau à $t_f = 30$ °C, $\nu_f = 0,805 \cdot 10^{-6}$ m²/s,

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1,2 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{0,805 \cdot 10^{-6}} = 1,19 \cdot 10^4;$$

$$Re''_{cr} = 18\,500 \left(\frac{d}{2R}\right)^{0,28} = 18\,500 \left(\frac{8}{2 \cdot 100}\right)^{0,28} = 7500.$$

Etant donné que $Re_f > Re''_{cr}$, le calcul se fait suivant la formule (5.7) compte tenu de la correction (5.11). La résolution du problème 5.34 montre que le coefficient de transmission de chaleur d'un tube droit $\alpha = 7950$ W/(m²·°C)

$$\varepsilon_R = 1 + 1,8\,\frac{8}{100} = 1,145$$

et

$$\alpha_{ls} = \alpha\varepsilon_R = 7950 \cdot 1,145 = 9100 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.37. Déterminer la quantité de chaleur transmise par l'eau qui se déplace dans un serpentin de rayon $R = 160$ mm constitué d'un tube de diamètre $d = 18$ mm. Le débit de l'eau $G = 0,24$ kg/s, sa température moyenne suivant la longueur du tube $t_f = 120$ °C, la température constante suivant la longueur de la surface intérieure du tube $t_p = 110$ °C. La longueur du tube du serpentin $l = 3$ m.

Réponse.

$$Q = 14 \text{ kW}.$$

5.38. On se propose de confectionner un échangeur de chaleur à partir des tubes circulaires droits de diamètre $d = 30$ mm à l'intérieur desquels doit se déplacer le fluide refroidissant. La température de la paroi intérieure des tubes est donnée: $t_p = 120$ °C.

La température moyenne du fluide refroidissant $t_f = 70$ °C et la quantité de chaleur qu'il doit évacuer $Q = 300$ kW.

Déterminer la surface de refroidissement, si on utilise comme fluide refroidissant a) l'eau ; b) l'huile de transformateur ; c) l'air à la pression atmosphérique.

La vitesse moyenne choisie du mouvement de l'eau et de l'huile est $w = 2$ m/s, celle de l'air, $w = 10$ m/s.

Dans tous les trois cas poser $l > 50\,d$, et la chute de températures logarithmique moyenne $\Delta t_{lg} \approx t_p - t_f$.

Réponse.

	α, W/(m²·°C)	F, m²
Pour l'eau	10 700	0,56
Pour l'huile	1 140	5,25
Pour l'air	38,4	156

5.39. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et les surfaces de chauffe pour l'eau, l'huile et l'air du problème 5.38, si à la même température moyenne du fluide caloporteur ($t_f = 70$ °C), la température de la paroi est non pas 120 °C, mais 20 °C, c'est-à-dire le fluide caloporteur se refroidit avec la même pression thermique que dans le problème 5.38.

Réponse.

a) Le coefficient de transmission de chaleur de l'eau à la paroi diminuera de 32,4 % ; $F = 0{,}83$ m².

b) Le coefficient de transmission de chaleur de l'huile de transformateur à la paroi diminuera de 41,6 % ; $F = 9{,}0$ m².

c) Le coefficient de transmission de chaleur de l'air à la paroi pour des chutes de température relativement peu grandes ne dépend pratiquement pas de la différence des températures, et la surface sera la même que dans le problème 5.38 : $F = 156$ m².

5.40. Dans un tube droit de diamètre $d = 30$ mm et de longueur $l = 2{,}5$ m se déplace un caloporteur à la vitesse $w = 4$ m/s et à la température moyenne $t_f = 50$ °C.

Calculer la chute de pression suivant la longueur du tube, si on emploie comme caloporteur a) l'eau ; b) l'huile de transformateur. Faire le calcul pour le cas du refroidissement du caloporteur à la température de la paroi du tube $t_p = 20$ °C et pour le cas de son chauffage jusqu'à la température de la paroi du tube $t_p = 80$ °C.

Réponse.

Pour le refroidissement : de l'eau $\Delta p = 11{,}5$ kPa ; de l'huile de transformateur $\Delta p = 17{,}6$ kPa ; pour le chauffage : de l'eau $\Delta p = 9{,}57$ kPa ; de l'huile de transformateur $\Delta p = 14{,}3$ kPa.

5.41. L'eau se déplace à la vitesse $w = 9$ m/s dans un tube de diamètre $d = 38$ mm. La température de la surface intérieure du tube est maintenue à $t_p = 50$ °C et l'eau dans le tube est chauffée de la température à l'entrée $t_{f1} = 16$ °C à $t_{f2} = 24$ °C.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à l'eau et la longueur du tube.

Réponse.

$$\alpha = 28\,400 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}; \quad l = 3{,}35 \text{ m}.$$

Solution.

Déterminons le régime de l'écoulement de l'eau

$$t_f = 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\,(16 + 24) = 20 \text{ °C}.$$

A t_f = 20 °C, pour l'eau $\nu_f = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s et

$$\mathrm{Re}_f = \frac{9 \cdot 38 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} = 3{,}42 \cdot 10^5 > 10^4.$$

Le régime est turbulent. Pour calculer le coefficient de transmission de chaleur appliquons la formule (5.8).

Avec t_f = 20 °C, $\mathrm{Pr}_f = 7{,}02$;

$$\mu_f = 1004 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Pa \cdot s}; \quad \lambda_f = 0{,}599\ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)};$$

$$\rho_f = 998\ \mathrm{kg/m^3}; \quad c_{pf} = 4187\ \mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}.$$

Avec $t_p = 50$ °C; $\mu_p = 549 \cdot 10^{-6}$ Pa·s; $\xi = (1{,}82 \lg \mathrm{Re}_f - 1{,}64)^{-2} = [1{,}82 \lg (3{,}42 \cdot 10^5) - 1{,}64]^{-2} = 0{,}0141$;

$$\mathrm{Nu}_f = \frac{\frac{\xi}{8} \mathrm{Re}_f \mathrm{Pr}_f}{12{,}7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (\mathrm{Pr}_f^{2/3} - 1) + 1{,}07} \left(\frac{\mu_f}{\mu_p}\right)^n,$$

où au chauffage $n = 0{,}11$; par conséquent

$$\mathrm{Nu}_f = \frac{\frac{0{,}0141}{8} \cdot 3{,}42 \cdot 10^5 \cdot 7{,}02}{12{,}7 \left(\frac{0{,}0141}{8}\right)^{0{,}5} (7{,}02^{2/3} - 1) + 1{,}07} \left(\frac{1004}{549}\right)^{0{,}11} = 1800$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu}_f \frac{\lambda_f}{d} = 1800 \frac{0{,}599}{38 \cdot 10^{-3}} = 28\,400\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}$$

La longueur du tube est déterminée à partir de l'équation du bilan thermique

$$Q = \alpha (t_p - t_f) \pi d l = G c_{pf} (t_{f2} - t_{f1}).$$

Le débit de l'eau et la quantité de chaleur absorbée par l'eau sont

$$G = \rho_f w \frac{\pi d^2}{4} = 998 \cdot 9 \frac{3{,}14 (38 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 10{,}15\ \mathrm{kg/s};$$

$$Q = G c_{pf} (t_{f2} - t_{f1}) = 10{,}15 \cdot 4187 \cdot 8 = 341\ \mathrm{kW};$$

alors

$$l = \frac{Q}{\alpha (t_p - t_f) \pi d} = \frac{3{,}41 \cdot 10^5}{2{,}84 \cdot 10^4 \cdot (50 - 20) \cdot 3{,}14 \cdot 38 \cdot 10^{-3}} = 3{,}35\ \mathrm{m}.$$

5.42. Dans un échangeur l'eau doit fournir Q = 460 kW de chaleur. L'eau se déplace dans un tube droit de diamètre d = 50 mm. La température de la surface intérieure du tube est maintenue à 20 °C. Le débit de l'eau G = 11 kg/s et sa température à l'entrée du tube t_{f1} = 75 °C.

Calculer la longueur nécessaire du tube.

Réponse.

$$l = 3{,}1\ \mathrm{m}.$$

5.43. Calculer le coefficient de transmission de chaleur et la densité du flux thermique à la surface intérieure du tube de diamètre d = 12 mm, où se déplace l'eau à la vitesse w = 6,5 m/s, si la température moyenne de l'eau t_f = 160 °C, et celle de la surface intérieure du tube t_p est maintenue à 185 °C.

Réponse.

$$\alpha = 4 \cdot 10^4\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}; \quad q = 1 \cdot 10^6\ \mathrm{W/m^2}.$$

5.44. Quelle devrait être la vitesse de pompage de l'eau dont la moyenne arithmétique de la température est t_f = 150 °C, dans un tube de diamètre d = 20 mm et de longueur l = 2,3 m, pour qu'en écoulement turbulent et à la

température de la surface intérieure du tube $t_p = 170$ °C, la quantité de la chaleur évacuée soit égale à 9 kW?

Calculer également la température de l'eau à l'entrée et à la sortie du tube.

Note. Tenir compte dans le calcul du fait que le coefficient de transmission de chaleur de (5.7) se rapporte à la différence logarithmique moyenne des températures de la paroi et du liquide.

Réponse.

$$w = 0{,}36 \text{ m/s}; \quad t_{f1} = 140 \text{ °C}; \quad t_{f2} = 160 \text{ °C}.$$

Solution.

Cherchons la valeur nécessaire du coefficient de transmission de chaleur en adoptant en première approximation que $\Delta t_{lg} = (t_p - t_f)$

$$\alpha = \frac{Q}{\pi d l (t_p - t_f)} = \frac{9000}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}3\,(170 - 150)} = 3100 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{°C)}.$$

Avec $t_f = 150$ °C $\nu_f = 0{,}202 \cdot 10^{-6}$ m²/s;

$$\rho_f = 917 \text{ kg/m}^3; \quad \lambda_f = 0{,}685 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)};$$
$$c_{pf} = 4313 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)}; \quad \Pr_f = 1{,}17.$$

Avec $t_p = 170$ °C $\Pr_p = 1{,}05$.

Calculons la valeur du nombre Nu_f et la valeur nécessaire du nombre de Reynolds suivant la formule (5.7)

$$\mathrm{Nu}_f = \frac{\alpha d}{\lambda_f} = \frac{3100 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{0{,}685} = 90{,}5;$$

$$\mathrm{Re}_f^{0{,}8} = \frac{\mathrm{Nu}_f}{0{,}021 \Pr_f^{0{,}43} \left(\frac{\Pr_f}{\Pr_p}\right)^{0{,}25}} = \frac{90{,}5}{0{,}021\,(1{,}17)^{0{,}43} \left(\frac{1{,}17}{1{,}06}\right)^{0{,}25}} = 3930,$$

d'où

$$\mathrm{Re}_f = 3{,}11 \cdot 10^4.$$

Calculons en première approximation la vitesse requise de l'eau

$$w = \mathrm{Re}_f \frac{\nu_f}{d} = 3{,}11 \cdot 10^4 \frac{0{,}202 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0{,}314 \text{ m/s}.$$

Le débit de l'eau

$$G = \rho_f w \frac{\pi d^2}{4} = 917 \cdot 0{,}314 \frac{3{,}14\,(2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 0{,}0903 \text{ kg/s}$$

et la chute de température suivant la longueur du tube

$$\delta t = \frac{Q}{G c_{pf}} = \frac{9000}{0{,}0903 \cdot 4313} = 23 \text{ °C}.$$

Par conséquent, les températures initiale et terminale de l'eau sont

$$t_{f1} = t_f - 0{,}5\,\delta t = 150 - 11{,}5 = 138{,}5 \text{ °C};$$
$$t_{f2} = t_f + 0{,}5\,\delta t = 150 + 11{,}5 = 161{,}5 \text{ °C}.$$

La différence logarithmique moyenne des temperatures

$$\Delta t_{lg} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{2{,}3 \lg \frac{t_p - t_{f1}}{t_p - t_{f2}}} = \frac{23}{2{,}3 \lg \frac{31{,}5}{8{,}5}} = 17{,}6 \text{ °C}.$$

Adoptons pour la deuxième approximation $\Delta t_{lg} = 17{,}6\ °C$

$$\alpha = \frac{9000}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}3 \cdot 17{,}6} = 3530\ W/(m^2 \cdot °C);$$

$$Re_f^{0,8} = 3930\ \frac{3530}{3100} = 4470;$$

$$Re_f = 3{,}66 \cdot 10^4; \quad w = 0{,}37\ m/s,$$

$$G = 0{,}106\ kg/s; \quad \delta t = 19{,}7\ °C, \quad \text{alors}, \quad t_{f1} = 140{,}2;$$

$$t_{f2} = 159{,}8\ °C \quad \text{et} \quad \Delta t_{lg} = 18{,}2\ °C.$$

En troisième approximation adoptons $\Delta t_{lg} = 18{,}2\ °C$; $\alpha = 3420\ W/(m^2 \cdot °C)$; $Re_f = 3{,}55 \cdot 10^4$ et $w = 0{,}36\ m/s$.

Dans ces conditions $\delta t = 20\ °C$; $t_{f1} = 140\ °C$; $t_{f2} = 160\ °C$ et $\Delta t_{lg} = 18{,}2\ °C$, ce qui coïncide avec la valeur adoptée dans ce qui précède.

5.45. L'eau à la température $t_{f1} = 30\ °C$ est canalisée dans un tube de diamètre $d = 12$ mm, long de $l = 2{,}2$ m.

Calculer sa température à la sortie du tube, si on connaît le débit $G = 0{,}083$ kg/s et la température de la surface intérieure du tube $t_p = 60\ °C$.

Réponse.

$$t_{f2} = 50\ °C.$$

Solution.

Pour calculer le transfert de chaleur il faut connaître la moyenne de la température du liquide suivant la longueur du tube. La température de l'eau à la sortie du tube étant inconnue, résolvons le problème par approximations successives.

Donnons-nous la température de l'eau à la sortie du tube $t_{f2} = 40\ °C$; alors $t_f = 0{,}5\ (t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\ (30 + 40) = 35\ °C$. A cette température, $\mu_f = 7{,}28 \cdot 10^{-4}$ Pa·s;

$$Re_f = \frac{4G}{\pi d \mu_f} = \frac{4 \cdot 8{,}3 \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 7{,}28 \cdot 10^{-4}} = 12\,100 > 10^4.$$

Le régime de l'eau est turbulent.

Avec $t_f = 35\ °C$, $\lambda_f = 0{,}626\ W/(m \cdot °C)$; $Pr_f = 4{,}85$; pour $t_p = 60\ °C$ $Pr_p = 3{,}00$.

En portant les valeurs calculées dans la formule (5.7), on trouve les nombres Nu_f et le coefficient de transmission de chaleur

$$Nu_f = 0{,}021\ Re_f^{0,8}\ Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p}\right)^{0,25} =$$

$$= 0{,}021\ (1{,}21 \cdot 10^4)^{0,8}\ (4{,}85)^{0,43} \left(\frac{4{,}85}{3{,}00}\right)^{0,25} = 86;$$

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{d} = 86\ \frac{0{,}626}{1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 4490\ W/(m^2 \cdot °C).$$

La température de l'eau à la sortie est donnée par l'équation du bilan thermique

$$\alpha \Delta t_{lg} \pi\, dl = G c_{pf}\, (t_{f2} - t_{f1}).$$

En tenant compte que

$$\Delta t_{lg} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{2{,}3\ \lg \dfrac{t_p - t_{f1}}{t_p - t_{f2}}},$$

on obtient

$$\lg(t_p - t_{f2}) = \lg(t_p - t_{f1}) - \frac{\alpha\pi\, dl}{2{,}3Gc_{pf}};$$

$$\lg(60 - t_{f2}) = \lg(60 - 30) - \frac{4490\cdot 3{,}14\cdot 1{,}2\cdot 10^{-2}\cdot 2{,}2}{2{,}3\cdot 0{,}083\cdot 4187},$$

d'où $t_{f2} = 49{,}7$ °C.

Donnons-nous comme deuxième approximation $t_{f2} = 50$ °C; il vient

$$t_f = 40\ °C;\ \mu_f = 6{,}54\cdot 10^{-4}\ Pa\cdot s;\ \lambda_f = 0{,}634\ W/(m\cdot °C);$$

$$Pr_f = 4{,}30;\ Re_f = 13\,500;\ Nu_f = 87 \text{ et } \alpha = 4600\ W/(m^2\cdot °C).$$

La température de l'eau à la sortie (deuxième approximation)

$$\lg(60 - t_{f2}) = \lg(60 - 30) - \frac{4600\cdot 3{,}14\cdot 1{,}2\cdot 10^{-2}\cdot 2{,}2}{2{,}3\cdot 0{,}083\cdot 4187};$$

$$t_{f2} = 50\ °C.$$

5.46. Un échangeur de chaleur est constitué de tubes droits couplés en parallèle de diamètre $d = 18$ mm, longs de $l = 2{,}2$ m, où se déplace l'eau chauffante (fig. 5.7). Le nombre de tubes $n = 30$. Le débit général de l'eau $G = 2{,}4\cdot 10^4$ kg/h. Sa température à l'entrée de l'appareil $t_{f1} = 90$ °C.

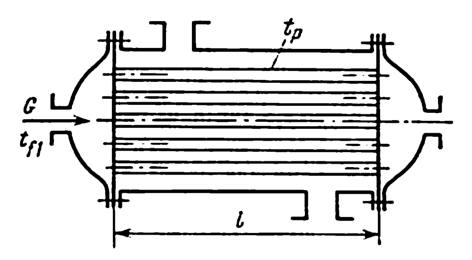


Fig. 5.7. Problème 5.46.

Calculer la quantité de chaleur émise par l'eau, si la température de la surface intérieure des tubes $t_p = 50$ °C.

Réponse.

$$Q = 558\ kW.$$

5.47. Dans le canal d'un élément combustible de pile nucléaire se déplace l'eau sous la pression $p = 8$ MPa. Le diamètre du canal $d = 8$ mm, sa longueur $l = 2{,}5$ m. Le débit de l'eau $G = 0{,}12$ kg/s. Sa température à l'entrée du canal $t_{f1} = 190$ °C.

Calculer la température de l'eau et celle de la surface intérieure du canal à la sortie t_{f2} et t_{p2}, si on adopte approximativement que la densité du flux thermique $q_p = 620$ kW/m² sur la paroi est constante le long du canal.

Note. Sous les pressions et températures considérées, il convient de tenir compte de la relation entre la chaleur spécifique de l'eau et la température et la pression. Aussi, la température de l'eau à la sortie doit-elle se calculer d'après la variation de l'enthalpie de l'eau suivant la longueur du canal:

$$i_2 = i_1 + \frac{q_p\pi\, dl}{G},\ kJ/kg.$$

Réponse.

$$t_{f2} = 260\ °C;\quad t_{p2} = 285\ °C.$$

5.48. La température et la pression de l'eau à l'entrée d'un canal de pile nucléaire $t_{f_1} = 180$ °C; $p = 10$ MPa. La section droite du canal est circulaire, son diamètre intérieur $d = 6$ mm et sa longueur $l = 3$ m.

Quel débit de l'eau faudrait-il assurer pour que la température de la paroi du canal à la sortie soit de 20 °C inférieure à la température de saturation à la pression donnée, si la densité du flux thermique $q_p = 740$ kW/m² adoptée pour la surface intérieure du canal est à peu près constante suivant la longueur.

Note. Pour déterminer le débit de l'eau il faut calculer la valeur du coefficient de transmission de chaleur et la température de l'eau à la sortie du canal α_2 et t_{f_2}, grandeurs qui dépendent à leur tour du débit de l'eau. Le problème doit donc être résolu par la méthode des approximations successives en délimitant la vitesse w du déplacement de l'eau dans le canal par l'intervalle de 3 à 6 m/s.

Réponse.

$$G = 0{,}1 \text{ kg/s}.$$

5.49. L'eau se déplace dans un tube en acier inoxydable de diamètre $d = 5$ mm et d'épaisseur $\delta = 0{,}5$ mm d'une installation expérimentale pour l'étude du transfert de chaleur en régime turbulent de l'écoulement. Le tube est chauffé au courant électrique et toute la chaleur dégagée dans la paroi est transmise par la surface intérieure à l'eau.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface intérieure du tube à l'eau α_{ex}, W/(m²·°C), à la distance $l = 600$ mm de l'entrée, si l'expérience fournit les données suivantes: intensité du courant $I = 400$ A; débit de l'eau $G = 0{,}1$ kg/s; sa pression $p = 16$ MPa; température de l'eau à l'entrée du tube $t_{f_1} = 300$ °C; température de la surface extérieure du tube à la distance $l = 600$ mm de l'entrée $t_{p.ext} = 350$ °C.

Admettre que la résistivité $\rho = 0{,}85$ Ω·mm²/m et le coefficient de conductivité thermique de l'acier $\lambda = 19{,}8$ W/(m·°C) sont constants.

Réponse.

$$\alpha_{ex} = 48\,500 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.50. Calculer l'erreur de calcul de α d'après les données expérimentales de l'énoncé du problème 5.49, si a) on ne tient pas compte de la chute de température suivant l'épaisseur de la paroi du tube expérimental, et b) le coefficient de conductivité thermique du matériau de la paroi est pris de 10 % plus grand, c'est-à-dire si $\lambda = 21{,}8$ W/(m·°C).

Comparer la valeur expérimentale de α_{ex} avec le résultat de calcul suivant (5.7) de α_{cal}.

Réponse.

a) $\alpha = 30\,000$ W/(m²·°C); l'erreur est égale à 38 %;

b) $\alpha = 45\,600$ W/(m²·°C); l'erreur est égale à 6 %;

c) $\alpha_{cal} = 50\,300$ W/(m²·°C); l'écart est de 3,7 %.

5.51. Dans un canal de section carrée de côté $a = 10$ mm et de longueur $l = 1600$ mm se déplace l'eau à la vitesse $w = 4$ m/s. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à l'eau, si suivant la longueur la température moyenne de l'eau $t_f = 40$ °C, et la température de la surface intérieure du canal $t_p = 90$ °C.

Réponse.

$$\alpha = 20\,300 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Avec la température moyenne $t_f = 40$ °C les propriétés physiques de l'eau sont respectivement $\nu_f = 0{,}659\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 0{,}634$ W/(m·°C); $Pr_f = 4{,}3$.

Avec $t_p = 90$ °C, $Pr_p = 1{,}95$.

Le diamètre équivalent du canal

$$d_{\text{éq}} = \frac{4f}{u} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0{,}01 \text{ m},$$

où f est l'aire de la section droite du canal, m²; u, le périmètre du canal, m.

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re}_f=\frac{wd_{éq}}{\nu_f}=\frac{4\cdot 0,01}{0,659\cdot 10^{-6}}=6,07\cdot 10^4>10^4.$$

Le régime du mouvement est turbulent.

Pour les liquides à nombre $\mathrm{Pr}\geqslant 0,7$, le transfert de chaleur dans le cas de l'écoulement turbulent dans des canaux de section non circulaire peut s'obtenir par calcul approché suivant la formule (5.7), en introduisant comme déterminant le diamètre équivalent. Par conséquent

$$\mathrm{Nu}_f=0,021\,\mathrm{Re}_f^{0,8}\,\mathrm{Pr}_f^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}=$$

$$=0,021\,(6,07\cdot 10^4)^{0,8}\,(4,3)^{0,43}\left(\frac{4,3}{1,95}\right)^{0,25}=320$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha=\mathrm{Nu}_f\frac{\lambda_f}{d_{éq}}=320\,\frac{0,634}{0,01}=20\,300\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

5.52. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et la quantité de chaleur transmise par 1 m de canal de l'énoncé du problème 5.51, si la section carrée du canal est remplacée par a) une fente avec le rapport des côtés 1 : 25; b) une section triangulaire équilatérale? L'aire de la section droite du canal et la vitesse de l'eau ne changent pas.

Réponse.

a) Le coefficient de transmission de chaleur augmentera environ de 20 %. Le canal transmettra 3,16 fois plus de chaleur.

b) Le coefficient de transmission de chaleur augmentera environ de 2,5 % et la chaleur transmise, de 17 %.

5.53. L'eau se déplace à la vitesse w = 3 m/s dans le canal annulaire extérieur d'un échangeur de type coaxial (fig. 5.8). Sa température moyenne suivant la longueur du canal est t_f = 40 °C.

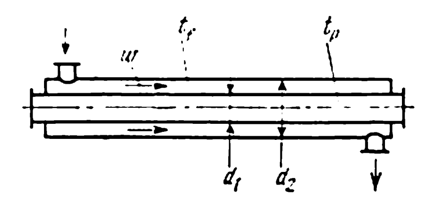


Fig. 5.8. Problème 5.53.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la longueur et la puissance thermique de l'échangeur, si la température de la surface extérieure du tube intérieur t_p = 70 °C. Les diamètres extérieur et intérieur du canal annulaire sont respectivement d_2 = 26 mm et d_1 = 20 mm; la longueur du canal l = 1,4 m.

Réponse.

$$\alpha = 7\,600\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)};\quad Q = 20\ \mathrm{kW}.$$

Solution.

Avec t_f = 40 °C, pour l'eau $\nu_f = 0,659\cdot 10^{-6}$ m²/s. Le diamètre équivalent du canal annulaire

$$d_{éq}=\frac{4f}{u}=d_2-d_1=26-20=6\ \mathrm{mm},$$

et

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd_{éq}}{\nu_f} = \frac{3\cdot 6\cdot 10^{-3}}{0,659\cdot 10^{-6}} = 27\,300 > 10^4.$$

En écoulement turbulent des liquides aqueux et des gaz dans des canaux de section annulaire le coefficient de transmission de chaleur moyen peut se calculer d'après la formule [4]

$$\mathrm{Nu}_f = 0,017\,\mathrm{Re}_f^{0,8}\,\mathrm{Pr}_f^{0,4}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{0,18}, \qquad (5.12)$$

où les indices « f » et « p » signifient que les propriétés physiques du fluide sont choisies respectivement d'après la moyenne arithmétique de la température t_f et la température de la paroi t_p, et comme déterminant on a adopté le diamètre équivalent $d_{éq} = d_2 - d_1$ (d_1 et d_2 sont les diamètres intérieur et extérieur du canal annulaire).

La formule (5.12) est vraie pour $d_2/d_1 = 1,2$ à 14; $l/d_{éq} = 50$ à 460 et $\mathrm{Pr}_f = 0,7$ à 100.

Dans le cas envisagé

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{26}{20} = 1,3; \qquad \frac{l}{d_{éq}} = \frac{2}{6\cdot 10^{-3}} = 333$$

et le calcul se fait donc suivant la formule (5.12).

Avec $t_f = 40$ °C, $\mathrm{Pr}_f = 4,31$; $\lambda_f = 0,635$ W/(m·°C); avec $t_p = 70$ °C, $\mathrm{Pr}_p = 2,55$;

$$\mathrm{Nu}_f = 0,017\,(2,73\cdot 10^4)^{0,8}\,(4,31)^{0,4}\left(\frac{4,31}{2,55}\right)^{0,25}\left(\frac{26}{20}\right)^{0,18} = 72;$$

$$\alpha = \mathrm{Nu}_f\,\frac{\lambda_f}{d_{éq}} = 72\,\frac{0,635}{6\cdot 10^{-3}} = 7600\ \mathrm{W/(m^2\cdot °C)};$$

$$Q = \alpha\,(t_p - t_f)\,\pi d l = 7600\,(70-40)\,3,14\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 1,4 = 20\ \mathrm{kW}.$$

5.54. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et la puissance thermique de l'échangeur de l'énoncé du problème 5.53, si le diamètre extérieur du canal annulaire $d_2 = 32$ mm, c'est-à-dire si la largeur du canal devient deux fois plus grande, alors que a) la vitesse de l'eau et toutes les autres conditions ne changent pas; b) le débit de l'eau et toutes les autres conditions ne changent pas?

Réponse.

a) $\alpha_a = 6\,900$ W/(m²·°C); $\alpha_a/\alpha = 0,91$;
$Q = 18,2$ kW;

b) $\alpha_b = 3\,580$ W/(m²·°C); $\alpha_b/\alpha = 0,47$;
$Q = 9,4$ kW.

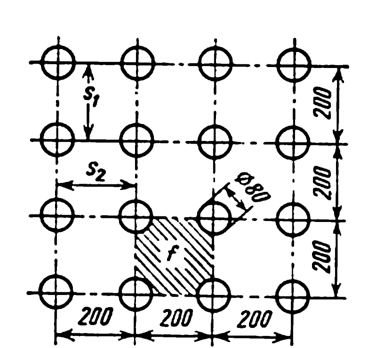


Fig. 5.9. Problème 5.55.

5.55. Le faisceau de tubes d'une chaudière baigne dans un flux de fumée longitudinal. Les tubes du faisceau de diamètre extérieur $d = 80$ mm et de longueur $l = 3$ m sont arrangés en ligne à pas $s_1 = 200$ mm et $s_2 = 200$ mm (fig. 5.9). La température moyenne de la fumée $t_f = 750$ °C, la température moyenne de la surface extérieure des tubes $t_p = 250$ °C et la vitesse moyenne de la fumée $w = 6$ m/s. La composition volumique de la fumée (pressions partielles relatives) $\bar{p}_{CO_2} = 13$; $\bar{p}_{H_2O} = 11$; $\bar{p}_{N_2} = 76$.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur par convection par la fumée à la surface des tubes du faisceau.

Réponse.

$$\alpha = 13 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Le diamètre équivalent du faisceau des tubes

$$d_{\acute{e}q} = \frac{4f}{u} = \frac{4\left(s_1 s_2 - \frac{\pi d^2}{4}\right)}{\pi d} = 4\frac{s_1 s_2}{\pi d} - d$$

Par conséquent

$$d_{\acute{e}q} = 4\frac{0,2\cdot 0,2}{3,14\cdot 0,08} - 0,08 = 0,557 \text{ m}.$$

Pour $t_f = 750\,^\circ$C les propriétés physiques de la fumée de la composition donnée sont respectivement

$$\nu_f = 122\cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \lambda_f = 8,71\cdot 10^{-2} \text{ W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \text{Pr}_f = 0,6;$$

$$\text{Re}_f = \frac{w d_{\acute{e}q}}{\nu_f} = \frac{6\cdot 0,557}{122\cdot 10^{-6}} = 2,74\cdot 10^4 > 10^4.$$

En écoulement turbulent des gaz dans des tubes et des canaux et lors du contournement longitudinal des faisceaux de tubes, le transfert de chaleur peut se calculer d'après la formule (5.7), mais dans ce cas la correction pour le changement des propriétés physiques avec la température $(\text{Pr}_f/\text{Pr}_p)^{0,25}$ ne se justifie pas.

Dans le cas des gaz l'influence du changement des propriétés physiques sur le transfert de chaleur peut être évaluée en faisant intervenir le facteur thermique [8]

$$\Theta = \frac{T_p}{T_f} = \frac{t_p + 273}{t_f + 273};$$

$$\left.\begin{array}{c} \text{pour le refroidissement et } 0,5 \leqslant \Theta \leqslant 1: \\ \text{Nu} = \text{Nu}_f\,(1,27 - 0,27\Theta); \\ \text{pour le chauffage et } 1 \leqslant \Theta \leqslant 3,5: \\ \text{Nu} = \text{Nu}_f\Theta^{-0,55}, \end{array}\right\} \qquad (5.13)$$

où Nu_f est le nombre de Nüsselt pour des propriétés physiques constantes

$$\text{Nu}_f = 0,021\,\text{Re}_f^{0,8}\,\text{Pr}_f^{0,43}\,\varepsilon_l.$$

Dans le cas considéré

$$\frac{l}{d_{\acute{e}q}} = \frac{3}{0,557} = 5,4,$$

et d'après le tableau de la formule (5.7) on trouve $\varepsilon_l = 1,24$; donc

$$\text{Nu}_f = 0,021\,(2,74\cdot 10^4)^{0,8}\,0,6^{0,43}\cdot 1,24 = 73,3;$$

$$\Theta = \frac{250 + 273}{750 + 273} = 0,51;$$

$$\text{Nu} = \text{Nu}_f\,(1,27 - 0,27\Theta) = 73,3\,(1,27 - 0,27\cdot 0,51) = 83$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \text{Nu}\frac{\lambda_f}{d_{\acute{e}q}} = 83\frac{0,0871}{0,557} = 13 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.56. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur du problème 5.55, si le pas s_1 devient 2 et 4 fois plus grand, le pas s_2 et les autres conditions restant les mêmes?

Réponse.

$$\alpha_{2S1} = 11{,}3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad \alpha_{4S1} = 9{,}9 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

5.57. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur par convection de l'énoncé du problème 5.55, si le diamètre des tubes devient 2 fois plus petit, toutes les autres conditions restant les mêmes?

Réponse.

$$\alpha' = 11{,}3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

5.58. Dans un tube de diamètre $d = 46$ mm se déplace l'air à une vitesse élevée. Son débit $G = 0{,}2$ kg/s.

La température thermodynamique de l'air à l'entrée du tube $t_1 = 1200$ °C. La température de la paroi du tube $t_p = 350$ °C. La pression de l'air à l'entrée $p_1 = 750$ mm Hg, et à la sortie, $p_2 = 510$ mm Hg.

Quelle longueur doit avoir le tube pour que la température thermodynamique à la sortie t_2 soit égale à 750 °C? Déterminer également la valeur du nombre de Mach à l'entrée du tube et à sa sortie.

Réponse.

$$l = 2{,}5 \text{ m}; \quad M_1 = 0{,}66; \quad M_2 = 0{,}81.$$

Solution.

Pression de l'air à l'entrée et à la sortie du tube

$$p_1 = 750\cdot 13{,}6\cdot 9{,}81 = 1\cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad p_2 = 510\cdot 13{,}6\cdot 9{,}81 = 6{,}8\cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Densité de l'air à l'entrée du tube

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{1\cdot 10^5}{287{,}4\,(1200+273)} = 0{,}236 \text{ kg/m}^3,$$

à sa sortie

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = \frac{6{,}8\cdot 10^4}{287{,}4\,(750+273)} = 0{,}231 \text{ kg/m}^3,$$

où pour l'air $R = 287{,}4$ J/(kg·°C).

Vitesse de l'air à l'entrée

$$w_1 = \frac{4G}{\rho_1 \pi d^2} = \frac{4\cdot 0{,}2}{0{,}236\cdot 3{,}14\cdot (4{,}6\cdot 10^{-2})^2} = 520 \text{ m/s},$$

à la sortie

$$w_2 = w_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 510 \frac{0{,}236}{0{,}231} = 510 \text{ m/s}.$$

Vitesse du son et nombre de Mach à l'entrée

$$a_1 = \sqrt{kRT_1} \approx 20{,}1\sqrt{T_1} = 20{,}1\sqrt{1473} = 770 \text{ m/s};$$

$$M_1 = \frac{w_1}{a_1} = \frac{510}{770} \approx 0{,}66,$$

à la sortie

$$a_2 = 20{,}1\sqrt{T_2} = 20{,}1\sqrt{1023} = 642 \text{ m/s};$$

$$M_2 = \frac{w_2}{a_2} = \frac{520}{642} \approx 0{,}81.$$

Température de freinage:

à l'entrée:

$$\vartheta_1 = T_1 + \frac{w_1^2}{2c_{p_1}} = 1473 + \frac{510^2}{2\cdot 1210} = 1473 + 107 = 1580 \text{ K},$$

où pour $t_1 = 1200$ °C, $c_{p1} = 1{,}21$ kJ/(kg·°C);

à la sortie:

$$\vartheta_2 = T_2 + \frac{w_2^2}{2c_{p_2}} = 1023 + \frac{520^2}{2\cdot 1145} = 1023 + 118 = 1141 \text{ K},$$

où pour $t_2 = 750$ °C, $c_{p2} = 1{,}145$ kJ/(kg·°C).

Moyenne logarithmique de la différence de température de freinage

$$\Delta\vartheta_{lg}=\frac{\vartheta_1-\vartheta_2}{2,31\lg\dfrac{\vartheta_1-T_p}{\vartheta_2-T_p}}=\frac{1580-1141}{2,31\lg\dfrac{1580-623}{1141-623}}=717\,^{\circ}\mathrm{C}.$$

Moyenne logarithmique de la différence de température de l'air

$$\bar{T}=0,5\,(T_1+T_2)=0,5\cdot(1473+1023)=1250\ \mathrm{K}$$

ou

$$\bar{t}=1250-273=977\,^{\circ}\mathrm{C}.$$

Dans les conditions envisagées le coefficient de transmission de chaleur peut s'obtenir par calcul approché d'après la formule (5.13), où à titre de température déterminante on adopte $\bar{t}$, alors que le coefficient de transmission de chaleur est associé à la différence de température $\Delta\vartheta_{lg}$. Pour $\bar{t}=977\,^{\circ}\mathrm{C}$, $\lambda_f = 7,97\cdot10^{-2}$ W/(m·°C); $\mu_f = 48,5\cdot10^{-6}$ Pa·s; $c_{pf} = 1,182$ kJ/(kg·°C); $\mathrm{Pr}_f = 0,719$;

$$\mathrm{Re}_f=\frac{4G}{\pi d\mu_f}=\frac{4\cdot0,2}{3,14\cdot4,6\cdot10^{-2}\cdot48,5\cdot10^{-6}}=1,14\cdot10^{5}.$$

En supposant que le rapport $l/d > 50$, on trouve

$$\mathrm{Nu}_f=0,021\,\mathrm{Re}_f^{0,8}\,\mathrm{Pr}_f^{0,43}=0,021\,(1,14\cdot10^{5})^{0,8}\,(0,719)^{0,43}=204.$$

Dans les conditions de refroidissement du gaz, la correction pour le facteur thermique suivant la formule (5.13) s'écrit

$$\mathrm{Nu}=\mathrm{Nu}_f\,(1,27-0,27\Theta),$$

où

$$\Theta=\frac{T_p}{\bar{T}}=\frac{623}{1250}\approx0,5.$$

De la sorte,

$$\mathrm{Nu}=204\,(1,27-0,27\cdot0,5)=204\cdot1,13=231;$$

$$\alpha=\mathrm{Nu}\frac{\lambda_f}{d}=231\,\frac{7,97\cdot10^{-2}}{4,6\cdot10^{-2}}=400\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^{\circ}C)}.$$

Densité du flux thermique

$$q=\alpha\Delta\vartheta_{lg}=400\cdot717=2,87\cdot10^{5}\ \mathrm{W/m^2}.$$

Quantité de chaleur transmise

$$Q=Gc_{pf}\,(\vartheta_1-\vartheta_2)=0,2\cdot1185\,(1580-1141)=1,04\cdot10^{5}\ \mathrm{W}.$$

Surface d'échange de chaleur

$$F=\frac{Q}{q}=\frac{1,04\cdot10^{5}}{2,87\cdot10^{5}}=0,362\ \mathrm{m^2}.$$

Longueur cherchée du tube

$$l=\frac{F}{\pi d}=\frac{0,362}{3,14\cdot4,6\cdot10^{-2}}=2,5\ \mathrm{m}.$$

5.59. Dans un tube de diamètre $d = 14$ mm et de longueur $l = 900$ mm se déplace le mercure à la vitesse $w = 2,5$ m/s. Sa température moyenne $t_f = 250$ °C.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur du mercure à la paroi du tube, la densité du flux thermique et la quantité de chaleur transmise par unité de temps, à la condition que la température moyenne de la paroi $t_p = 220$ °C.

Réponse.

$\alpha = 24\,000$ W/(m²·°C); $q = 7{,}2\cdot10^5$ W/m²; $Q = 28{,}4$ kW.

Solution.

A la température moyenne du mercure $t_f = 250$ °C ses propriétés physiques sont respectivement

$$\nu_f = 7{,}55\cdot10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s};\quad \lambda_f = 11\ \text{W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)};\quad \text{Pr}_f = 1{,}24\cdot10^{-2}.$$

Nombre de Reynolds

$$\text{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{2{,}5\cdot14\cdot10^{-3}}{7{,}55\cdot10^{-8}} = 4{,}63\cdot10^5 > 10^4.$$

Le régime de l'écoulement est turbulent.

Pour l'écoulement turbulent des métaux liquides purs dans des tubes le coefficient de transmission de chaleur peut être calculé d'après la formule [16] *)

$$\text{Nu}_f = 5 + 0{,}025\ \text{Pe}_f^{0,8}. \tag{5.14}$$

Dans notre cas

$$\text{Pe}_f = \text{Re}_f\text{Pr}_f = 4{,}63\cdot10^5\cdot1{,}24\cdot10^{-2} = 5750;$$

$$\text{Nu}_f = 5 + 0{,}025\ (5750)^{0,8} = 30{,}5;$$

$$\alpha = \text{Nu}_f\frac{\lambda_f}{d} = 30{,}5\frac{11}{14\cdot10^{-3}} = 24\,000\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Densité du flux thermique

$$q = \alpha\,(t_f - t_p) = 2{,}4\cdot10^4\ (250-220) = 7{,}2\cdot10^5\ \text{W/m}^2.$$

Flux thermique

$$Q = q\pi dl = 7{,}2\cdot10^5\cdot3{,}14\cdot14\cdot10^{-3}\cdot0{,}9 = 28{,}4\ \text{kW}.$$

5.60. Dans le circuit d'une pile nucléaire la surface de chauffe de l'échangeur de chaleur est exécutée en tubes de diamètre intérieur $d = 12$ mm et de longueur $l = 2400$ mm. A l'intérieur des tubes se déplace le sodium à la température moyenne $t_f = 400$ °C et à la vitesse moyenne $w = 2{,}5$ m/s.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur du sodium à la paroi du tube.

Réponse.

$$\alpha = 46\,000\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.61. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de l'énoncé du problème (5.60), si dans les tubes de l'échangeur se déplace non pas le sodium, mais le lithium ou l'alliage de 25 % Na + 75 % K.

Réponse.

$$\alpha_{\text{Li}} = 47\,400\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$\alpha_{\text{Na+K}} = 23\,600\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

5.62. Pour déterminer la transmission de chaleur des métaux liquides on recourt à une installation expérimentale, où dans un tube de diamètre $d = 12$ mm et de longueur $l = 1$ m se déplace du bismuth. Le tube est chauffé par un réchauffeur électrique, la densité du flux thermique sur la paroi $q_p = 6\cdot10^5$ W/m² est constante suivant la longueur du tube.

Calculer la température de la paroi à la sortie du tube, si la température du bismuth à l'entrée $t_{f1} = 300$ °C et son débit $G = 2{,}2$ kg/s.

Réponse.

$$t_{p2} = 396\ {}^\circ\text{C}.$$

---

*) Dans le cas de métaux liquides encrassés et en présence de la résistance de contact supplémentaire, la valeur du coefficient de transmission de chaleur diminue et peut être calculée d'après la formule $\text{Nu}_f = 4{,}5 + 0{,}014\ \text{Pe}_f^{0,8}$.

Solution.

Pour la densité constante du flux thermique sur la paroi la température du bismuth à la sortie du tube se calcule d'après l'équation

$$t_{f2} = t_{f1} + \frac{q_p \pi d l}{G c_{pf}}.$$

La chaleur spécifique du bismuth dépend peu de la température; pour $t_{f1} = 300$ °C, $c_{pf1} = 151$ J/(kg·°C).

En portant dans l'équation les valeurs connues, on trouve

$$t_{f2} = 300 + \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}0}{2{,}2 \cdot 151} = 300 + 68 = 368 \text{ °C}.$$

Pour $t_{f2} = 368$ °C les propriétés physiques du bismuth valent respectivement:

$$\mu_{f2} = 15 \cdot 10^{-4} \text{ Pa·s}; \quad \lambda_{f2} = 14 \text{ W/(m·°C)}; \quad c_{pf2} = 151 \text{ J/(kg·°C)};$$
$$\Pr_{f2} = 1{,}62 \cdot 10^{-2}.$$

Le nombre de Reynolds à la sortie du tube

$$\mathrm{Re}_{f2} = \frac{4G}{\pi d \mu_{f2}} = \frac{4 \cdot 2{,}2}{3{,}14 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 1{,}56 \cdot 10^5 > 10^4;$$

l'écoulement est turbulent et le coefficient de transmission de chaleur à la sortie du tube est donné par la formule (5.14)

$$\mathrm{Pe}_{f2} = \mathrm{Re}_{f2}\Pr_{f2} = 1{,}56 \cdot 10^5 \cdot 1{,}62 \cdot 10^{-2} = 2530;$$
$$\mathrm{Nu}_{f2} = 5 + 0{,}025\,(2{,}53 \cdot 10^3)^{0{,}8} = 18{,}2;$$
$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2} \frac{\lambda_{f2}}{d} = 18{,}2 \frac{14}{12 \cdot 10^{-3}} = 21\,200 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}.$$

La température de la paroi à la sortie

$$t_{p2} = t_{f2} + \frac{q_p}{\alpha_2} = 368 + \frac{6 \cdot 10^5}{2{,}12 \cdot 10^4} = 368 + 28{,}3 = 396{,}3 \text{ °C}.$$

5.63. Dans un tube de diamètre $d = 10$ mm et de longueur $l = 1$ m se déplace du sodium. Le tube est chauffé par un réchauffeur électrique; la densité du flux thermique $q_p = 1 \cdot 10^6$ W/m² est constante suivant la longueur. La température du sodium à l'entrée du tube $t_{f1} = 300$ °C.

Quel débit de sodium faudrait-il assurer pour que la température de la paroi du tube à la sortie t_p ne dépasse pas 400 °C?

Réponse.

$$G \geqslant 0{,}3 \text{ kg/s}.$$

5.64. Comparer les valeurs des nombres de Nüsselt et des coefficients de transmission de chaleur dans le cas de l'écoulement turbulent de l'eau, de l'air et du sodium dans un tube circulaire, les nombres de Reynolds s'échelonnant de 10^4 à 10^6.

La comparaison doit porter sur l'écoulement dans un tube de 20 mm de diamètre de l'eau à la température $t_f = 20$ °C, de l'air à la pression atmosphérique et à $t_f = 100$ °C et du sodium à $t_f = 350$ °C.

Réponse.

Les résultats des calculs sont consignés sur la figure 5.10 et sur le tableau:

	Nu			α, W/(m²·°C)		
Re	10^4	10^5	10^6	10^4	10^5	10^6
Eau	77,3	487	3070	2310	14 600	91 800
Air	28,4	179	1130	91,3	575	3 630
Sodium	5,66	9,16	31,3	19 000	30 800	105 000

5.65. Dans une conduite horizontale en acier de diamètre $d_1/d_2 = 50/57$ mm se déplace l'eau à la vitesse $w = 0{,}15$ m/s. Sa température moyenne $t_{f1} = 100$ °C.

La conduite est calorifugée à l'amiante, le diamètre extérieur de l'isolation $d_3 = 89$ mm (fig. 5.11).

Calculer les pertes de chaleur q_f, W/m, par 1 m de conduite, si la tempéra-

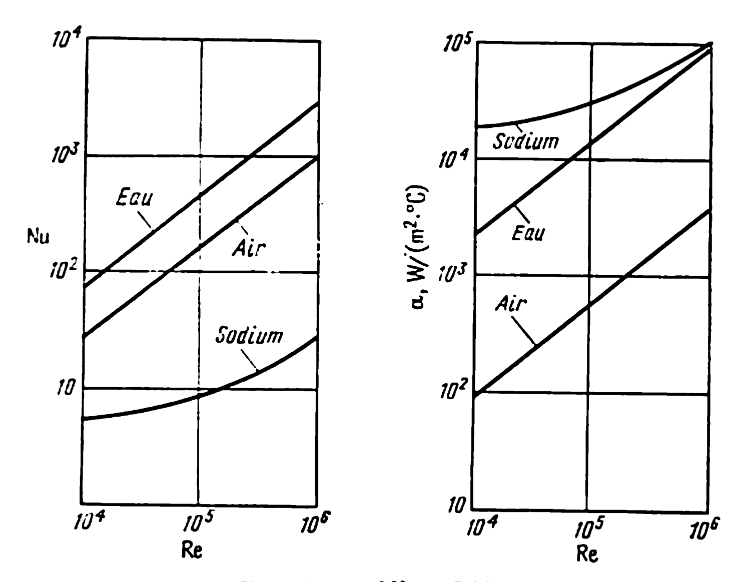


Fig. 5.10. Problème 5.64.

ture de l'air calme qui entoure la conduite $t_{f2} = 20$ °C. Calculer également la température des surfaces de la conduite et du calorifuge t_{p1}; t_{p2} et t_{p3}.

Réponse.

$$q_f = 66 \text{ W/m}; \quad t_{p1} \approx t_{p2} \approx 99{,}7 \text{ °C}; \quad t_{p3} = 59{,}3 \text{ °C}.$$

Solution.

Calculons le coefficient de transmission de chaleur de l'eau à la surface intérieure du tube. Pour $t_{f1} = 100$ °C, $\nu_{f1} = 0{,}295 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_{f1} = 0{,}683$ W/(m·°C); $\mathrm{Pr}_{f1} = 1{,}75$;

$$\mathrm{Re}_{f1} = \frac{wd_1}{\nu_{f1}} = \frac{0{,}15 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{0{,}295 \cdot 10^{-6}} = 2{,}54 \cdot 10^4.$$

Le régime du mouvement est turbulent. Le calcul se fait d'après la formule (5.7).

En retenant que le coefficient de transmission de chaleur de l'eau à la paroi intérieure du tube sera sensiblement supérieur à celui de la surface extérieure du calorifuge à l'air, et en prenant en considération que la présence de l'isolation permet d'adopter la valeur approchée $t_{p1} \approx t_{f1}$, et donc, $\mathrm{Pr}_{p1} \approx \mathrm{Pr}_{f1}$, il vient

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 0{,}021 \mathrm{R}_f^{0,8} \mathrm{Pr}_f^{0,43} = 0{,}021\,(2{,}54 \cdot 10^4)^{0,8} \cdot 1{,}75^{0,43} = 90$$

et

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{d_1} = 90 \frac{0{,}683}{5 \cdot 10^{-2}} = 1230 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{°C)}.$$

Le transfert de chaleur de la surface extérieure du calorifuge à l'air est assuré par convection naturelle. Le coefficient de transmission de chaleur dépendant dans ce cas de la différence de température $\Delta t = t_{p3} - t_{f2}$, et la température t_{p3} étant inconnue, le calcul se fait par approximations successives.

En retenant que $\alpha_1 \gg \alpha_2$, donnons-nous en première approximation $t_{p3} = 65$ °C.

Le coefficient de transmission de chaleur se calcule d'après la formule (7.1) pour un tube horizontal

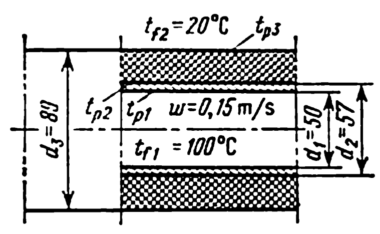


Fig. 5.11. Problème 5.65.

$$\mathrm{Nu}_f = 0,5\,(\mathrm{GrPr})_f^{0,25}.$$

Avec $t_{f2} = 20$ °C

$$\beta_{f2} = \frac{1}{273 + t_{f2}} = \frac{1}{293}\ \mathrm{K}^{-1};$$

$$\nu_{f2} = 15,06\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2/s};\quad \lambda_{f2} = 2,59\cdot10^{-2}\ \mathrm{W/(m\cdot°C)};\quad \mathrm{Pr}_{f2} = 0,703;$$

$$(\mathrm{Gr\,Pr})_{f2} = g\beta_{f2}\frac{(t_{p3}-t_{f2})\,d^3}{\nu_{f2}^2}\mathrm{Pr}_{f2} = \frac{9,81\,(65-20)\,(8,9\cdot10^{-2})^3}{293\,(15,06\cdot10^{-6})^2}\cdot 0,703 = 3,3\cdot10^6;$$

$$\mathrm{Nu}_{f2} = 0,5\cdot(3,3\cdot10^6)^{0,25} = 21,2;$$

$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2}\frac{\lambda_{f2}}{d_3} = 21,2\,\frac{2,59\cdot10^{-2}}{8,9\cdot10^{-2}} = 6,17\ \mathrm{W/(m^2\cdot°C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur (première approximation)

$$k_l = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_1}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_2}\ln\dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{1230\cdot5\cdot10^{-2}} + \dfrac{2,3}{2\cdot46}\lg\dfrac{57}{50} + \dfrac{2,3}{2\cdot0,116}\lg\dfrac{89}{57} + \dfrac{1}{6,17\cdot8,9\cdot10^{-2}}} = 0,266\ \mathrm{W/(m^2\cdot°C)}$$

où pour l'acier $\lambda_1 = 46$ W/(m·°C), et pour l'amiante $\lambda_2 = 0,116$ W/(m·°C).

Pour $k_l = 0,266$ W/(m²·°C) le flux thermique par 1 m de tube est

$$q_l = k_l\pi\,(t_{f1} - t_{f2}) = 0,266\cdot3,14\,(100 - 20) = 67\ \mathrm{W/m},$$

alors, en première approximation la température t_{p3} s'écrit

$$t_{p3} = t_{f2} + \frac{q_l}{\pi}\,\frac{1}{\alpha_2 d_3} = 20 + \frac{67}{3,14\cdot6,17\cdot8,9\cdot10^{-2}} = 58,9\ °\mathrm{C}.$$

Pour la deuxième approximation prenons $t_{p3} = 59$ °C; il vient

$$(\mathrm{GrPr})_{f2} = 2,86\cdot10^6;\quad \mathrm{Nu}_{f2} = 20,6;\quad \alpha_2 = 6,0\ \mathrm{W/(m^2\cdot°C)}.$$

En portant dans la formule de k_l cette valeur de α_2, on obtient

$$k_l = 0,263.$$

La valeur de k_l en deuxième approximation coïncidant pratiquement avec celle de la valeur obtenue précédemment, aucun besoin n'est de poursuivre le calcul.

Cherchons le flux thermique et les températures des surfaces

$$q_l = 0,263\cdot3,14\cdot80 = 66\ \mathrm{W/m};$$

$$t_{p3} = t_{f2} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3} = 20 + \frac{66}{3,14 \cdot 6 \cdot 8,9 \cdot 10^{-2}} = 59,3\ ^\circ C;$$

$$t_{p2} = t_{p3} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} = 59,3 + \frac{66}{3,14 \cdot 2 \cdot 0,116} 2,3 \lg \frac{89}{57} \approx 99,7\ ^\circ C;$$

$$t_{p1} = t_{p2} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = 99,7 + \frac{66}{3,14 \cdot 2 \cdot 46} 2,3 \lg \frac{57}{50} \approx 99,73\ ^\circ C.$$

5.66. Comment changeraient les pertes de chaleur q_l, W/m, et la température de la surface extérieure du calorifuge t_{p3} dans l'énoncé du problème 5.65, si l'épaisseur de la couche calorifuge devient deux fois plus grande, les autres conditions restant inchangées?

Réponse.

q_l = 51,5 W/m. Les pertes thermiques diminueront environ de 22 %; t_{p3} sera égale à 46,8 °C, c'est-à-dire la température de la surface extérieure du calorifuge baissera de 12,5 °C.

5.67. Dans un tube de diamètre d = 12 mm se déplace l'eau sous une pression supercritique p = 24 MPa. Son débit G = 0,15 kg/s. La température massique moyenne de l'eau dans la section x à la distance $x > 15\ d$ de l'entrée dans le tronçon chauffé du tube t_{fx} = 380 °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur local α_x et la valeur locale de la densité du flux thermique sur la paroi q_{px} dans la section considérée du tube, si on sait que la température locale de la paroi dans cette section t_{px} = = 390 °C.

Admettre pour le calcul que l'échange de chaleur a lieu dans les conditions d'un régime normal, c'est-à-dire $q/\rho w < (q/\rho w)_{cr}$ et $Gr/Re^2 < 0,6$; par conséquent, la transmission de chaleur n'est pas altérée (cf. problème 5.70) et la convection naturelle n'intervient pas d'une façon de quelque importance sur l'échange de chaleur.

Comparer les valeurs de α_x avec celle du coefficient de transmission de chaleur α_0 calculée pour des propriétés physiques constantes suivant la formule valide pour le domaine éloigné du domaine critique ($p \ll p_{cr}$).

Réponse.

$$\alpha_x = 3,3 \cdot 10^4\ W/(m^2 \cdot {}^\circ C); \quad q_{px} = 3,3 \cdot 10^5\ W/m^2; \quad \alpha_x/\alpha_0 \approx 0,7.$$

Solution.

Lors de l'écoulement turbulent dans des tubes de l'eau sous une pression supercritique dans les conditions de chauffage, le transfert de chaleur peut être calculé d'après la formule [5]:

$$Nu_f = Nu_0 \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}} \right)^{0,4} \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} \right)^m, \tag{5.15}$$

où Nu_0 est le nombre de Nüsselt pour les propriétés physiques constantes donné par la formule (5.8)

$$Nu_0 = \frac{\frac{\xi}{8} Re_f Pr_f}{12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (Pr_f^{2/3} - 1) + 1,07};$$

ici $\xi = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}$ est le coefficient de résistance au frottement; $\bar{c}_p = \frac{i_p - i_f}{t_p - t_f}$, la valeur intégrale moyenne de la chaleur spécifique dans la marge des températures de t_f à t_p; i_p, i_f, l'enthalpie du liquide respectivement pour t_p et t_f;

$$m = 0,35 - 0,05 \frac{p}{p_{cr}};$$

p_{cr} = 22,12 MPa, la pression critique de l'eau.

Pour l'eau la formule (5.15) est justifiée avec

$$x/d \geqslant 15; \quad 1{,}03 \leqslant p/p_{cr} \leqslant 1{,}4; \quad 0{,}6 \leqslant T_f/T_m \leqslant 1{,}2;$$
$$0{,}6 \leqslant T_p/T_m \leqslant 1{,}2,$$

lorsque la convection naturelle n'influe pas sensiblement sur l'échange de chaleur, ce qui correspond à la condition $Gr/Re^2 < 0{,}6$, et sous ce qu'on appelle régimes normaux d'échange de chaleur.

Ici T_f et T_p sont les températures du liquide et de la paroi, K; T_m, la température pseudo-critique, K, c'est-à-dire la température à laquelle sous la pression donnée la chaleur spécifique marque un maximum.

Lorsque $T_f < T_m < T_p$, la formule (5.15) est justifiée avec $q_p/\rho w < (q_p/\rho w)_{cr}$, où $(q_p/\rho w)_{cr}$ est le rapport critique de la densité du flux thermique à la vitesse massique, dont le dépassement peut altérer localement la transmission de chaleur [21].

Dans les conditions envisagées sous $p = 24$ MPa la température pseudocritique est $t_m = 380{,}7$ °C; pour $t_f = 380$ °C les propriétés physiques de l'eau sont respectivement

$$v_f = 2{,}59 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{kg}; \quad i_f = 2028\ \text{kJ/kg}; \quad c_{pf} = 63{,}38\ \text{kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)};$$
$$\lambda_f = 0{,}269\ \text{W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \mu_f = 4{,}68 \cdot 10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s}; \quad Pr_f = 11{,}9.$$

Avec $t_{px} = 390$ °C, $v_p = 5{,}619 \cdot 10^{-3}$ m³/kg; $i_p = 2505$ kJ/kg.

Le nombre de Reynolds local

$$Re_f = \frac{4G}{\pi d \mu_f} = \frac{4 \cdot 0{,}15}{\pi \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}68 \cdot 10^{-5}} = 3{,}4 \cdot 10^5;$$

le régime de l'écoulement est turbulent.

Les valeurs relatives des températures du liquide et de la paroi

$$\frac{T_f}{T_m} = \frac{380 + 273}{380{,}7 + 273} = \frac{653}{653{,}7} \approx 0{,}999;$$

$$\frac{T_c}{T_m} = \frac{663}{653{,}7} = 1{,}03;$$

de la sorte, $T_f < T_m < T_p$. En retenant que dans l'énoncé du problème on a fait la réserve que $q_p/\rho w < (q_p/\rho w)_{cr}$ et $Gr/Re^2 < 0{,}6$, le calcul se fait suivant la formule (5.15).

Calculons d'abord Nu_{0x} et α_{0x} d'après (5.8)

$$\xi = [1{,}82 \lg(3{,}4 \cdot 10^5) - 1{,}64]^{-2} = 1{,}41 \cdot 10^{-2};$$

$$\frac{\xi}{8} = 1{,}76 \cdot 10^{-3}; \quad \sqrt{\frac{\xi}{8}} = 4{,}2 \cdot 10^{-2};$$

$$Nu_{0x} = \frac{1{,}76 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}4 \cdot 10^5 \cdot 11{,}9}{12{,}7 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-2}\,(11{,}9^{2/3} - 1) + 1{,}07} = 2155;$$

$$\alpha_{0x} = Nu_{0x}\frac{\lambda_f}{d} = 2155\,\frac{0{,}269}{12 \cdot 10^{-3}} = 4{,}83 \cdot 10^4\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Déterminons le facteur de la formule (5.15) qui rend compte de la variation des propriétés physiques de l'eau suivant la section du courant

$$\varphi = \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^{0{,}4} \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m;$$

$$\bar{c}_p = \frac{i_p - i_f}{t_p - t_f} = \frac{2505 - 2028}{390 - 380} = 47{,}7\ \text{kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}=\frac{47,7}{68,4}=0,70\,;$$

$$\frac{\rho_p}{\rho_f}=\frac{v_f}{v_p}=\frac{2,596\cdot10^{-3}}{5,619\cdot10^{-3}}=0,461\,;$$

$$m=0,35-0,05\,\frac{p}{p_{cr}}=0,35-0,05\,\frac{24}{22,12}=0,296\,;$$

$$\varphi=(0,7)^{0,4}\,(0,461)^{0,296}=0,69.$$

Nombres de Nüsselt locaux et coefficient de transmission de chaleur local

$$\mathrm{Nu}_{fx}=\mathrm{Nu}_{0x}\varphi=2155\cdot0,69=1485\,;$$

$$\alpha_x=\mathrm{Nu}_{fx}\,\frac{\lambda_f}{d}=1485\,\frac{0,269}{12\cdot10^{-3}}=3,33\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Densité locale du flux thermique

$$q_{px}=\alpha_x\,(t_{px}-t_{fx})=3,33\cdot10^4\,(390-380)=3,33\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2}.$$

Rapport des coefficients de transmission de chaleur

$$\frac{\alpha_x}{\alpha_0}=0,69.$$

5.68. Calculer le coefficient de transmission de chaleur local et la valeur locale du flux thermique lors de l'écoulement de l'eau sous pression supercritique dans le tube du problème 5.67, si la température locale de la paroi dans la section envisagée t_{px} = 420 °C, alors que toutes les autres conditions restent celles de l'énoncé du problème 5.67. Comparer les résultats à la réponse du problème 5.67.

Réponse.

$$\alpha_x=2,05\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}\,;\ q_{px}=8,15\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2};\quad \alpha_x/\alpha_0\approx0,43.$$

Le renforcement de la chute de température conduit à la diminution du coefficient de transmission de chaleur, mais la densité du flux thermique sur la paroi augmente quand même.

5.69. Calculer le coefficient de transmission de chaleur local et la valeur locale de la densité du flux thermique dans le cas de l'écoulement de l'eau sous pression supercritique par un tube dans les mêmes conditions que celles du problème 5.67, mais la pression de l'eau étant poussée à p = 30 MPa.

Faire le calcul pour le même débit de l'eau G = 0,15 kg/s et les températures du liquide et de la paroi t_f = 400 °C et t_p = 440 °C, c'est-à-dire pour les mêmes rapports T_f/T_m et T_p/T_m que dans le problème 5.68. Comparer les résultats à la réponse du problème 5.68.

Réponse.

$$\alpha_x=1,9\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}\,;\ q_{px}=7,6\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2};\ \alpha_0=3\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

De la sorte, les nombres Re_f, T_f/T_m et T_p/T_m étant à peu près les mêmes, pour p = 24 MPa ($p/p_{cr}\approx1,08$), $\alpha_x/\alpha_0\approx0,43$; pour p = 30 MPa ($p/p_{cr}\approx1,36$), $\alpha_x/\alpha_0\approx0,64$.

5.70. Dans un échangeur de chaleur il faut chauffer G = 1,0 kg/s de l'eau sous la pression p = 24 MPa de t_{f_1} = 375 °C à t_{f_2} = 390 °C. L'eau se déplace parallèlement de bas en haut par n = 20 tubes verticaux de diamètre d = 10 mm et de longueur l = 2,5 m. On se propose de réaliser le chauffage à densité du flux thermique p = const sur la paroi (q_p = const).

Calculer la valeur nécessaire de q_p, W/m², et vérifier si cette valeur de q_p ne peut altérer localement le transfert de chaleur dans quelque section suivant la longueur des tubes.

Admettre pour le calcul que la convection naturelle n'influe pas sensiblement sur l'échange de chaleur.

Réponse.

$q_p = 4 \cdot 10^5$ W/m². Le régime de transfert de chaleur ne sera pas altéré puisque $q_p < q_{cr} \approx 5{,}7 \cdot 10^5$ W/m².

Solution.

Pour $p = 24$ MPa et aux températures $t_{f1} = 375$ °C et $t_{f2} = 390$ °C les enthalpies de l'eau à l'entrée et à la sortie sont égales respectivement

$$i_{f1} = 1875 \text{ kJ/kg}; \quad i_{f2} = 2505 \text{ kJ/kg};$$

$$\Delta i = i_{f2} - i_{f1} = (2505 - 1875) \cdot 10^3 = 630 \cdot 10^3 \text{ J/kg}.$$

Flux thermique nécessaire par tube

$$Q = \frac{G}{n} \Delta i = \frac{1{,}0}{20} 630 \cdot 10^3 = 3{,}15 \cdot 10^4 \text{ W}.$$

Densité du flux thermique nécessaire

$$q_p = \frac{Q}{\pi d l} = \frac{3{,}15 \cdot 10^4}{\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}5} = 4 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

Les régimes d'échange de chaleur altéré peuvent apparaître avec $t_f < t_m < t_p$, et si le rapport $q_p/\rho w$ dépasse une certaine valeur critique $(q_p/\rho w)_{cr}$. Cette valeur peut être évaluée approximativement par la formule [21]

$$\left(\frac{q_p}{\rho w}\right)_{cr} \approx 0{,}034 \left(\frac{c_p}{\beta}\right)_{tm} \sqrt{\frac{\xi}{8}}, \qquad (5.16)$$

où $(c_p/\beta)\, t_m$ se calcule à la température t_m.

La formule (5.16) est justifiée pour le cas d'un écoulement ascendant dans des tubes verticaux *).

Pour $p = 24$ MPa, $t_m = 380{,}7$ °C, et puisque d'après l'énoncé $t_{f1} < t_m$ et $t_{f2} > t_m$, il y aura un tronçon suivant la longueur des tubes, où $t_f < t_m < t_p$. Il faut donc vérifier en appliquant (5.16), si q_p ne dépasse pas la valeur critique.

Pour la pression donnée, il est difficile de déterminer c_{pm} et β_m avec une précision suffisante suivant les tableaux (cf. l'annexe). Aussi, en tenant compte que

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

est-il commode d'écrire le rapport c_p/β comme suit

$$\frac{c_p}{\beta} = -\rho \frac{c_p \, \partial t}{\partial \rho} = -\rho \frac{\partial i}{\partial \rho} \approx -\rho \frac{\Delta i}{\Delta \rho}.$$

Compte tenu que $\rho = \frac{1}{v}$, on trouve d'après les tableaux :

avec $t_m = 380{,}7$ °C, $\rho_m = 344$ kg/m³;
avec $t = 380{,}7 - 1 = 379{,}7$ °C, $\rho = 395{,}6$ kg/m³;
$i = 2012{,}4$ kJ/kg;
avec $t = 380{,}7 + 1 = 381{,}7$ °C, $\rho = 286{,}8$ kg/m³; $i = 2201{,}3$ kJ/kg;

$$\Delta i = (2201{,}3 - 2012{,}4) \approx 189 \text{ kJ/kg};$$

$$\Delta \rho = 286{,}8 - 395{,}6 = -108{,}8 \text{ kg/m}^3;$$

$$\left(\frac{c_p}{\beta}\right)_{tm} \approx -\left(\rho \frac{\Delta i}{\Delta \rho}\right)_{tm} = 344 \frac{189}{108{,}8} = 598 \text{ kJ/kg}.$$

Pour calculer le coefficient de résistance au frottement ξ déterminons avec une certaine réserve le nombre de Reynolds maximal, c'est-à-dire Re_f à la sortie

*) Des renseignements plus détaillés sur les limites d'application de la formule (5.16) peuvent être fournis par [21].

des tubes. Pour $t_{f_2} = 390$ °C, $\mu_f = 324 \cdot 10^{-6}$ Pa·s et

$$\mathrm{Re}_f = \frac{4G_1}{\pi d \mu_f} = \frac{4 \cdot 0{,}05}{3{,}14 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}24 \cdot 10^{-5}} = 1{,}97 \cdot 10^5,$$

où le débit de l'eau par tube

$$G_1 = \frac{G}{n} = \frac{1{,}0}{20} = 0{,}05 \text{ kg/s};$$

$$\xi = (1{,}82 \lg \mathrm{Re} - 1{,}64)^{-2} = [1{,}82 \lg (1{,}97 \cdot 10^5) - 1{,}64]^{-2} = 1{,}57 \cdot 10^{-2};$$

$$\sqrt{\frac{\xi}{8}} = \sqrt{\frac{1{,}57 \cdot 10^{-2}}{8}} = 4{,}43 \cdot 10^{-2}.$$

En portant les valeurs obtenues dans (5.16), on trouve

$$\left(\frac{q_p}{\rho w}\right)_{cr} \approx 0{,}034 \cdot 5{,}98 \cdot 10^6 \cdot 4{,}43 \cdot 10^{-2} = 900 \text{ J/kg}.$$

Vitesse massique

$$\rho w = \frac{4G_1}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}05}{3{,}14 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 637 \text{ kg/(m}^2\cdot\text{s)}.$$

Densité critique du flux thermique

$$q_{p.\,cr} \approx 900 \cdot 637 \approx 5{,}7 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

Puisque $q_p \leqslant q_{p.cr}$, l'altération locale de l'échange de chaleur n'aura pas lieu.

5.71. Déterminer la densité du flux thermique q_p, W/m², et vérifier si sa valeur ne peut pas entraîner l'altération locale de l'échange de chaleur dans l'échangeur du problème 5.70, si le débit de l'eau et le diamètre des tubes augmentent respectivement jusqu'à $G = 2$ kg/s et $d = 16$ mm. La longueur des tubes et la température de l'eau à l'entrée et à la sortie ne changent pas.

Réponse.

$$q_p = 5 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2; \quad q_{p.cr} \approx 4{,}4 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

Etant donné que $q_p > q_{p.cr}$, le régime du transfert de chaleur peut être altéré et la température locale de la paroi peut monter jusqu'à une valeur susceptible de présenter un danger.

5.72. Faire le calcul approché de la valeur de $q_p/\rho w$ qui délimite l'altération locale éventuelle du transfert de chaleur dans le tronçon du tube chauffé. Procéder pour le cas du mouvement ascendant de l'eau sous les pressions $p = 24$ MPa et $p = 30$ MPa dans la marge des nombres de Reynolds s'échelonnant de $3 \cdot 10^4$ à $3 \cdot 10^5$.

Réponse.

Pour $p = 24$ MPa on a respectivement avec $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^4$ et $\mathrm{Re} = 3 \cdot 10^5$ $(q_p/\rho w)_{cr} \approx 1100$ et 865 J/kg; pour $p = 30$ MPa, $(q_p/(\rho w))_{cr} \approx 1300$ et 1000 J/kg.

5.73. Dans un tube vertical de diamètre $d = 14$ mm se déplace de bas en haut l'eau sous une pression $p = 24$ MPa. Le débit de l'eau $G = 0{,}2$ kg/s. Elle est chauffée dans les conditions d'une densité constante du flux thermique sur la paroi $q_p = 7 \cdot 10^5$ W/m².

Déterminer la température de la paroi t_{px} dans la section du tube à la distance $x > 15\,d$ de l'entrée du tronçon chauffé, si l'on sait que dans cette section la température massique moyenne de l'eau $t_{fx} = 370$ °C.

Réponse.

$$t_{px} = 408 \text{ °C}.$$

Solution.

Avec $p = 24$ MPa et $t_{fx} = 370$ °C

$$\mu_{fx} = 6{,}34 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s},$$

et le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re}_{fx}=\frac{4G}{\pi d\mu_{fx}}=\frac{4\cdot 0,2}{3,14\cdot 14\cdot 10^{-3}\cdot 6,34\cdot 10^{-5}}=2,87\cdot 10^{5}.$$

Le régime du mouvement est turbulent et comme $p > p_{cr}$, le transfert de chaleur peut se calculer d'après la formule (5.15)

$$\mathrm{Nu}_{fx}=\mathrm{Nu}_0\left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^{0.4}\left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m.$$

Le calcul du nombre de Nüsselt d'après (5.15) impose la connaissance de la température de la paroi qui, dans notre cas, est la valeur cherchée. Dès lors, cette équation doit être résolue conjointement avec l'expression

$$\alpha_x=\frac{q_{px}}{t_{px}-t_{fx}}. \tag{a}$$

Le calcul peut se faire par approximations successives ou par la méthode graphique. Appliquons cette dernière méthode.

Donnons-nous plusieurs valeurs de t_{px} = 390, 400, 410 et 420 °C. Pour chacune de ces valeurs déterminons d'après les formules (5.15) et (a) le coefficient de transmission de chaleur.

Soit t_{px} = 390 °C. Pour p = 24 MPa et t_{px} = 390 °C, $v_p = 5,619 \times 10^{-3}$ m³/kg; i_p = 2505 kJ/kg. Avec t_{fx} = 370 °C, $v_f = 1,89\cdot 10^{-3}$ m³/kg; i_f = 1805 kJ/kg; λ_f = 0,396 W/(m·°C); c_{pf} = 11,8 kJ/kg; Pr_f = 1,89.

Coefficient de résistance au frottement

$\xi = (1,82 \lg \mathrm{Re} - 1,64)^{-2} = [1,82 \lg (2,87\cdot 10^5) - 1,64]^{-2} = 1,46\cdot 10^{-2}$.

Nombre Nu_0 d'après la formule (5.8)

$$\mathrm{Nu}_0=\frac{\frac{\xi}{8}\mathrm{Re}_f\,\mathrm{Pr}_f}{12,7\sqrt{\frac{\xi}{8}}(\mathrm{Pr}_f^{2/3}-1)+1,07}=$$

$$=\frac{\frac{1,46\cdot 10^{-2}}{8}2,87\cdot 10^5\cdot 1,89}{12,7\sqrt{\frac{1,46\cdot 10^{-2}}{8}}(1,89^{2/3}-1)+1,07}=733.$$

Moyenne intégrale de la chaleur spécifique

$$\bar{c}_p=\frac{i_p-i_f}{t_p-t_f}=\frac{2505-1805}{390-370}=35 \text{ kJ/(kg·°C)},$$

$$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}=\frac{35}{11,8}=2,97.$$

Valeurs relatives des températures du liquide et de la paroi pour p = 24 MPa, t_m = 380,7 °C

$$\frac{T_f}{T_m}=\frac{370+273}{380,7+273}=\frac{643}{653,7}=0,984,\quad \frac{T_p}{T_m}=\frac{663}{653,7}\approx 1,013.$$

Rapport des densités

$$\frac{\rho_p}{\rho_f}=\frac{v_f}{v_p}=\frac{1,89}{5,62}=0,336;$$

$$m=0,35-0,05\frac{p}{p_{cr}}=0,35-0,05\frac{24}{22,12}=0,296.$$

Nombre de Nüsselt d'après la formule (5.15)

$$Nu_x = 733\,(2,97)^{0,4}\,(0,336)^{0,296} = 733\cdot 1,12 = 820.$$

Coefficient de transmission de chaleur pour t_p = 390 °C d'après la formule (5.15)

$$\alpha_x = Nu_x \frac{\lambda_f}{d} = 820\,\frac{0,369}{14\cdot 10^{-3}} = 2,32\cdot 10^{4}\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Coefficient de transmission de chaleur pour t_p = 390 °C d'après la formule (a)

$$\alpha'_x = \frac{q_{px}}{t_{px} - t_{fx}} = \frac{7\cdot 10^{5}}{390 - 370} = 3,5\cdot 10^{4}\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Les résultats des calculs analogues pour t_{px} = 400, 410 et 420 °C sont consignés sur le tableau qui suit :

t_p, °C	i_p, kJ/kg	v_p, m³/kg	$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}$	$\frac{\rho_p}{\rho_f}$	Nu_x	$\alpha_x\cdot 10^{-4}$, W/(m²·°C)	$\alpha'_x\cdot 10^{-4}$, W/(m²·°C)
390	2505	5,619	2,97	0,336	820	2,32	3,50
400	2642	6,738	2,37	0,280	714	2,02	2,33
410	2735	7,544	1,98	0,250	641	1,81	1,75
420	2808	8,205	1,70	0,230	587	1,66	1,40

Construisons la courbe des relations entre α_x et α'_x d'une part, et t_{px} de l'autre (fig. 5.12). Le point d'intersection des courbes de ces deux relations donne la valeur cherchée t_{px} = 408,5 °C.

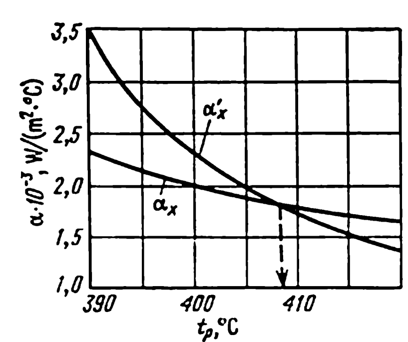


Fig. 5.12. Problème 5.73.

Pour p = 24 MPa, la température pseudo-critique t_m = 380,7 °C. Puisque d'après le calcul $t_f < t_m < t_p$, il faut vérifier si la densité du flux thermique donnée ne dépasse pas la valeur critique.

D'après la formule (5.16), en utilisant la solution du problème 5.70, nous avons pour l'eau à p = 24 MPa :

$$\left(\frac{c_p}{\beta}\right)_{tm} = 5,98\cdot 10^{5}\ \text{J/kg},$$

d'où

$$\left(\frac{q}{\rho w}\right)_{cr} \approx 0,034\left(\frac{c_p}{\beta}\right)_{tm}\sqrt{\frac{\xi}{8}} = 0,034\cdot 5,98\cdot 10^{5}\sqrt{\frac{\xi}{8}} \approx 2\cdot 10^{4}\sqrt{\frac{\xi}{8}}.$$

Dans le cas envisagé $Re_f = 2,87\cdot 10^{5}$;

$$\sqrt{\xi/8} = 4,27\cdot 10^{-2},\qquad \rho w = \frac{4G}{\pi d^2} = \frac{4\cdot 0,2}{3,14\cdot 1,4^2\cdot 10^{-4}} = 1300$$

et

$$q_{cr} \approx 2,10^{4}\cdot 4,27\cdot 10^{-2}\cdot 1,3\cdot 10^{3} + 1,1\cdot 10^{6}\ \text{W/m}^2.$$

Par conséquent, $q_p = 7\cdot 10^{5} < q_{cr}$, l'altération locale du transfert de chaleur n'aura pas lieu et l'utilisation de la formule (5.15) est justifiée.

5.74. Le gaz carbonique soumis à une pression $p = 10$ MPa et chauffé dans les conditions d'une densité de flux sur la paroi à peu près constante se déplace dans un tube de diamètre $d = 4$ mm. Dans les sections x à la distance $x > 20\,d$ de l'entrée du tronçon chauffé le nombre de Reynolds local, la température massique moyenne du liquide et la température de la paroi valent respectivement $Re_f = 2 \cdot 10^5$; $t_{fx} = 22$ °C ; $t_{px} = 227$ °C.

Calculer le rapport du nombre de Nüsselt local au nombre de Nüsselt pour le cas des propriétés physiques constantes du liquide Nu_f/Nu_0, ainsi que le coefficient de transmission de chaleur local α_x, W/(m²·°C), dans la section considérée. Admettre que dans l'échange de chaleur la convection naturelle n'intervient pas de quelque façon importante.

Réponse.

$$Nu_f/Nu_0 \approx 0{,}49\,; \quad \alpha_x = 7100 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

La pression critique du gaz carbonique $p_{cr} = 7{,}39$ MPa, par conséquent, le processus d'échange de chaleur marche avec $p > p_{cr}$.

Pour l'écoulement turbulent du gaz carbonique dans des tubes sous une pression supercritique dans les conditions de chauffage la transmission de chaleur peut se calculer d'après la formule [5, 6]

$$Nu_f = Nu_0 \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^n \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m \varepsilon_x, \tag{5.17}$$

où le nombre de Nüsselt Nu_0 pour des propriétés physiques constantes, le rapport des chaleurs spécifiques $\bar{c}_p/c_{pf}$, le rapport des densités ρ_p/ρ_f et l'exposant m sont définis de même que dans la formule (5.15) ; n, l'exposant qui dépend des températures relatives de la paroi et du liquide T_p/T_m et T_f/T_m ; ici T_m est la température pseudo-critique, K.

$$\text{Pour } \frac{T_p}{T_m} \leqslant 1 \text{ ou } \frac{T_f}{T_m} \geqslant 1{,}2, \quad n = 0{,}4\,;$$

$$\text{pour } 1 \leqslant \frac{T_p}{T_m} \leqslant 2{,}6 \text{ et } \frac{T_f}{T_m} \leqslant 1, \quad n = n_1 = 0{,}22 + 0{,}18\,\frac{T_p}{T_m}\,;$$

$$\text{pour } 1 \leqslant \frac{T_p}{T_m} \leqslant 2{,}6 \text{ et } 1 \leqslant \frac{T_f}{T_m} \leqslant 1{,}2,$$

$$n = n_1 + (5n_1 - 2)\left(1 - \frac{T_f}{T_m}\right).$$

Les valeurs de n en fonction des rapports des températures absolues sont consignées également sur le tableau suivant :

T_f/T_m	T_p/T_m								
	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6
1	0,4	0,436	0,472	0,508	0,544	0,580	0,616	0,652	0,688
1,04	0,4	0,429	0,458	0,486	0,515	0,544	0,573	0,602	0,630
1,08	0,4	0,423	0,443	0,465	0,486	0,508	0,530	0,551	0,573
1,12	0,4	0,414	0,423	0,443	0,458	0,472	0,486	0,501	0,515
1,16	0,4	0,407	0,414	0,422	0,429	0,436	0,443	0,450	0,458
1,20	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

ε_x est la correction pour le tronçon initial. Si en amont du tronçon chauffé il y a un tronçon de stabilisation hydrodynamique, on a [6]

$$\varepsilon_x = 0{,}86 + 0{,}54\left(\frac{d}{x}\right)^{0{,}4}.$$

Cette formule est vraie pour $2 \leqslant x/d \leqslant 20$. Pour $x/d \geqslant 20$, $\varepsilon_x = 1$.

La formule (5.17) est justifiée pour le gaz carbonique avec $1{,}06 \leqslant p/p_{cr} \leqslant 5{,}25$; $0{,}9 \leqslant T_f/T_m \leqslant 1{,}2$ et $0{,}9 \leqslant T_p/T_m \leqslant 2{,}6$, lorsque la convection naturelle n'exerce aucune action d'importance sur l'échange de chaleur, ce qui correspond à la condition $Gr/Re^2 < 0{,}6$ *).

Dans les conditions envisagées, avec $p = 10$ MPa la température pseudocritique $t_m = 45$ °C; pour $t_{fx} = 22$ °C ($T_{fx} = 295$ K), les propriétés physiques du gaz carbonique sont:

$$\rho_f = 842{,}9 \text{ kg/m}^3; \quad c_{pf} = 2{,}7 \text{ kJ/(kg·°C)}; \quad i_f = 550 \text{ kJ/kg};$$

$$\lambda_f = 0{,}0977 \text{ W/(m·°C)}; \quad Pr_f = 2{,}21.$$

$$\text{Avec } t_{px} = 227 \text{ °C}, \ (T_{px} = 500 \text{ K}), \ i_p = 965{,}8 \text{ kJ/kg};$$

$$\rho_p = 113{,}1 \text{ kg/m}^3.$$

Le calcul est mené suivant la formule (5.17). D'abord, déterminons Nu_0 d'après (5.8)

$$\xi = (1{,}82 \lg Re - 1{,}64)^{-2} = [1{,}82 \lg (2\cdot 10^5) - 1{,}64]^{-2} = 1{,}56\cdot 10^{-2};$$

$$\xi/8 = 1{,}95\cdot 10^{-3}; \quad \sqrt{\xi/8} = 4{,}41\cdot 10^{-2};$$

$$Nu_0 = \frac{\frac{\xi}{8} Re_f Pr_f}{12{,}7\sqrt{\frac{\xi}{8}}(Pr_f^{2/3} - 1) + 1{,}07} =$$

$$= \frac{1{,}95\cdot 10^{-3}\cdot 2\cdot 10^5\cdot 2{,}21}{12{,}7\cdot 4{,}41\cdot 10^{-2}(2{,}21^{2/3} - 1) + 1{,}07} = 590.$$

Calculons le facteur de la formule (5.17) qui rend compte de la variation des propriétés physiques du gaz carbonique suivant la section du flux

$$\varphi = \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^n \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m;$$

$$\bar{c}_p = \frac{i_p - i_f}{t_p - t_f} = \frac{965{,}8 - 550}{227 - 22} = 2{,}03 \text{ kJ/(kg·°C)};$$

$$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}} = \frac{2{,}03}{2{,}7} = 0{,}753;$$

$$\frac{T_f}{T_m} = \frac{22 + 273}{45 + 273} = \frac{295}{318} = 0{,}928; \quad \frac{T_p}{T_m} = \frac{500}{318} = 1{,}57.$$

Etant donné que $T_f/T_m < 1$ et $1 < T_p/T_m < 2{,}6$, il vient

$$n = 0{,}22 + 0{,}18\frac{T_p}{T_m} = 0{,}22 + 0{,}18\cdot 1{,}57 \approx 0{,}5;$$

$$\frac{\rho_p}{\rho_f} = \frac{113{,}1}{842{,}9} = 0{,}134;$$

$$m = 0{,}35 - 0{,}05\frac{p}{p_{cr}} = 0{,}35 - 0{,}05\frac{10}{7{,}39} = 0{,}282;$$

*) Pour des renseignements plus détaillés sur l'applicabilité des formules (5.17) consulter [5].

$$\varphi = (0{,}735)^{0{,}5} (0{,}134)^{0{,}282} = 0{,}494.$$

D'après l'énoncé du problème $x > 20\ d$; donc $\varepsilon_x = 1$.

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur locaux

$$Nu_{fx} = Nu_0 \varphi = 590 \cdot 0{,}494 = 291;$$

$$\alpha_x = Nu_{fx} \frac{\lambda_f}{d} = 291 \frac{9{,}77 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} = 7100\ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

5.75. Déterminer le rapport du nombre de Nüsselt local au nombre de Nüsselt pour le cas des propriétés physiques constantes Nu_{fx}/Nu_0 et la valeur du

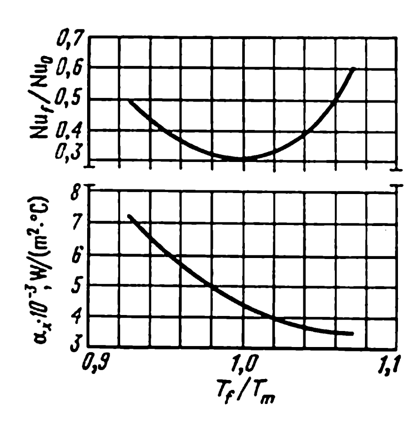


Fig. 5.13. Problème 5.75.

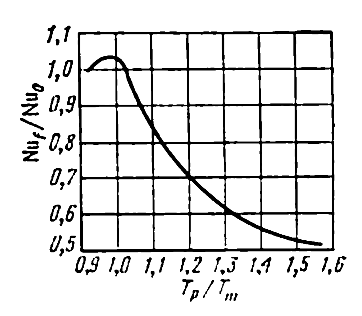


Fig. 5.14. Problème 5.76.

coefficient de transmission de chaleur local α_x pour les conditions du problème 5.74, si la température massique moyenne du gaz carbonique vaut respectivement $t_{fx} = 43$ °C et $t_{fx} = 67$ °C.

Réponse.

Pour $t_{fx} = 43$ °C, $\alpha_x = 4610$ W/(m²·°C); $Nu_f/Nu_0 = 0{,}319$; pour $t_{fx} = 67$ °C, $\alpha_x = 3570$ W/(m²·°C); $Nu_f/Nu_0 = 0{,}61$. La variation de Nu_{fx}/Nu_0 et de α_x en fonction de T_f/T_m pour les valeurs constantes de Re_f et t_p d'après les résultats des problèmes 5.74 et 5.75 est visualisée sur la figure 5.13.

5.76. Trouver comment le rapport du nombre de Nüsselt local au nombre de Nüsselt pour le cas des propriétés physiques constantes Nu_f/Nu_0 dépend de la température relative de la paroi T_p/T_m dans les conditions de l'écoulement turbulent du gaz carbonique dans un tube circulaire.

Faire le calcul pour la pression $p = 10$ MPa, une section du tube éloignée de l'entrée, la température massique moyenne du gaz carbonique $t_f = 17$ °C et les températures des parois $t_p = 27$, 44, 67, 127 et 227 °C.

Réponse.

Les résultats de calcul sont donnés ci-dessous et sur la figure 5.14.

t_p, °C	27	44	67	127	227
T_p/T_m	0,944	0,997	1,07	1,26	1,57
Nu_f/Nu_0	1,005	1,035	0,874	0,646	0,511

5.77. Calculer le coefficient de transmission de chaleur et la température de la paroi lors de l'écoulement de l'air dans un canal annulaire chauffé d'un seul côté. Les diamètres extérieur et intérieur du canal sont respectivement $d_2 = 40$ mm et $d_1 = 8$ mm. Dans la section envisagée en aval du tronçon de stabilisation thermique ($x > l_{st.th.}$) la température massique moyenne et la vitesse de l'air sont $t_f = 100$ °C et $w = 55$ m/s.

Réaliser le calcul pour deux cas: a) pour l'amenée de la chaleur à l'air seu-

lement par la paroi intérieure du canal ($q_{p2} = 0$); b) pour l'amenée de la chaleur seulement par la paroi extérieure du canal ($q_{p1} = 0$). Dans les deux cas admettre pour la densité du flux thermique sur la paroi correspondante: $q_p = 1,5\cdot10^4$ W/m².

Réponse.

a) $\alpha_{1,1} = 141$ W/(m²·°C); $t_{p1} = 206$ °C;

b) $\alpha_{2,1} = 121$ W/(m²·°C); $t_{p2} = 224$ °C.

Solution.

Propriétés physiques de l'air à $t_f = 100$ °C:

$\nu_f = 23,13\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 3,21\cdot10^{-2}$ W/(m·°C); $Pr_f = 0,688$.

Diamètre équivalent du canal annulaire

$$d_{éq} = d_2 - d_1 = 40 - 8 = 32 \text{ mm}.$$

Nombre de Reynolds

$$Re_f = \frac{wd_{éq}}{\nu_f} = \frac{55\cdot32\cdot10^{-3}}{23,13\cdot10^{-6}} = 7,6\cdot10^4;$$

le régime de l'écoulement est turbulent.

Pour l'écoulement turbulent de l'air et le chauffage unilatéral des canaux annulaires [22] dans les conditions de stabilisation thermique ($x > l_{st.th.}$), de la densité constante du flux thermique sur la paroi et du chauffage seulement de la surface intérieure $q_{p2} = 0$

$$Nu_{1.1} = Nu_{tu} 0,86 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-0,16} \xi, \text{*)} \tag{5.18}$$

où $Nu_{1.1} = \alpha_{1.1} d_{éq}/\lambda_f$ est le nombre de Nüsselt à la surface intérieure lors du chauffage unilatéral;

$$\alpha_{1.1} = \frac{q_{p1}}{t_{p1} - t_f};$$

Nu_{tu}, le nombre de Nüsselt pour l'écoulement de l'air dans un tube circulaire calculé d'après $d_{éq}$.

Pour $d_1/d_2 < 0,2$

$$\xi = 1 + 7,5 \left(\frac{d_2/d_1 - 5}{Re_f}\right)^{0,6}.$$

Pour $d_1/d_2 \geqslant 0,2$, $\xi = 1$.

La formule (5.18) est justifiée avec $0,07 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 1$.

Lorsque le chauffage porte seulement sur la surface extérieure ($q_{p1} = 0$)

$$Nu_{2.1} = Nu_{tu}\left[1 - 0,14\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0,6}\right], \tag{5.19}$$

où $Nu_{2.1} = \dfrac{\alpha_{2.1} d_{éq}}{\lambda_f}$ est le nombre de Nüsselt à la surface extérieure avec chauffage unilatéral;

$$\alpha_{2.1} = \frac{q_{p2}}{t_{p2} - t_f}.$$

La formule (5.19) est vraie avec $0 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 1$. Les formules (5.18) et (5.19) sont valables pour $10^4 \leqslant Re_f \leqslant 3\cdot10^5$ et $Pr_f \approx 0,7$.

Pour $d_1/d_2 = 1$ ces formules donnent le nombre de Nüsselt pour un chauf-

---

*) Pour l'air la formule (5.18) donne à peu près les mêmes résultats que (5.12).

fage unilatéral d'un canal plan (fente)

$$Nu_{1.1} = Nu_{2.1} = 0,86\ Nu_{tu}.$$

Dans notre cas, le nombre Nu_{tu} se calcule d'après la formule (5.7) avec la correction suivant (5.13)

$$Nu_{tu} = 0,021\ Re_f^{0,8}\ Pr_f^{0,43}\ \Theta_p^{-0,55}.$$

En adoptant en première approximation que la correction par le facteur de température $\Theta_p^{-0,55} = (T_p/T_f)^{-0,55} = 1$, on a

$$Nu_{tu} = 0,021\cdot(7,6\cdot10^4)^{0,8}\ (0,688)^{0,43} = 145.$$

a) $q_{p1} = 1,5\cdot10^4$ W/m², $q_{p2} = 0$;

$$Nu_{1.1} = Nu_{tu}0,86\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-0,16}\xi = 145\cdot0,86\left(\frac{8}{40}\right)^{-0,16}1 = 162,$$

où

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{8}{40} = 0,2 \text{ et } \xi = 1;$$

$$\alpha_{1.1} = Nu_{1.1}\frac{\lambda_f}{d_{éq}} = 162\ \frac{3,21\cdot10^{-2}}{32\cdot10^{-3}} = 163\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$t_{p1} = t_f + \frac{q_{p1}}{\alpha_{1.1}} = 100 + \frac{1,5\cdot10^4}{163} = 192\ {}^\circ\text{C}.$$

Après avoir calculé en première approximation t_{p1}, portons la correction pour le facteur de température

$$\Theta_{p1} = \frac{T_{p1}}{T_f} = \frac{192+273}{100+273} = 1,25;$$

$$\Theta_{p1}^{-0,55} = (1,25)^{-0,55} = 0,885;$$

$$Nu_{tu} = 0,885\cdot145 = 128$$

et, respectivement,

$$\alpha_{1.1} = 0,885\cdot163 = 144\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$t_{p1} = 100 + \frac{1,5\cdot10^4}{144} = 204\ {}^\circ\text{C}.$$

La mise au point ultérieure par la méthode des approximations successives donne finalement $\alpha_{1.1} = 141$ W/(m²·°C) et $t_{p1} = 206$ °C.

b) $q_{p2} = 1,5\cdot10^4$ W/m²; $q_{p1} = 0$;

la valeur de $Nu_{tu} = 145$ reste inchangée et

$$Nu_{2.1} = Nu_{tu}\left[1 - 0,14\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0,6}\right] = 145\ [1 - 0,14\ (0,2)^{0,6}] = 140.$$

Le coefficient de transmission de chaleur $\alpha_{2.1}$ et la température de la paroi t_{p2} en première approximation

$$\alpha_{2.1} = Nu_{2.1}\frac{\lambda_f}{d_{éq}} = 140\ \frac{3,21\cdot10^{-2}}{32\cdot10^{-3}} = 141\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$t_{p2} = t_f + \frac{q_{p2}}{\alpha_{2.1}} = 100 + \frac{1,5\cdot10^4}{141} \approx 206\ {}^\circ\text{C};$$

correction pour le facteur de température

$$\Theta_{p2} = \frac{T_{p2}}{T_f} = \frac{206+273}{373} = 1,28;$$

$$\Theta_{p2}^{-0,55} = (1,28)^{-0,55} = 0,875;$$

$$\alpha_{2,1} = 0,875 \cdot 141 = 123 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$t_{p2} = 100 + \frac{1,5\cdot 10^4}{123} = 222\ {}^\circ\text{C}$$

et les calculs qui suivent donnent finalement $\alpha_{2,1}$ = 121 W/(m²·°C); t_{p2} = = 224 °C.

5.78. L'air parcourt un canal annulaire de diamètre intérieur d_1 = 5,4 mm et diamètre extérieur d_2 = 60 mm; son débit est G = 0,12 kg/s et sa température massique moyenne dans la section considérée t_f = 80 °C.

Calculer la température de la paroi intérieure du canal t_{p1}, si la chaleur est transmise seulement par cette surface et la densité du flux thermique q_{p1} = = $2\cdot 10^4$ W/m².

Réponse.

$$t_{p1} = 262\ {}^\circ\text{C}.$$

5.79. L'air se déplace avec un débit $G = 5\cdot 10^{-2}$ kg/s dans un canal annulaire de diamètre intérieur d = 12 mm. La chaleur pour son chauffage est amenée seulement par la surface intérieure du canal et la densité du flux thermique $q_{p1} = 2\cdot 10^4$ W/m² est constante suivant la longueur. La température de l'air à l'entrée du tronçon chauffé t_f = 20 °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur α_x et la température de la paroi intérieure du canal t_{px} à la distance x_1 = 90 mm et x_2 = 720 mm de l'entrée du tronçon chauffé. Faire le calcul sans tenir compte de l'influence de la température sur le transfert de chaleur.

Réponse.

$$x_1 = 90 \text{ mm}; \quad \alpha_{x1} = 275 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad t_{px1} = 94\ {}^\circ\text{C};$$

$$x_2 = 720 \text{ mm}; \quad \alpha_{x2} = 223 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad t_{px2} = 120\ {}^\circ\text{C}.$$

Solution.

La variation de la température massique moyenne suivant la longueur du canal est déterminée par l'équation du bilan thermique

$$t_{fx} = t_{f1} + \frac{q_{p1}\pi d_1}{Gc_{pf}} x = 20 + \frac{2\cdot 10^4\cdot 3,14\cdot 12\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{-2}\cdot 1,01\cdot 10^3} x = 20 + 14,9x,$$

où dans l'intervalle des températures

$$t_f = 20 \div 140\ {}^\circ\text{C}\ c_{pf} \approx 1,01\cdot 10^3 \text{ J/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Pour x_1 = 90 mm, $t_{fx1} = 20 + 14,9\cdot 90\cdot 10^{-3} \approx 21,3$ °C; à cette température les propriétés physiques de l'air sont:

$$\mu_{x1} = 18,2\cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}; \quad \lambda_{x1} = 2,60\cdot 10^{-2} \text{ W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \text{Pr}_{x1} = 0,703.$$

Le nombre de Reynolds

$$\text{Re}_x = \frac{w_x d_{\text{éq}}}{\nu_x} = \frac{G d_{\text{éq}}}{f\mu_x},$$

où $d_{\text{éq}} = d_2 - d_1$ = 30 — 12 = 18 mm et le rapport du diamètre équivalent à la section du canal

$$\frac{d_{\text{éq}}}{f} = \frac{4(d_2 - d_1)}{\pi(d_2^2 - d_1^2)} = \frac{4}{\pi(d_2 + d_1)} = \frac{4}{3,14(30+12)\cdot 10^{-3}} = 30,4 \text{ 1/m},$$

donc,

$$\text{Re}_x = \frac{30,4\cdot 5\cdot 10^{-2}}{\mu_x} = \frac{1,52}{\mu_x};$$

pour $x_1 = 90$ mm

$$Re_{x1} = \frac{1,52}{18,2 \cdot 10^{-6}} = 8,35 \cdot 10^{4}$$

Pour l'écoulement turbulent de l'air dans un canal annulaire chauffé d'un côté la longueur du tronçon de stabilisation thermique peut se calculer d'après la relation [22]

$$\frac{l_{st.\,th}}{d_{éq}} = 15\left(1 + 1,2\frac{d_1}{d_2}\right), \qquad (5.20)$$

et la valeur du nombre de Nüsselt pour $1 \leqslant x/d_{éq} \leqslant l_{st.th.}/d_{éq}$, d'après la formule

$$\frac{Nu_{1.1}}{Nu_{1.1\infty}} = \frac{Nu_{2.1}}{N_{2.1\infty}} =$$

$$= 0,86 + 0,54\left[\left(1 + 1,2\frac{d_1}{d_2}\right)\left(\frac{x}{d_{éq}}\right)^{-0,4} - 0,188\frac{d_1}{d_2}\right]. \qquad (5.21)$$

La formule (5.21) est justifiée pour $Nu_{1,1}$ avec $0,14 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 1$, et pour $Nu_{2.1}$, avec $0 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 1$.

Ici $Nu_{1.1\infty}$ et $Nu_{2.1\infty}$ sont les valeurs du nombre de Nüsselt limite pour $x > l_{st.th.}$, calculées d'après les formules (5.18) et (5.19).

Dans notre cas $d_1/d_2 = 12/30 = 0,4$;

$$\frac{l_{st.\,th}}{d_{éq}} = 15\,(1 + 1,2\ 0,4) = 22,2$$

et

$$\frac{x_1}{d_{éq}} = \frac{90}{18} = 5 < \frac{l_{st.\,th}}{d_{éq}},$$

$$\frac{x_2}{d_{éq}} = \frac{720}{18} = 40 > \frac{l_{st.\,th}}{d_{éq}}.$$

Pour la section x_1 il faut donc suivant (5.18), après le calcul de $Nu_{1.1\infty}$ déterminer $Nu_{1.1}$ en recourant à (5.21). Pour la section x_2 nul besoin n'est d'introduire la correction pour le tronçon initial.

Dans le cas de l'écoulement de l'air dans un tube circulaire le nombre de Nüsselt se calcule d'après la formule (5.7) sans la correction pour le facteur de température

$$Nu_{tu1} = 0,021\ Re_{x1}^{0,8} Pr_{x1}^{0,43} = 0,021 \cdot (8,35 \cdot 10^4)^{0,8}\ (0,703)^{0,43} = 153.$$

Pour l'écoulement de l'air dans un canal annulaire chauffé d'un côté, lorsque $x > l_{st.th.}$, le nombre de Nüsselt se calcule d'après la formule (5.18)

$$Nu_{1,1\infty} = Nu_{tu} 0,86\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-0.16} \xi;$$

étant donné que $d_1/d_2 = 0,4 > 0,2$, on a $\xi = 1$, et le facteur de correction $0,86\ (d_1/d_2)^{-0,16} = 0,86\ (0,4)^{-0,16} \approx 1$, c'est-à-dire dans le cas particulier donné

$$Nu_{1,1\infty} = Nu_{tu} = 153.$$

Puisque $x_1 < l_{st.th.}$, d'après la formule (5.21)

$$\frac{Nu_{x1}}{Nu_{1,1\infty}} = 0,86 + 0,54\left[(1 + 1,2 \cdot 0,4)\left(\frac{x}{d_{éq}}\right)^{-0,4} - 0,188 \cdot 0,4\right] =$$

$$= 0,819 + 0,798\,(x/d_{éq})^{-0,4} \text{ et pour } x/d_{éq} = 5;$$

$$\frac{Nu_{x1}}{Nu_{1.1\infty}} = 0,819 + 0,798 \cdot 5^{-0,4} = 1,24;$$

$$Nu_{x1} = 1{,}24 \cdot 153 = 190.$$

Coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha_{x1} = Nu_{x1} \frac{\lambda_{x1}}{d_{éq}} = 190 \frac{2{,}6 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^{-3}} = 275 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Température de la paroi à la distance $x_1 = 90$ mm de l'entrée

$$t_{px1} = t_{fx1} + \frac{q_{p1}}{\alpha_{x1}} = 21{,}3 + \frac{2 \cdot 10^4}{275} = 94{,}1 \ {}^\circ\text{C}.$$

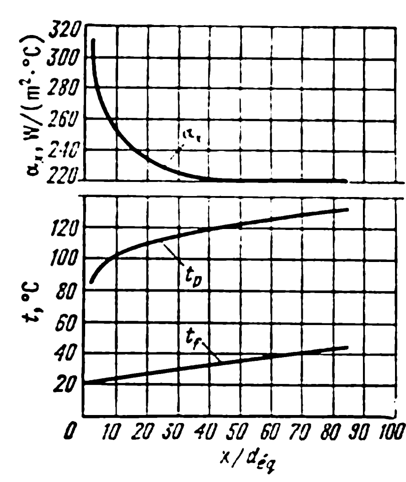


Fig. 5.15. Problème 5.80.

La température de la paroi pour $x_2 = 720$ mm se calcule d'une façon analogue, mais comme $x_2/d_{éq} = 40 >$ $> l_{st.th.}/d_{éq}$, la correction suivant la formule (5.21) ne s'introduit pas; alors,

$$t_{fx2} = 20 + 14{,}9x_2 = 20 + 14{,}9 \cdot 720 \cdot 10^{-3} = 30{,}7 \ {}^\circ\text{C}.$$

Pour $t_{fx2} = 30{,}7$ °C, $\mu_{x2} = 18{,}7 \times 10^{-6}$ Pa·s; $\lambda_{x2} = 2{,}68 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C); $Pr_{x2} = 0{,}701$;

$$Re_{x2} = \frac{1{,}52}{\mu_{x2}} = 8{,}12 \cdot 10^4;$$

$Nu_{tu} = 0{,}021\,(8{,}12 \cdot 10^4)^{0{,}8}\,(0{,}701)^{0{,}43} = 150$, et du fait que pour $d_1/d_2 = 0{,}4$, $Nu_{1.1} \approx Nu_{tu}$, il vient $Nu_{x2} = Nu_{1.1} = 150$;

$$\alpha_{x2} = Nu_{x2} \frac{\lambda_{x2}}{d_{éq}} = 150 \frac{2{,}68 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^{-3}} = 223 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)};$$

$$t_{px2} = t_{fx2} + \frac{q_{p1}}{\alpha_{x2}} = 30{,}7 + \frac{2 \cdot 10^4}{223} = 120{,}4 \ {}^\circ\text{C}.$$

5.80. Calculer le coefficient de transmission de chaleur α_x et la température de la paroi intérieure t_{px} de l'énoncé du problème 5.79 aux distances $x = 45$, 180, 360 et 1500 mm de l'entrée du tronçon chauffé. Construire la courbe de la variation de α_x, t_{px} et de la température de l'air t_{fx} suivant la longueur du canal. Pour tracer les courbes utiliser les valeurs fournies par le problème 5.79.

Réponse.

Les résultats des calculs compte tenu des données du problème 5.79 sont consignés sur la figure 5.15 et le tableau ci-dessous.

x, mm	45	90	180	360	720	1500
$x/d_{éq}$	2,5	5	10	20	40	83,3
α_x, W/(m²·°C)	310	275	252	235	223	222
t_{px}, °C	85	94	102	111	120	132
t_{fx}, °C	20,7	21,3	22,7	25,4	30,7	42,4

5.81. Déterminer les températures des parois intérieure et extérieure t_{p1} et t_{p2} à la distance $x = 1400$ mm de l'entrée du canal annulaire chauffé asymé-

triquement. Les diamètres intérieur et extérieur du canal sont $d_1 = 6$ mm; $d_2 = 20$ mm. Dans le canal se déplace l'eau à raison de $G = 0{,}3$ kg/s. La température de l'eau à l'entrée du canal $t_{f1} = 125$ °C. Les densités du flux thermique constantes suivant la longueur valent respectivement selon la paroi intérieure ou extérieure $q_{p1} = 1 \cdot 10^5$ W/m² et $q_{p2} = 2 \cdot 10^5$ W/m².

Réponse.

$$t_{p1} = 148\ °C; \quad t_{p2} = 165\ °C.$$

Solution.

L'équation du bilan thermique donne la température massique moyenne de l'eau dans la section de calcul

$$Gc_{pf}(t_f - t_{f1}) = q_{p1}\pi d_1 x + q_{p2}\pi d_2 x,$$

d'où

$$t_f = t_{f1} + \frac{(q_{p1}d_1 + q_{p2}d_2)\pi x}{Gc_{pf}} =$$

$$= 125 + \frac{(1 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3})\ 3{,}14 \cdot 1{,}4}{0{,}3 \cdot 4{,}27 \cdot 10^3} \approx 141\ °C,$$

où dans l'intervalle de 125 à 141 °C, $c_{pf} = 4{,}27 \cdot 10^3$ J/(kg·°C).

Les propriétés physiques de l'eau à $t_f = 141$ °C: $\rho_f = 925$ kg/m³; $\lambda_f = 0{,}685$ W/(m·°C); $\nu_f = 0{,}216 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\mathrm{Pr}_f = 1{,}25$.

L'aire de la section d'ouverture et le diamètre équivalent du canal

$$f = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = \frac{3{,}14}{4}(20^2 - 6^2) \cdot 10^{-6} = 2{,}86 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2;$$

$$d_{éq} = d_2 - d_1 = 20 - 6 = 14\ \text{mm}.$$

La vitesse de l'eau et le nombre de Reynolds

$$w = \frac{G}{\rho_f f} = \frac{0{,}3}{925 \cdot 2{,}86 \cdot 10^{-4}} = 1{,}13\ \text{m/s};$$

$$\mathrm{Re}_f = \frac{w d_{éq}}{\nu_f} = \frac{1{,}13 \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{0{,}216 \cdot 10^{-6}} = 7{,}33 \cdot 10^4.$$

Pour un liquide qui se déplace dans des canaux annulaires asymétriquement chauffés dans les conditions de stabilisation thermique et densités constantes des flux thermiques, les nombres de Nüsselt des surfaces correspondantes peuvent se calculer d'après les formules [22]

$$\mathrm{Nu}_1 = \frac{\mathrm{Nu}_{1.1}}{1 + \frac{q_{p2}}{q_{p1}}\Theta_{a.p1}\mathrm{Nu}_{1.1}}; \tag{5.22}$$

$$\mathrm{Nu}_2 = \frac{\mathrm{Nu}_{2.1}}{1 + \frac{q_{p1}}{q_{p2}}\Theta_{a.p2}\mathrm{Nu}_{2.1}}, \tag{5.23}$$

où $\mathrm{Nu}_{1.1}$ et $\mathrm{Nu}_{2.1}$ sont les Nüsselt de chauffage unilatéral respectivement des surfaces intérieure et extérieure; $\Theta_{a.p1}$ et $\Theta_{a.p2}$, les températures adiabatiques sans dimension (pour $q_{p1} = 0$ et $q_{p2} = 0$).

Pour des liquides aqueux et les gaz à $0{,}5 \leqslant \mathrm{Pr} \leqslant 100$,

$$\frac{\mathrm{Nu}_{1.1}}{\mathrm{Nu}_{tu}} = (1 - \varphi)\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^n \xi; \tag{5.24}$$

$$\frac{\mathrm{Nu}_{2.1}}{\mathrm{Nu}_{tu}} = 1 - 0{,}14\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0{,}6}, \tag{5.25}$$

où
$$\varphi=\frac{0,255}{1+1,1\ \mathrm{Pr}^{0,9}};\quad n=-0,16\ \mathrm{Pr}^{-0,15};$$

$$\Theta_{a.p1}=22\left[0,27\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2-1\right]\mathrm{Re}^{-0,87}\,\mathrm{Pr}^{-1,05}; \qquad (5.26)$$

$$\Theta_{a.p2}=\Theta_{a.p1}\frac{d_1}{d_2}; \qquad (5.27)$$

Nu_{tu}, le nombre de Nüsselt pour l'écoulement d'un liquide dans un tube circulaire calculé d'après $d_{éq}$.

Les formules (5.24) et (5.25) sont vraies pour

$$10^4 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^6 \text{ et } 0,1 \leqslant d_1/d_2 \leqslant 1.$$

Dans le cas envisagé, la valeur du nombre Nu_{tu} se calcule d'après la formule (5.7):

$$\mathrm{Nu}_{tu}=0,021\ \mathrm{Re}_f^{0,8}\mathrm{Pr}_f^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}=0,021\ (7,33\cdot10^4)^{0,8}\ (1,25)^{0,43}=179,$$

où on a adopté en première approximation $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_p)^{0,25} = 1$.

Pour le chauffage de la seule surface intérieure, le Nüsselt se calcule d'après la formule (5.24):

$$\varphi=\frac{0,255}{1+1,1\,(1,25)^{0,9}}=0,109;$$

$$n = -0,16\ (1,25)^{-0,15} = -0,154;$$

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{6}{20}=0,3;$$

$$\frac{\mathrm{Nu}_{1.1}}{\mathrm{Nu}_{tu}}=(1-0,109)\ (0,3)^{-0,154}=1,07;$$

$$\mathrm{Nu}_{1.1} = 179\cdot1,07 = 192.$$

Pour $q_{p2}/q_{p1} = 2$ le nombre de Nüsselt se détermine d'après la formule (5.22); à cet effet calculons d'abord la valeur de $\Theta_{a.p1}$ d'après (5.26)

$$\Theta_{a.p1} = 22\ [0,27\ (0,3)^2 - 1]\ (7,33\cdot10^4)^{-0,87}\cdot(1,25)^{-1,05} = -1\cdot10^{-3};$$

$$\mathrm{Nu}_1=\frac{192}{1-2\cdot1\cdot10^{-3}\cdot192}=312.$$

Le coefficient de transmission de chaleur et la température de la surface intérieure du canal

$$\alpha_1=\mathrm{Nu}_1\frac{\lambda_f}{d_{éq}}=312\frac{0,685}{14\cdot10^{-3}}=1,53\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)},$$

$$t_{p1}=t_f+\frac{q_{p1}}{\alpha_1}=141+\frac{1\cdot10^5}{1,53\cdot10^4}=147,5\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

La différence $t_f - t_p$ étant petite, le rapport $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_p)^{0,25} \approx 1$, comme nous l'avons admis pour le calcul de Nu_{tu}.

Le chauffage de la seule surface extérieure impose le calcul de Nüsselt d'après la formule (5.25)

$$\frac{\mathrm{Nu}_{2.1}}{\mathrm{Nu}_{tu}}=1-0,14\ (0,3)^{0,6}=0,932;$$

$$\mathrm{Nu}_{2.1} = 0,932\cdot179 = 167.$$

La température adiabatique sans dimension est donnée par la formu-

le (5.27)

$$\Theta_{a.p2}=\Theta_{a.p1}\,\frac{d_1}{d_2}=-1\cdot10^{-3}\cdot0,3=-0,3\cdot10^{-3}.$$

Le nombre de Nüsselt s'obtient en appliquant la formule (5.23)

$$Nu_2=\frac{167}{1-0,5\cdot0,3\cdot10^{-3}\cdot167}=171.$$

Le coefficient de transmission de chaleur et la température à la surface extérieure du canal

$$\alpha_2=Nu_2\,\frac{\lambda_1}{d_{éq}}=171\,\frac{0,685}{14\cdot10^{-3}}=8,35\cdot10^3\ W/(m^2\cdot{}^\circ C);$$

$$t_{p2}=t_f+\frac{q_{p2}}{\alpha_2}=141+\frac{2\cdot10^5}{8,35\cdot10^3}=165\ {}^\circ C.$$

5.82. Calculer les températures des parois intérieure et extérieure t_{p1} et t_{p2} du canal annulaire pour les mêmes conditions que dans le problème 5.81, mais si t_{f1} = 120 °C, $q_{p1} = 2\cdot10^5$ et $q_{p2} = 1\cdot10^5$ W/m².

Réponse.

$$t_{p1} = 160\ {}^\circ C; \quad t_{p2} = 152\ {}^\circ C.$$

5.83. Le sodium se déplace dans un canal à fente de la zone active d'une pile atomique. La largeur du canal b = 3 mm. La vitesse du sodium w = 3 m/s. Sa température massique moyenne dans la section considérée du canal t_f = = 400 °C.

Calculer les températures des surfaces intérieures du canal t_{p1} et t_{p2}, si la densité du flux thermique sur l'une des surfaces $q_{p1} = 7\cdot10^5$ W/m² et sur l'autre, $q_{p2} = 0$.

Réponse.

$$t_{p1} = 412\ {}^\circ C; \quad t_{p2} = t_{a.p2} = 395\ {}^\circ C.$$

Solution.

Les propriétés physiques du sodium à t_f = 400 °C

$$\lambda_f = 63,9\ W/(m\cdot{}^\circ C); \quad \nu_f = 33\cdot10^{-8}\ m^2/s; \quad Pr_f = 5,6\cdot10^{-3}.$$

Le diamètre équivalent du canal

$$d_{éq} = 2b = 2\cdot3 = 6\ mm.$$

Le nombre de Reynolds

$$Re_f=\frac{wd_{éq}}{\nu_f}=\frac{3\cdot6\cdot10^{-3}}{33\cdot10^{-8}}=5,45\cdot10^4.$$

Pour l'écoulement turbulent des métaux liquides dans des canaux annulaires et en fente, les nombres de Nüsselt et les températures adiabatiques des parois lors du chauffage unilatéral peuvent s'obtenir par calcul approché d'après les formules

$$\frac{Nu_{1.1}}{Nu_{tu}}=0,57\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-0,4}+0,18\,\frac{d_1}{d_2}\,; \tag{5.28}$$

$$\frac{Nu_{2.1}}{Nu_{tu}}=1-0,25\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0,8}, \tag{5.29}$$

où d'après la formule (5.14), $Nu_{tu} = 5 + 0,025\,Pe^{0,8}$ est le nombre de Nüsselt pour l'écoulement des métaux liquides dans des tubes circulaires calculé d'après le diamètre équivalent

$$\Theta_{a.p1}Nu_{1.1}=\frac{1}{a+b\,Pe^{0,8}}, \tag{5.30}$$

où $a = 2{,}2\,(d_1/d_2)^{0,5}$ et $b = 4{,}5\cdot10^{-5}\,(d_1/d_2)^{0,12}$;

$$\Theta_{a.p2} = \Theta_{a.p1}\frac{d_1}{d_2},$$

où

$$\Theta_{u.p1} = \frac{(t_{a.p1} - t_f)\,\lambda_f}{q_{p2}d_{éq}}$$

et

$$\Theta_{a.p2} = \frac{(t_{a.p2} - t_f)\,\lambda_f}{q_{p1}d_{éq}}.$$

Pour l'écoulement dans un canal plan (fente) ($d_2/d_1 = 1$) on tire de (5.28) et (5.29)

$$Nu_{1,1} = Nu_{2,1} = 0{,}75\,Nu_{tu}.$$

Dans le cas considéré

$$Pe_f = Re_f Pr_f = 5{,}45\cdot10^4\cdot5{,}6\cdot10^{-3} = 305;$$

$$Nu_{tu} = 5 + 0{,}025(305)^{0,8} = 7{,}4.$$

Dans le cas du chauffage unilatéral, le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur sont

$$Nu_{1,1} = 0{,}75\cdot7{,}4 = 5{,}55;$$

$$\alpha_{1,1} = Nu_{1,1}\frac{\lambda_f}{d_{éq}} = 5{,}55\frac{63{,}9}{6\cdot10^{-3}} = 5{,}9\cdot10^4\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

La température de la paroi du côté chauffé du canal

$$t_{p1} = t_f + \frac{q_{p1}}{\alpha_1} = 400 + \frac{7\cdot10^5}{5{,}9\cdot10^4} \approx 412\ {}^\circ\text{C}.$$

Etant donné que $q_{p2} = 0$, on a $t_{p2} = t_{a.p2}$. Pour le canal plan $\Theta_{a.p2} = \Theta_{a.p1}$, $Nu_{1.2} = Nu_{2.1}$ et d'après la formule (5.30)

$$\Theta_{a.p2}Nu_{2,1} = -\frac{1}{a + b\,Pe^{0,8}};$$

$$a = 2{,}2;\quad b = 4{,}5\cdot10^{-4}\quad \text{et}$$

$$\Theta_{a.p2}Nu_{2,1} = \frac{1}{2{,}2 + 4{,}5\cdot10^{-4}(305)^{0,8}} = -0{,}445;$$

$$Nu_{2,1} = Nu_{1,1} = 5{,}55;$$

$$\Theta_{a.p2} = \frac{-0{,}445}{5{,}55} = -0{,}08.$$

La température de la paroi du côté non chauffé du canal

$$t_{p2} = t_{a.p2} = t_f + \Theta_{a.p2}\frac{q_{p1}d_{éq}}{\lambda_f} =$$

$$= 400 - 0{,}08\frac{7\cdot10^5\cdot6\cdot10^{-3}}{63{,}9} = 400 - 5{,}25 \approx 395\ {}^\circ\text{C}.$$

De la sorte, $t_{p2} < t_f$, bien que $q_{p2} = 0$. Ceci s'explique par le fait que bien que la température de la paroi soit inférieure à la température massique du liquide, le gradient de température du liquide sur la paroi est nul (fig. 5.16, *c*).

5.84. Calculer les températures des parois t_{p1} et t_{p2} pour l'écoulement de sodium dans un canal à fente, les conditions étant celles du problème 5.83, si a) la densité du flux thermique $q_{p2} = 3\,q_{p1} = 2{,}1\cdot10^6$ W/m² et b) $q_{p2} = q_{p1} = 7\cdot10^5$ W/m².

Indication. Utiliser les formules (5.22) et (5.23).

Réponse.
a) $t_{p1} = 396$ °C; $t_{p2} = 430$ °C;
b) $t_{p1} = t_{p2} = 407$ °C.

L'allure de la variation de la température du sodium suivant la section du canal dans les conditions des problèmes 5.83 et 5.84 est donnée par la figure 5.16.

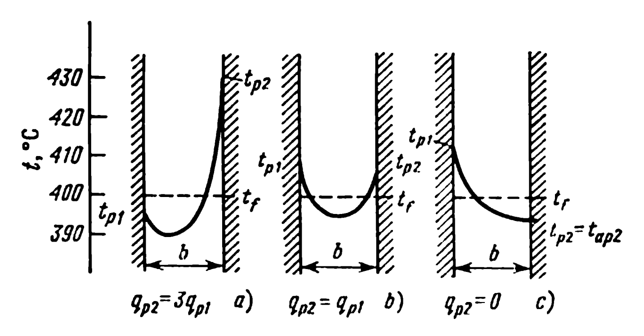


Fig. 5.16. Problème 5.84.

5.85. Calculer la distribution de la température de l'eau suivant la longueur des canaux extérieur et intérieur de l'élément combustible à deux voies pour caloporteur (du type « tube de Field », fig. 5.17). L'eau arrive d'en haut dans le canal annulaire extérieur, se déplace en bas, passe le coude et monte suivant le canal annulaire intérieur jusqu'à la sortie du tube.

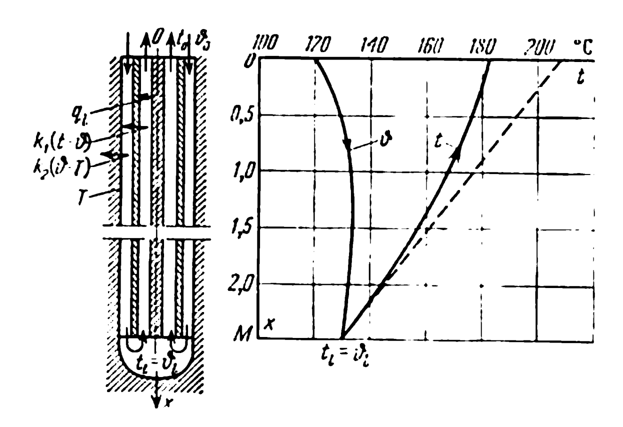


Fig. 5.17. Problème 5.85.

Faire le calcul pour les conditions suivantes: longueur de chaque voie $l = 2,5$ m; température de l'eau à l'entrée $\vartheta_0 = 120$ °C; débit de l'eau $G = 0,22$ kg/s; flux thermique par unité de longueur de la tige combustible centrale $q_l = 3 \cdot 10^4$ W/m; température de la surface extérieure du canal extérieur est constante suivant la longueur et égale à $T = 116$ °C; coefficient d'échange de chaleur par la paroi qui sépare les canaux $k_1 = 350$ W/(m²·°C); coefficient de transmission de chaleur à la paroi extérieure (ou de la paroi extérieure) $\alpha_2 = 450$ W/(m²·°C); k_1 et α_2 sont constants suivant la longueur et rapportés à

l'unité de longueur. Admettre que la chaleur spécifique de l'eau $c_p = 4{,}3 \cdot 10^3$ J/(kg·°C) est constante.

Calculer la quantité de l'eau au bout de la première voie ϑ_l et à la sortie de la deuxième voie t_0, ainsi que la coordonnée x_m et la valeur de la température maximale de l'eau ϑ_m dans la première voie.

Réponse.

$\vartheta_l = t_l = 130$ °C; $t_0 = 182$ °C; $x_m = 1{,}54$ m; $\vartheta_m = 134$ °C.

La distribution de la température suivant la longueur de la première et de la deuxième voies est visualisée sur la figure 5.17.

Solution.

La distribution de la température du caloporteur suivant la longueur du canal annulaire extérieur dans les conditions données est déterminée par l'équation

$$\vartheta = A_1 e^{\varepsilon_1 x} + A_2 e^{\varepsilon_2 x} + T + \frac{q_l}{k_2}, \qquad (5.31)$$

où ϑ est la température du caloporteur dans le canal extérieur; x, la coordonnée comptée à partir de l'entrée dans le canal extérieur;

$$A_1 = \frac{C_1 \varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \dfrac{q_l}{W}}{\varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l}};$$

$$A_2 = -\frac{C_1 \varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l} - \dfrac{q_l}{W}}{\varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l}};$$

$$C_1 = \vartheta_0 - T - \frac{q_l}{k_2};$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{2W}\left(-k_2 \pm \sqrt{k_2^2 + 4k_1 k_2}\right);$$

$W = Gc_p$, W/°C; k_1 et k_2 sont les coefficients d'échange de chaleur constants suivant la longueur rapportés à l'unité de longueur, W/(m·°C). Dans le cas particulier considéré sont donnés $k_2 = \alpha_2$ et T, la température de la surface d'échange de chaleur.

Pour $x = l$ la formule (5.31) fournit la valeur de la température au bout de la première voie qui, naturellement, est égale à la température à l'entrée de la deuxième voie $\vartheta_l = t_l$.

Calculons les grandeurs qui figurent dans (5.31)

$$W = Gc_p = 0{,}22 \cdot 4{,}3 \cdot 10^3 = 947 \text{ W/°C};$$

$$\frac{q_l}{k_2} = \frac{q_l}{\alpha_2} = \frac{3 \cdot 10^4}{450} = 66{,}7 \text{ °C};$$

$$\frac{q_l}{W} = \frac{3 \cdot 10^4}{947} = 31{,}7 \text{ °C/m};$$

$$C_1 = \vartheta_0 - T - \frac{q_l}{k_2} = 120 - 116 - 66{,}7 = -62{,}7 \text{ °C};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2W}\left(-k_2 + \sqrt{k_2^2 + 4k_1 k_2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 947}\left(-450 + 10^2 \sqrt{4{,}5^2 + 4 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}5}\right) = 0{,}244 \text{ 1/m};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2W}\left(-k_2 - \sqrt{k_2^2 + 4k_1 k_2}\right) = -0{,}72 \text{ 1/m};$$

$$e^{\varepsilon_2 l} = e^{0,72\cdot 2,5} = 0,165\,; \quad \varepsilon^{\varepsilon_1 l} = e^{0,244\cdot 2,5} = 1,84\,;$$

$$A_1 = \frac{-62,7\cdot 0,244\cdot 0,165 - 31,7}{0,244\cdot 0,165 + 0,72\cdot 1,84} = \frac{-34,22}{1,365} = -25,1\ ^\circ\mathrm{C}\,;$$

$$A_2 = -\frac{62,7\cdot 0,72\cdot 1,84 - 31,7}{1,365} = -37,6\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La température de l'eau au bout de la première voie pour $x = l$

$$\vartheta_l = t_l = A_1 e^{\varepsilon_1 l} + A_2 e^{\varepsilon_2 l} + T + \frac{q_l}{k_2} =$$

$$= -25,1\cdot 1,84 - 37,6\cdot 0,165 + 116 + 66,7 = 130,2\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La distribution de la température du caloporteur suivant la longueur du canal intérieur dans les conditions données est déterminée par l'équation suivante

$$t = B_1 e^{\varepsilon_1 x} + B_2 e^{\varepsilon_2 x} + T + \frac{q_l}{k_1} + \frac{q_l}{k_2}, \tag{5.32}$$

où

$$B_1 = -\frac{C_2\varepsilon_2 + \frac{q_l}{W}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, e^{\varepsilon_1 l}}\,; \quad B_2 = \frac{C_2\varepsilon_1 + \frac{q_l}{W}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, e^{\varepsilon_2 l}}\,;$$

$$C_2 = t_l - T - \frac{q_l}{k_1} - \frac{q_l}{k_2}.$$

Calculons les grandeurs qui figurent dans (5.32)

$$\frac{q_l}{k_1} = \frac{3\cdot 10^4}{350} = 85,7\ ^\circ\mathrm{C}\,;$$

$$C_2 = 130,2 - 116 - 85,7 - 66,7 = -138,2\ ^\circ\mathrm{C}\,;$$

$$B_1 = -\frac{138,2\cdot 0,72 + 31,7}{(0,244 + 0,72)\, 1,84} = -74\ ^\circ\mathrm{C}\,;$$

$$B_2 = \frac{-138,2\cdot 0,244 + 31,7}{(0,244 + 0,72)\, 0,165} = -12,6\ ^\circ\mathrm{C}.$$

D'après (5.32), pour $x = 0$, la température de l'eau à la sortie s'écrit

$$t_0 = B_1 + B_2 + T + \frac{q_l}{k_1} + \frac{q_l}{k_2} = -74 - 12,6 + 116 + 85,7 + 66,7 = 181,8\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La coordonnée de la température maximale de l'eau dans la première voie se calcule d'après la formule

$$x_m = \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \ln\left(-\frac{A_2\varepsilon_2}{A_1\varepsilon_1}\right). \tag{5.33}$$

En portant dans (5.33) les valeurs correspondantes, on obtient

$$x_m = \frac{1}{0,244 + 0,72} \ln\left(-\frac{37,6\cdot 0,72}{-25,1\cdot 0,244}\right) = \frac{1}{0,964} \ln(4,43) = 1,54\ \mathrm{m}.$$

Pour $x = x_m$, la température maximale de l'eau dans la première voie est définie par (5.31)

$$\vartheta_m = A_1 e^{\varepsilon_1 x_m} + A_2 e^{\varepsilon_2 x_m} + T + \frac{q_l}{k_2} = -25,1\, e^{0,244\cdot 1,54} - 37,6\, e^{-0,72\cdot 1,54} +$$

$$+ 116 + 66,7 = -36,5 - 12,4 + 182,7 = 133,8\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La distribution de la température de l'eau suivant la première et la deuxième voies est visualisée sur la figure 5.17. La ligne en pointillé montre la distribution linéaire de la température dans le canal intérieur en l'absence d'évacuation de la chaleur dans le canal extérieur: $t' = t_l + q_l x/w$.

5.86. Calculer la distribution de la température de l'eau suivant la longueur des canaux annulaires de l'élément combustible à deux entrées du caloporteur, examiné dans le problème 5.85, si la longueur des canaux est poussée jusqu'à 2,5 ou 3 m. Toutes les autres conditions restent inchangées. Comparer les résultats avec la réponse au problème 5.85.

Réponse.

$$\vartheta_l = 133\ °C; \quad t_0 = 190\ °C; \quad x_m = 1{,}77\ m; \quad \vartheta_m = 138\ °C.$$

L'augmentation de la longueur et, par suite, l'augmentation de 20 % de la quantité de chaleur cédée à l'eau fait monter de 8 °C la température t_0 à la sortie, ce qui correspond à une augmentation seulement de 13 % de la chaleur absorbée par l'eau. Ceci s'explique par l'évacuation plus forte de la chaleur à partir de l'eau dans le canal extérieur.

5.87. Déterminer la distribution de la température de l'eau suivant la longueur des canaux de l'élément combustible à deux voies prévues pour le caloporteur du problème 5.85, si pour le même débit $G = 0{,}22$ kg/s, l'aire de la section d'ouverture du canal intérieur ayant changé, le coefficient d'échange de chaleur k_1 augmente jusqu'à 600 W/(m²·°C). Les autres conditions ne changent pas. Comparer le résultat avec la réponse au problème 5.85.

Réponse.

$$\vartheta_l = 137\ °C; \quad t_0 = 175\ °C; \quad x_m = 1{,}57\ m; \quad \vartheta_m = 141{,}5\ °C.$$

L'augmentation du coefficient d'échange de chaleur par la paroi qui sépare les canaux rend le chauffage plus intense de l'eau dans le canal extérieur et, respectivement, plus grandes les pertes de chaleur. C'est pourquoi à la sortie la température t_0 est plus basse que dans les conditions du problème 5.85.

5.88. Calculer la distribution des températures du caloporteur et de la paroi suivant la longueur du canal de la zone active d'une pile atomique. L'élément combustible en uranium [$\lambda = 31$ W/(m·°C)] a la forme d'un cylindre de diamètre extérieur $d = 15$ mm long de $l = 2{,}5$ m. L'élément est couvert d'une gaine adhérente en acier inoxydable [$\lambda_p = 21$ W/(m·°C)] de $\delta = 0{,}5$ mm d'épaisseur.

Admettre que la densité volumique de l'émission de chaleur dans l'uranium q_v est constante suivant la section et varie suivant la longueur d'après une loi de cosinus (pile dépourvue de réflecteurs en bout). Si on choisit l'origine des coordonnées au milieu de la longueur de l'élément combustible, alors, pour $x = 0$, $q_{v0} = 2{,}2 \times 10^8$ W/m³.

L'élément combustible est refroidi au sodium. Le débit de ce dernier $G = 0{,}6$ kg/s et sa température à l'entrée du canal $t_{f1} = 250$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur de la gaine au sodium $\alpha = 1 \cdot 10^5$ W/(m²·°C).

Calculer la température du sodium au milieu de la longueur du canal ($x = 0$) et à sa sortie ($x = l/2$); les températures des surfaces extérieure et intérieure de la gaine et sur l'axe de l'élément combustible pour $x = 0$ (t_{p0}; $t_{pi.0}$; $t_{axe.\,0}$); les coordonnées et les valeurs des températures maximales t_{pm}; $t_{pi.m}$; $t_{axe.\,m}$.

Réponse.

$$t_{f0} = 290\ °C; \quad t_{f2} = 330\ °C;$$

$$t_{p0} = 298\ °C; \quad x_{pm} = 1{,}1\ m; \quad t_{pm} = 331\ °C;$$

$$t_{pi.0} = 316\ °C; \quad x_{pi.\,m} = 0{,}79\ m; \quad t_{pi.\,m} = 338\ °C;$$

$$t_{axe.0} = 416\ °C; \quad x_{axe.\,m} = 0{,}245\ m; \quad t_{axe.\,m} = 422\ °C.$$

Solution.

Pour la distribution en cosinus de l'émission de chaleur la variation de la température du caloporteur suivant la longueur est définie par l'équation

$$t_f - t_{f1} = \frac{q_0 l}{\pi G c_p}\left(\sin\frac{\pi x}{l} + 1\right), \tag{5.34}$$

où la coordonnée x est comptée à partir du milieu suivant la longueur du canal; q_0, l'émission de chaleur par unité de longueur pour $x = 0$, W/m.

La température du sodium à la sortie ($x = l/2$)

$$t_{f2} - t_{f1} = \frac{2}{\pi}\frac{q_0 l}{G c_p},$$

où $q_0 = q_v \frac{\pi d_1^2}{4} = 2{,}2\cdot 10^8 \frac{3{,}14\cdot 15^2\cdot 10^{-6}}{4} = 3{,}9\cdot 10^4$ W/m.

La chaleur spécifique du sodium dans l'intervalle des températures de 250 °C à 300 °C $c_p = 1{,}29\cdot 10^3$ J/(kg·°C) et

$$t_{f2} - t_{f1} = \frac{2\cdot 3{,}9\cdot 10^4\cdot 2{,}5}{3{,}14\cdot 0{,}6\cdot 1{,}29\cdot 10^3} = 80\ °\mathrm{C},$$

d'où

$$t_{f2} = t_{f1} + 80 = 250 + 80 = 330\ °\mathrm{C}.$$

La température du sodium au milieu de la longueur ($x = 0$)

$$t_{f0} = t_{f1} + \frac{q_0 l}{\pi G c_p} = t_{f1} + \frac{t_{f2} - t_{f1}}{2} = 250 + \frac{80}{2} = 290\ °\mathrm{C}.$$

La différence entre la température sur l'axe de l'élément combustible et la température du sodium pour $x_0 = 0$

$$t_{\mathrm{axe.\,0}} - t_{f0} = \frac{q_0}{\pi}\left(\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{2\lambda_p}\ln\frac{d_1 + 2\delta}{d_1} + \frac{1}{\alpha(d_1 + 2\delta)}\right) =$$

$$= \frac{3{,}9\cdot 10^4}{3{,}14}\left(\frac{1}{4\cdot 31} + \frac{1}{2{,}21}\ln\frac{15 + 2\cdot 0{,}5}{15} + \frac{1}{1\cdot 10^5(15 + 2\cdot 0{,}5)\cdot 10^{-3}}\right) =$$

$$= 100 + 18{,}4 + 7{,}8 = 126{,}2\ °\mathrm{C}.$$

De cette façon,

$$\Delta t_{p0} = t_{p0} - t_{f0} = 7{,}8\ °\mathrm{C};$$
$$\Delta t_{p1.0} = t_{p1.0} - t_{f0} = 26{,}2\ °\mathrm{C};$$
$$\Delta t_{\mathrm{axe.0}} = t_{\mathrm{axe.0}} - t_{f0} = 126{,}2\ °\mathrm{C}.$$

Les températures aux surfaces extérieure et intérieure de la gaine et sur l'axe de l'élément combustible pour $x = 0$

$$t_{p0} = t_{f0} + \Delta t_{p0} = 290 + 7{,}8 \approx 298\ °\mathrm{C};$$
$$t_{p1.0} = t_{f0} + \Delta t_{p1.0} = 290 + 26{,}2 \approx 316\ °\mathrm{C};$$
$$t_{\mathrm{axe.0}} = t_{f0} + \Delta t_{\mathrm{axe.0}} = 290 + 126{,}2 \approx 416\ °\mathrm{C}.$$

La température maximale à la surface d'échange de chaleur est déterminée par la formule

$$\frac{t_{pm} - t_{f1}}{t_{f2} - t_{f1}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\Delta t_{p0}}{t_{f2} - t_{f1}}\right)^2}. \tag{5.35}$$

En portant dans cette formule les valeurs de Δt_{p0} et $t_{f2} - t_{f1}$, on obtient

$$\frac{t_{pm} - t_{f1}}{t_{f2} - t_{f1}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{7{,}8}{80}\right)^2} = 1{,}01,$$

d'où

$$t_{pm} = t_{f1} + 1{,}01\,(t_{f2} - t_{f1}) = 250 + 1{,}01\cdot 80 \approx 331\ °\mathrm{C}.$$

La coordonnée de la température maximale de la surface d'échange de chaleur est donnée par la formule

$$x_{pm}=\frac{1}{\pi}\ \text{arctg}\left(\frac{t_{f2}-t_{f1}}{2\Delta t_{p0}}\right);\qquad (5.36)$$

$$x_{pm}=\frac{2,5}{3,14}\ \text{arctg}\left(\frac{80}{2\cdot 7,8}\right)=1,1\ \text{m}.$$

Les valeurs et les coordonnées des températures maximales sur l'axe et à la surface intérieure de la gaine se calculent d'après les formules (5.35) et (5.36), en y remplaçant la grandeur Δt_{p0} respectivement par $\Delta t_{axe.0}$ et $\Delta t_{p1.0}$

$$\frac{t_{axe.\,m}-t_{f1}}{t_{f2}-t_{f1}}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+\left(\frac{\Delta t_{axe.\,0}}{t_{f2}-t_{f1}}\right)^2}=$$

$$=0,5+\sqrt{0,25+\left(\frac{126,2}{80}\right)^2}=2,15;$$

$$t_{axe.\,m}=250+2,15\cdot 80=422\ ^\circ\text{C};$$

$$\frac{t_{p1.m}-t_{f1}}{t_{f2}-t_{f1}}=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+\left(\frac{\Delta t_{p1.0}}{t_{f2}-t_{f1}}\right)^2}=$$

$$=0,5+\sqrt{0,25+\left(\frac{26,2}{80}\right)^2}=1,1;$$

$$t_{p1.m}=250+1,1\cdot 80=338\ ^\circ\text{C};$$

$$x_{axe.\,m}=\frac{l}{\pi}\ \text{arctg}\left(\frac{t_{f2}-t_{f1}}{2\Delta t_{axe.\,0}}\right)=\frac{2,5}{3,14}\ \text{arctg}\left(\frac{80}{2\cdot 126,2}\right)=0,245\ \text{m};$$

$$x_{p1.\,m}=\frac{2,5}{3,14}\ \text{arctg}\left(\frac{80}{2\cdot 26,2}\right)=0,632\ \text{m}.$$

5.89. Calculer la distribution des températures du caloporteur et de la paroi suivant la longueur de l'élément combustible du problème 5.88, si le caloporteur est l'eau.

Le débit de l'eau $G = 0,6$ kg/s et sa température à l'entrée du canal $t_{f1} = 180$ °C. Le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la gaine à l'eau $\alpha = 2,5\cdot 10^4$ W/(m²·°C). Les autres conditions sont celles de l'énoncé du problème 5.88.

Calculer les mêmes grandeurs que celles établies par le problème 5.88.

Réponse.

$$t_{f0} = 191,6\ ^\circ\text{C};\quad t_{f2} = 203\ ^\circ\text{C};$$

$$t_{p0} = 223\ ^\circ\text{C};\quad x_{pm} = 0,263\ \text{m};\quad t_{pm} = 225\ ^\circ\text{C};$$

$$t_{p1.\,0} = 241\ ^\circ\text{C};\quad x_{p1.\,m} = 0,183\ \text{m};\quad t_{p1.\,m} = 243\ ^\circ\text{C};$$

$$t_{axe.\,0} = 341\ ^\circ\text{C};\quad x_{axe.\,m} = 0,0615\ \text{m};\quad t_{axe.\,m} = 341\ ^\circ\text{C}.$$

CHAPITRE 6

TRANSFERT DE CHALEUR LORS DU CONTOURNEMENT TRANSVERSAL FORCÉ D'UN CYLINDRE ET D'UN FAISCEAU DE TUBES

6.1. Une barre conductrice en cuivre de section circulaire et de diamètre $d = 15$ mm est refroidie par un courant d'air transversal (fig. 6.1). La vitesse et la température du courant incident sont respectivement $w = 1$ m/s; $t_f = 20$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur par la surface de la barre à l'air et l'intensité de courant électrique admissible dans la barre à la condition que la température de sa surface ne dépasse pas $t_p = 80$ °C.

La résistivité du cuivre $\rho = 0{,}0175$ Ω·mm²/m.

Réponse.

$$\alpha = 23{,}8 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad I = 825 \text{ A}.$$

Fig. 6.1. Problème 6.1.

Solution.

A la température $t_f = 20$ °C les propriétés physiques de l'air sont: $\nu_f = 15{,}06\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 2{,}59\cdot10^{-2}$ W/(m·°C).

Le nombre de Reynolds

$$\text{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1\cdot0{,}015}{15{,}06\cdot10^{-6}} = 995.$$

Le calcul du transfert de chaleur dans le cas du contournement transversal par l'air d'un cylindre peut se faire d'après les formules [3]:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{pour } 10 \leqslant \text{Re}_f \leqslant 1\cdot10^3 & \text{Nu}_f = 0{,}44\ \text{Re}_f^{0,5}; \\ \text{pour } 1\cdot10^3 \leqslant \text{Re}_f \leqslant 2\cdot10^5 & \text{Nu}_f = 0{,}22\ \text{Re}_f^{0,6}, \end{array}\right\} \tag{6.1}$$

où la dimension déterminante adoptée est le diamètre du cylindre, et la température déterminante, celle du courant d'air incident t_f.

Dans le cas considéré

$$\text{Nu}_f = 0{,}44(995)^{0,5} = 13{,}8;$$

donc, le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \text{Nu}_f\,\frac{\lambda_f}{d} = 13{,}8\,\frac{2{,}59\cdot10^{-2}}{1{,}5\cdot10^{-2}} = 23{,}8 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

L'intensité de courant admissible se calcule d'après l'équation du bilan d'énergie

$$\alpha\,(t_p - t_f)\,\pi\,dl = I^2R,$$

où

$$R = \frac{\rho l}{\frac{\pi d^2}{4}},$$

d'où l'expression de l'intensité de courant

$$I = 10^3 \pi d \sqrt{\frac{\alpha \Delta t d}{4\rho}}.$$

En y portant les valeurs connues, on obtient

$$I = 10^3 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{23{,}8\,(80-20) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 0{,}0175}} = 825 \text{ A}.$$

6.2. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et l'intensité de courant admissible, si la vitesse du courant d'air incident devient deux fois plus faible, alors que toutes les autres conditions restent celles du problème 6.1 ?

Réponse.

$\alpha = 16{,}9$ W/(m²·°C); $I = 692$ A; c'est-à-dire le coefficient de transmission de chaleur devient $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ fois plus petit, et l'intensité de courant admissible, $\sqrt[4]{2} \approx 1{,}2$ fois plus faible.

6.3. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur de la barre conductrice et l'intensité de courant admissible, si le diamètre de la barre devient deux fois plus petit, alors que les autres conditions de l'énoncé du problème 6.1 restent les mêmes?

Réponse.

$$\alpha = 34 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}; \quad I = 348 \text{ A}.$$

6.4. Un calorimètre à circulation d'eau sous forme de tube de diamètre $d = 15$ mm est placé dans un courant d'air transversal. L'air attaque le calorimètre à la vitesse $w = 2$ m/s sous un angle de 90° à l'axe, sa température est $t_f = 20$ °C. En régime thermique stationnaire, la température établie à la surface extérieure du calorimètre est $t_p = 80$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur du tube à l'air et le flux thermique par unité de longueur du calorimètre.

Réponse.

$$\alpha = 36{,}3 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}; \quad q_l = 102 \text{ W/m}.$$

Solution.

Les propriétés physiques de l'air à la température $t_f = 20$ °C sont: $\nu_f = 15{,}06 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 2{,}59 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C).

Le nombre de Reynolds

$$\text{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 1990.$$

Etant donné que $1 \cdot 10^3 < \text{Re} < 2 \cdot 10^5$, d'après (6.1)

$$\text{Nu}_f = 0{,}22\, \text{Re}_f^{0,6};$$

alors

$$\text{Nu}_f = 0{,}22(1{,}99 \cdot 10^3)^{0,6} = 21,$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \text{Nu}_f \frac{\lambda_f}{d} = \frac{21 \cdot 2{,}59 \cdot 10^{-2}}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} = 36{,}3 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Le flux thermique par unité de longueur

$$q_l = \alpha\,(t_p - t_f)\,\pi d = 36{,}3(80 - 20) \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} = 102 \text{ W/m}.$$

6.5. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur du problème 6.4, si la vitesse de l'air devient 2 et 4 fois plus grande ?

Réponse. Le coefficient de transmission de chaleur augmentera de 1,51 et 2,3 fois respectivement.

6.6. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur de l'énoncé du problème 6.4, si l'air contourne le tube sous un angle d'attaque $\psi = 60°$ (fig. 6.2), alors que les autres conditions restent invariables?

Réponse.

$$\alpha_{\psi=60°} = 33,7 \text{ W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

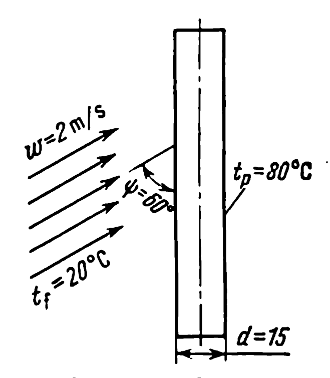


Fig. 6.2. Problème 6.6.

Solution.

Pour le contournement d'un cylindre sous un angle d'attaque différent de 90°

$$\alpha_\psi = \varepsilon_\psi \alpha, \qquad (6.2)$$

où α_ψ et α sont les coefficients de transmission de chaleur relatifs à l'angle d'attaque ψ donné et de 90°; ε_ψ, la correction pour l'angle d'attaque ψ, dont les valeurs en fonction de l'angle ψ sont données ci-dessous :

$\psi°$	90	80	70	60	50	40	30
ε_ψ	1	1	0,99	0,93	0,87	0,76	0,66

Dans notre cas, pour $\psi = 60°$, $\varepsilon_\psi = 0,93$, et par conséquent,

$$\alpha_{\psi=60°} = 0,93\cdot 36,3 = 33,7 \text{ W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

6.7. Un tube cylindrique de diamètre $d = 20$ mm est refroidi par un courant d'eau transversal. La vitesse du courant $w = 1$ m/s.;

La température moyenne de l'eau $t_f = 10$ °C et la température de la surface du tube $t_p = 50$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface du tube à l'eau refroidissante.

Réponse.

$$\alpha = 7050 \text{ W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

Solution.

A la température de l'eau $t_f = 10$ °C

$$\nu_f = 1,3\cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}.$$

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1\cdot 0,02}{1,3\cdot 10^{-6}} = 1,54\cdot 10^4.$$

Le transfert de chaleur lors du contournement transversal d'un cylindre unique par un fluide aqueux peut se calculer d'après les formules [4].

$$\left.\begin{array}{l} \text{Pour } 8 < \mathrm{Re}_f < 1\cdot 10^3 \\ \mathrm{Nu}_f = 0,50\mathrm{Re}_f^{0,5}\mathrm{Pr}_f^{0,38}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}; \\ \text{Pour } 1\cdot 10^3 < \mathrm{Re}_f < 2\cdot 10^5 \\ \mathrm{Nu}_f = 0,25\mathrm{Re}_f^{0,6}\mathrm{Pr}_f^{0,38}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0,25}, \end{array}\right\} \qquad (6.3)$$

où par dimension déterminante on retient le diamètre du cylindre; les indices « f » et « p » traduisent le fait que les propriétés physiques correspondantes sont choisies en fonction de la température du courant de fluide incident t_f et de la

température du fluide au voisinage de la paroi t_p. Dans le cas considéré, $1\cdot10^3 < Re_f < 2\cdot10^5$; le calcul se fait d'après la deuxième formule.

Pour $t_f = 10$ °C, $\nu_f = 1{,}3\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 0{,}574$ W/(m·°C); $Pr_f = 9{,}5$.

Pour la température $t_p = 50$ °C, $Pr_p = 3{,}55$; donc

$$Nu_f = 0{,}25\,(1{,}54\cdot10^4)^{0,6}\,(9{,}5)^{0,38}\left(\frac{9{,}5}{3{,}55}\right)^{0,25} = 246,$$

et le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = Nu_f\frac{\lambda_f}{d} = 246\,\frac{0{,}574}{0{,}02} = 7050\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

6.8. Comparer les coefficients de transmission de chaleur de la paroi du tube à l'air:

a) celui-ci se déplaçant à l'intérieur d'un tube long de diamètre intérieur $d_{in} = 50$ mm;

b) celui-ci contournant transversalement de l'extérieur un tube unique de diamètre extérieur $d_{ex} = 50$ mm.

Réaliser la comparaison pour les vitesses $w = 5$, 10, 20 et 50 m/s. Adopter dans tous les cas la température moyenne de l'air $t_f = 50$ °C.

Réponse.

Voici les résultats des calculs:

w, m/s	5	10	20	50
α_{ex}/α_{in}	1,8	1,56	1,36	1,14

6.9. Un tube de diamètre extérieur $d = 25$ mm est refroidi par le courant transversal d'huile de transformateur. La vitesse du courant et la température moyenne de l'huile sont respectivement $w = 1$ m/s et $t_f = 20$ °C.

Calculer la température de la surface du tube qu'il faudrait maintenir pour que la densité du flux thermique soit $q = 4{,}5\cdot10^4$ W/m²; quel serait dans ces conditions le coefficient de transmission de chaleur?

Réponse.

$$t_p = 70\ ^\circ\text{C};\qquad \alpha = 925\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Déterminons le régime de l'écoulement de l'huile de transformateur. Pour $t_f = 20$ °C, $\nu_f = 22{,}5\cdot10^{-6}$ m²/s;

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1\cdot2{,}5\cdot10^{-2}}{22{,}5\cdot10^{-6}} = 1{,}11\cdot10^3.$$

Le nombre de Reynolds s'échelonnant dans les limites $1\cdot10^3 \leqslant Re_f \leqslant 2\cdot10^5$, on a d'après la formule (6.3)

$$Nu_f = 0{,}25Re_f^{0,6}Pr_f^{0,38}\left(\frac{Pr_f}{Pr_p}\right)^{0,25}.$$

Dans la formule figure le nombre de Prandtl pour l'huile pris à la température de la paroi. Aussi, le problème doit-il être résolu par approximations successives ou par la méthode graphique. Utilisons cette dernière méthode.

Donnons-nous trois valeurs de la température de la paroi: $t_{p1} = 40$ °C; $t_{p2} = 60$ °C et $t_{p3} = 80$ °C, calculons les densités du flux thermique à ces températures et construisons la courbe $q = f(t_p)$.

En nous donnant $t_{p1} = 40$ °C, calculons d'après la formule ci-dessus le coefficient de transmission de chaleur.

Pour $t_f = 20$ °C, $\nu_f = 22{,}5\cdot10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 0{,}1106$ W/(m·°C); $Pr_f = 298$.

Pour la température $t_{p1} = 40$ °C, $Pr_{p1} = 146$;

$$Nu_1 = 0{,}25\,(1{,}11\cdot10^3)^{0,6}\,(298)^{0,38}\left(\frac{298}{146}\right)^{0,25} = 175;$$

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_1 \frac{\lambda_f}{d} = 175 \frac{0,1106}{0,025} = 775 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

La densité du flux thermique à cette température

$$q_1 = \alpha_1 \Delta t_1 = 775\ (40 - 20) = 15\,500\ \mathrm{W/m^2}.$$

Pour la température $t_{p2} = 60\ {}^\circ\mathrm{C}$, la valeur du coefficient de transmission de chaleur se distinguera de α_1 seulement en fonction de la variation de $\mathrm{Pr_p}$; donc,

$$\alpha_2 = \alpha_1 \left(\frac{\mathrm{Pr_{p1}}}{\mathrm{Pr_{p2}}}\right)^{0,25} \quad \text{et} \quad q_2 = q_1 \left(\frac{\mathrm{Pr_{p1}}}{\mathrm{Pr_{p2}}}\right)^{0,25} \frac{t_{p2} - t_f}{t_{p1} - t_f}.$$

Pour $t_{p2} = 60\ {}^\circ\mathrm{C}$, $\mathrm{Pr_{p2}} = 87,8$ et

$$q_2 = 1,55 \cdot 10^4 \left(\frac{146}{87,8}\right)^{0,25} \frac{60 - 20}{40 - 20} = 3,51 \cdot 10^4\ \mathrm{W/m^2}.$$

Pour $t_{p3} = 80\ {}^\circ\mathrm{C}$, $\mathrm{Pr_{p3}} = 59,3$ et

$$q_3 = 1,55 \cdot 10^4 \left(\frac{146}{59,3}\right)^{0,25} = \frac{80 - 20}{40 - 20} = 5,78 \cdot 10^4\ \mathrm{W/m^2}.$$

D'après les valeurs calculées de q construisons la courbe $q = f(t_p)$ (fig. 6.3). Trouvons sur cette courbe que pour la valeur donnée de $q = 4,5 \cdot 10^4\ \mathrm{W/m^2}$, la température de la paroi $t_p = 70\ {}^\circ\mathrm{C}$.

Calculons à partir de la température trouvée $t_p = 70\ {}^\circ\mathrm{C}$ le coefficient de transmission de chaleur.

Pour $t_p = 70\ {}^\circ\mathrm{C}$, $\mathrm{Pr_p} = 71,3$; donc

$$\mathrm{Nu}_f = \mathrm{Nu}_1 \left(\frac{\mathrm{Pr_{p1}}}{\mathrm{Pr_p}}\right)^{0,25} = 175 \left(\frac{146}{71,3}\right)^{0,25} = 209$$

et

$$\alpha = \mathrm{Nu}_f \frac{\lambda_f}{d} = 209 \cdot \frac{0,1106}{0,025} = 925\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

6.10. Un tube est refroidi par un courant d'huile de transformateur transversal suivant l'énoncé du problème 6.9. Mais les conditions de refroidissement imposent que la densité du flux thermique à la surface du tube ne dépasse pas $3,5 \cdot 10^4\ \mathrm{W/m^2}$. Quels seraient alors la température de la surface du tube et le coefficient de transmission de chaleur?

Réponse.

$t_p = 62\ {}^\circ\mathrm{C}$; $\quad \alpha = 890\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}$.

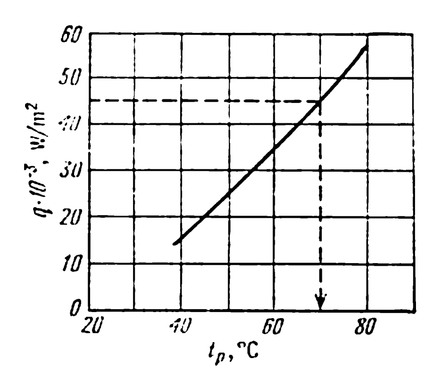


Fig. 6.3. Problème 6.9.

6.11. Déterminer le rapport des coefficients de transmission de chaleur dans le contournement transversal d'un cylindre unique par un fluide aqueux dans les conditions de chauffage (α_{ch}) et de refroidissement (α_{ref}) du fluide.

Faire la comparaison pour les mêmes vitesses, températures moyennes du fluide et chutes de température.

Réponse.

$$\frac{\alpha_{ch}}{\alpha_{ref}} = \left(\frac{\mathrm{Pr_{p.\,ref}}}{\mathrm{Pr_{p.\,ch}}}\right)^{0,25}.$$

6.12. Comparer les valeurs des coefficients de transmission de chaleur lors du contournement transversal d'un tube de diamètre $d = 8$ mm par l'eau et l'huile de la nuance MC.

Faire la comparaison pour les mêmes vitesses et températures moyennes des liquides, qui valent respectivement $w = 2$ m/s et $t_f = 70$ °C, et pour la température de la surface du tube $t_p = 90$ °C.

Déterminer également comment changerait le coefficient de transmission de chaleur pour l'eau et l'huile, si pour les mêmes température moyenne du liquide et pression thermique, le liquide sera refroidi ($t_f = 70$ °C et $t_p = 50$ °C).

Réponse.

Liquide	α, W/(m²·°C)	
	Chauffage	Refroidissement
Eau	17 900	15 500
Huile	2 070	1 370

6.13. Déterminer le coefficient de transmission de chaleur par convection moyen par le courant transversal des fumées de composition volumique suivante :

$$\bar{p}_{H_2O} = 0{,}11; \quad \bar{p}_{CO_2} = 0{,}13 \quad \text{et} \quad \bar{p}_{N_2} = 0{,}76$$

aux parois des tubes d'un faisceau de chaudière. Les tubes de diamètre $d = 80$ mm sont répartis en quinconce. Les pas transversal et longitudinal des tubes sont respectivement $s_1 = 2{,}5\ d$; $s_2 = 2\ d$. La vitesse moyenne du courant des gaz dans la section étroite du faisceau $w = 10$ m/s.

Dans le sens du courant de gaz le faisceau compte quatre rangées de tubes de même surface (fig. 6.4).

La température du gaz en amont du faisceau $t_{f_1} = 1100$ °C, en aval du faisceau, $t_{f_2} = 900$ °C. L'encrassement de la surface des tubes n'est pas pris en considération.

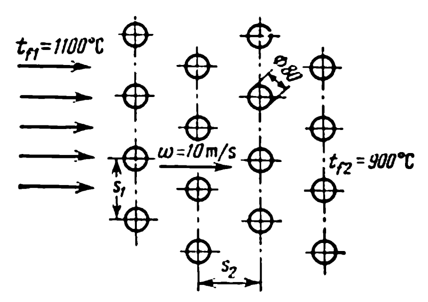


Fig. 6.4. Problème 6.13.

Réponse.

$$\bar{\alpha} = 62 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

Solution.

Le calcul du transfert de chaleur lors du contournement transversal d'un faisceau de tubes à surface lisse par des gaz peut se faire d'après la formule [4]

$$Nu_f = C\,Re_f^n Pr_f^{0,33} \varepsilon_s, \tag{6.4}$$

où pour l'arrangement des tubes en ligne $C = 0{,}26$; $n = 0{,}65$, et pour leur arrangement en quinconce, $C = 0{,}41$, $n = 0{,}60$; pour dimension déterminante est retenu le diamètre des tubes, pour température déterminante, la température moyenne du fluide $t_f = 0{,}5\,(t_{f_1} + t_{f_2})$; pour vitesse déterminante, la vitesse moyenne dans la section la plus étroite du faisceau; ε_s est le coefficient de correction qui rend compte de l'influence des pas relatifs :

pour l'arrangement en ligne, $\varepsilon_s = (s_2/d)^{-0,15}$;

pour l'arrangement en quinconce:

avec $s_1/s_2 < 2$, $\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$;
avec $s_1/s_2 \geqslant 2$, $\varepsilon_s = 1{,}12$.

La formule est vraie pour $10^3 \leqslant Re_f \leqslant 10^5$.

Le coefficient de transmission de chaleur calculé d'après la formule (6.4) correspond à sa valeur pour la troisième rangée et toutes celles qui la suivent.

Pour la première rangée des tubes le coefficient de transmission de chaleur vaut $\alpha_1 = 0{,}6\ \alpha_3$.

Pour la deuxième rangée de l'arrangement en ligne $\alpha_2 = 0{,}9\ \alpha_3$, et en quinconce, $\alpha_2 = 0{,}7\ \alpha_3$.

Dans notre cas, la température déterminante

$$t_f = 0{,}5\ (t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\ (1100 + 900) = 1000\ °C.$$

A cette température les propriétés physiques des fumées de la composition donnée sont

$$\nu_f = 174{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s; \quad \lambda_f = 0{,}109\ W/(m \cdot °C); \quad Pr_f = 0{,}58.$$

Le nombre de Reynolds

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{174{,}3 \cdot 10^{-6}} = 4{,}59 \cdot 10^3.$$

Puisque $10^3 < Re_f < 10^5$, la formule (6.4) est applicable également à l'arrangement en quinconce avec $C = 0{,}41$; $n = 0{,}6$.

Le rapport $s_1/s_2 = 2{,}5/2 = 1{,}25$ et le coefficient de correction

$$\varepsilon_s = (1{,}25)^{1/6} = 1{,}04.$$

Le nombre

$$Nu_f = 0{,}41\ (4{,}59 \cdot 10^3)^{0{,}6}\ (0{,}58)^{0{,}33} \cdot 1{,}04 = 55.$$

Le coefficient de transmission de chaleur de la troisième rangée

$$\alpha_3 = Nu_f \frac{\lambda_f}{d} = 55\ \frac{0{,}109}{8 \cdot 10^{-2}} = 75\ W/(m^2 \cdot °C).$$

Pour la même surface des rangées, le coefficient de transmission de chaleur moyen

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} \alpha_i = \frac{1}{4}\ (0{,}6\alpha_3 + 0{,}7\alpha_3 + 2\alpha_3) = \frac{3{,}3}{4} \cdot 75 = 62\ W/(m^2 \cdot °C).$$

6.14. Comment changerait la moyenne du coefficient de transmission de chaleur dans le faisceau, si dans les conditions du problème 6.13 le nombre de rangées dans le sens du déplacement des gaz augmente de 2, 3, 4 et 5 fois, alors que les autres données ne changent pas?

Réponse.

Avec $n \geqslant 3$, $\bar{\alpha} = \alpha_3 \left(1 - \frac{0{,}7}{n}\right)$;

avec $n = 8$, $\bar{\alpha} = 68{,}5\ W/(m^2 \cdot °C)$;
avec $n = 12$, $\bar{\alpha} = 70{,}5\ W/(m^2 \cdot °C)$;
avec $n = 16$, $\bar{\alpha} = 71{,}8\ W/(m^2 \cdot °C)$;
avec $n = 20$, $\bar{\alpha} = 72{,}4\ W/(m^2 \cdot °C)$.

6.15. Un réchauffeur d'air se compose d'un faisceau de tubes en quinconce contourné par un courant d'air transversal. Le diamètre des tubes $d = 50$ mm. Le pas transversal $s_1 = 100$ mm, le pas longitudinal $s_2 = 200$ mm. Les températures moyennes du courant d'air et des surfaces extérieures des tubes du faisceau sont respectivement $t_f = 100$ °C et $t_p = 200$ °C.

Tracer la courbe du coefficient de transmission de chaleur en fonction de la vitesse de l'air dans la section étroite du faisceau. Considérer les vitesses dans la marge de 5 à 20 m/s. Le nombre de rangées dans le sens du déplacement des gaz $n > 20$; l'influence des deux premières rangées sur le transfert de chaleur moyen peut être négligée.

Réponse.

Les résultats du calcul visualisés sur la figure 6.5 donnent

w, m/s	5	10	20
α, W/(m²·°C) . . .	69	105	159

6.16. Comparer les coefficients de transmission de chaleur de la troisième rangée de tubes dans le sens du courant d'air de deux réchauffeurs d'air conçus sous la forme de faisceaux arrangés en quinconce. Les deux faisceaux sont contournés par des courants d'air transversaux de mêmes vitesse $w = 10$ m/s et température moyenne du courant $t_f = 100$ °C. Les diamètres des tubes sont respectivement $d_1 = 50$ mm et $d_2 = 25$ mm. Faire la comparaison pour le même rapport des pas s_1/s_2 des deux réchauffeurs.

Réponse.

$$\alpha_2 = 2^{0,4}\,\alpha_1 \approx 1,32\,\alpha_1.$$

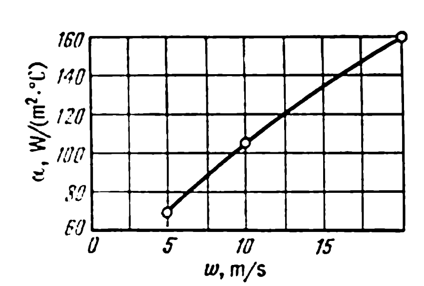


Fig. 6.5. Problème 6.15.

6.17. Comparer les coefficients de transmission de chaleur de la troisième rangée de tubes des réchauffeurs d'air du problème 6.16 à condition que l'arrangement en quinconce des tubes y est remplacé par l'arrangement en ligne.

Faire la comparaison a) pour les mêmes pas relatifs s_1/d et s_2/d des deux réchauffeurs d'air; b) pour les mêmes pas transversal et longitudinal s_1 et s_2.

Réponse.

$$\text{a)}\ \alpha_2 = 2^{0,35}\,\alpha_1 \approx 1,27\,\alpha_1;$$

$$\text{b)}\ \alpha_2 = 2^{0,2}\,\alpha_1 \approx 1,15\,\alpha_1.$$

6.18. Le faisceau de tubes en quinconce d'un échangeur de chaleur est contourné par un courant transversal de l'huile de transformateur. Le diamètre extérieur des tubes $d = 20$ mm. Le pas transversal $s_1 = 2,5\,d$; le pas longitudinal, $s_2 = 1,5\,d$. La vitesse moyenne dans la section étroite du faisceau et la température moyenne de l'huile sont respectivement $w = 0,6$ m/s et $t_f = 40$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface des tubes à l'huile pour la troisième rangée, à condition que la température de la surface des tubes $t_p = 90$ °C.

Faire les calculs pour deux cas:

a) les tubes sont contournés par le courant sous un angle d'attaque $\psi = 90°$;

b) les tubes sont contournés par le courant sous un angle d'attaque $\psi = 60°$.

Réponse.

$$\alpha_{\psi=90°} = 1130\ \text{W/(m}^2\cdot°\text{C)}; \quad \alpha_{\psi=60°} = 1060\ \text{W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

Solution.

Le transfert de chaleur lors du contournement transversal d'un faisceau de tubes par un fluide aqueux se calcule d'après la formule (6.4) en introduisant une correction pour la variation des propriétés physiques du liquide suivant la section du courant, sous la forme de rapport $(\mathrm{Pr_f/Pr_p})^{0,25}$ [4]; il vient

$$\mathrm{Nu_f} = C\,\mathrm{Re_f^n Pr_f^{0,33}}\left(\frac{\mathrm{Pr_f}}{\mathrm{Pr_p}}\right)^{0,25}\varepsilon_s, \qquad (6.5)$$

où Pr_p est le nombre Pr pour le liquide à la température de la paroi, alors que les autres grandeurs, ainsi que la limite d'applicabilité sont les mêmes que pour la formule (6.4).

Dans le cas envisagé, pour $t_f = 40$ °C, $\nu_f = 10{,}3 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 0{,}109$ W/(m·°C); $Pr_f = 146$; pour $t_p = 90$ °C, $Pr_p = 50{,}5$.

Le nombre de Reynolds

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}02}{10{,}3 \cdot 10^{-6}} = 1165 > 10^3,$$

et la formule (6.5) est applicable.

Puisque $s_1/s_2 = 2{,}5/1{,}5 = 1{,}66 < 2$, on a

$$\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6} = (1{,}66)^{1/6} = 1{,}08,$$

alors, pour la troisième rangée d'un faisceau en quinconce

$$Nu_f = 0{,}41 Re_f^{0,6} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_p}\right)^{0,25} \varepsilon_s =$$

$$= 0{,}41\,(1165)^{0,6}\,(146)^{0,33} \left(\frac{146}{50{,}5}\right)^{0,25} 1{,}08 = 208.$$

Le coefficient de transmission de chaleur pour $\psi = 90$ °C

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{d} = 208 \frac{0{,}109}{0{,}02} = 1130 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

Lors du contournement des faisceaux de tubes sous un angle d'attaque différent de 90°

$$\alpha_\psi = \varepsilon_\psi \alpha,$$

où ε_ψ est la correction pour l'angle d'attaque dont les valeurs en fonction de ψ sont données ci-dessous

ψ°	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_ψ	1,0	1,0	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Dans le cas considéré, pour $\psi = 60$ °C, $\varepsilon_\psi = 0{,}94$ et

$$\alpha_{\psi=60°} = 0{,}94 \cdot 1130 = 1060 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

6.19. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur de la troisième rangée de tubes de l'énoncé du problème 6.18, si le faisceau est contourné par un courant d'eau transversal, alors que les autres conditions ne changent pas ($d = 20$ mm; $w = 0{,}6$ m/s; $t_f = 40$ °C; $t_p = 90$ °C; $\psi = 90°$, $\psi = 60°$)?

Réponse.

$$\alpha_{\psi=90°} = 9950 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad \alpha_{\psi=60°} = 9350 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

6.20. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur de la troisième rangée de tubes lors du contournement transversal du faisceau en quinconce par l'huile de transformateur et par l'eau dans les conditions des problèmes 6.18 et 6.19, si au lieu d'être chauffé, le liquide est refroidi, la pression thermique étant toujours celle du problème 6.18, c'est-à-dire la température moyenne du courant $t_f = 90$ °C et la température moyenne de la paroi $t_p = 40$ °C? Faire la comparaison pour l'angle d'attaque $\psi = 90°$.

Réponse.

Lorsque l'huile de transformateur se refroidit, $\alpha = 921$ W/(m²·°C), c'est-à-dire le coefficient de transmission de chaleur diminue environ de 18 %. Lors du refroidissement de l'eau, $\alpha = 8400$ W/(m²·°C), c'est-à-dire devient à peu près de 15 % plus petit.

6.21. Comparer les coefficients de transmission de chaleur dans le contournement transversal de la troisième rangée du faisceau en ligne (α_{ligne}) et d'un tube unique (α_{tu}), le nombre Re_f variant de $1 \cdot 10^3$ à $1 \cdot 10^5$.

Faire la comparaison pour le nombre Pr = 1 et les tubes de même diamètre aux mêmes températures du liquide et des surfaces des tubes. Adopter que le coefficient de correction $\varepsilon_s = 1$.

Réponse.

Re_f	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$
$\alpha_{ligne}/\alpha_{tu}$	1,32	1,48	1,67

6.22. On se propose de confectionner un réchauffeur d'air à partir des tubes de diamètre $d = 38$ mm arrangés en ligne avec des pas transversal et longitudinal $s_1 = s_2 = 2,5\ d$. Le nombre retenu de tubes d'une rangée dans le sens transversal au courant est $m = 8$, le nombre de rangées $n = 5$ (fig. 6.6).

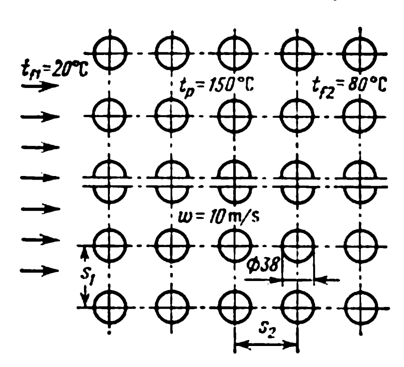


Fig. 6.6. Problème 6.22.

La température de l'air à l'entrée du réchauffeur $t_{f1} = 20$ °C, et à la sortie, $t_{f2} = 80$ °C. La température de la surface extérieure des tubes $t_p = 150$ °C est donnée.

Quelle longueur devraient avoir les tubes pour qu'avec la vitesse de l'air dans la section étroite du faisceau $w = 10$ m/s, la quantité de chaleur transmise à l'air soit $Q = 125$ kW?

Réponse.

$$l = 3 \text{ m}.$$

Solution.

Température moyenne de l'air

$$t_f = 0,5\ (t_{f1} + t_{f2}) = 0,5\ (20 + 80) = 50\ °C.$$

Avec $t_f = 50$ °C, $\nu_f = 17,95 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 2,83 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C) et

$$Re_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{10 \cdot 3,8 \cdot 10^{-2}}{17,95 \cdot 10^{-6}} = 2,12 \cdot 10^4.$$

Pour $10^3 \leqslant Re_f \leqslant 10^5$, d'après la formule (6.4), pour les tubes de la troisième rangée d'un faisceau en ligne

$$Nu_f = 0,26 Re_f^{0,65} Pr_f^{0,33} \varepsilon_s.$$

Pour l'air, $Pr_f \approx 0,70$ et la formule devient

$$Nu_f = 0,23 Re_f^{0,65} \varepsilon_s,$$

où $\varepsilon_s = (s_2/d)^{-0,15} = (2,5)^{-0,15} = 0,87$.

En y portant les valeurs obtenues, on trouve

$$Nu_f = 0,23\ (2,12 \cdot 10^4)^{0,65} \cdot 0,87 = 130.$$

Coefficient de transmission de chaleur de la troisième rangée

$$\alpha_3 = Nu_f \frac{\lambda_f}{d} = 130\ \frac{2,83 \cdot 10^{-2}}{3,8 \cdot 10^{-2}} = 96,8\ \text{W/(m}^2 \cdot °\text{C)}$$

Coefficient de transmission de chaleur moyen du faisceau en ligne pour $n \geqslant 3$

$$\bar{\alpha} = \alpha_3 \left(1 - \frac{0,5}{n}\right) = 96,8 \left(1 - \frac{0,5}{5}\right) = 87,2\ \text{W/(m}^2 \cdot °\text{C)}.$$

Densité du flux thermique et surface de chauffe nécessaire

$$q = \bar{\alpha}\ (t_p - t_f) = 87,2\ (150 - 50) = 8720\ \text{W/m}^2$$

et

$$F=\frac{Q}{q}=\frac{125\cdot 10^3}{8{,}72\cdot 10^3}=14{,}3\ \text{m}^2.$$

Longueur nécessaire des tubes

$$l=\frac{F}{\pi\, dmn}=\frac{14{,}3}{3{,}14\cdot 0{,}038\cdot 8\cdot 5}=3\ \text{m}.$$

6.23. Quelle longueur devraient avoir les tubes du problème 6.22, si l'arrangement en ligne est remplacé par celui en quinconce, et la vitesse dans la section étroite du faisceau est poussée à 14 m/s? Toutes les autres conditions ne changent pas.

Réponse.

$$l = 2{,}3\ \text{m}.$$

6.24. Le faisceau de tubes en quinconce d'un échangeur de chaleur est contourné par un courant transversal de sodium. Le diamètre extérieur des tubes $d = 20$ mm. La vitesse moyenne du courant incident et la température moyenne du sodium sont respectivement $w = 1$ m/s; $t_f = 250$ °C.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur moyen des tubes au sodium et la densité moyenne du flux thermique à la surface des tubes, à la condition que la température moyenne de la surface extérieure des tubes $t_p = 256$ °C.

Réponse.

$$\alpha = 1{,}34\cdot 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};\qquad q = 8\cdot 10^5\ \text{W/m}^2.$$

Solution.

Dans le cas du contournement transversal des faisceaux en quinconce et en ligne par le sodium le coefficient de transmission de chaleur moyen peut se calculer d'après la formule [16]

$$\text{Nu}_f=2\text{Pe}_f^{0,5}, \tag{6.6}$$

où par dimension déterminante on entend le diamètre du tube. La formule (6.6) est vraie pour $100 \leqslant \text{Pe}_f \leqslant 1000$.

Dans le cas considéré, avec $t_f = 250$ °C, les propriétés physiques du sodium sont:

$$\nu_f = 45\cdot 10^{-8}\ \text{m}^2/\text{s};\quad \lambda_f = 76{,}1\ \text{W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)};\quad \text{Pr} = 0{,}69\cdot 10^{-2}$$

Les nombres de Reynolds et de Peclet valent respectivement

$$\text{Re}_f=\frac{wd}{\nu_f}=\frac{1\cdot 20\cdot 10^{-3}}{45\cdot 10^{-8}}=4{,}44\cdot 10^4;$$

$$\text{Pe}_f=\text{Re}_f\text{Pr}_f=4{,}44\cdot 10^4\cdot 0{,}69\cdot 10^{-2}=306.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur

$$\text{Nu}_f = 2\ (306)^{0,5} = 35;$$

$$\alpha=\text{Nu}_f\frac{\lambda_f}{d}=35\frac{76{,}1}{20\cdot 10^{-3}}=1{,}34\cdot 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

D'où

$$q = \alpha\ (t_p - t_f) = 1{,}34\cdot 10^5\ (256 - 250) = 8\cdot 10^5\ \text{W/m}^2.$$

6.25. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface des tubes au sodium de l'échangeur du problème 6.24, si la vitesse du courant incident et la température moyenne du sodium sont respectivement $w = 0{,}8$ m/s; $t_f = 300$ °C. Calculer également la quantité de chaleur absorbée par le sodium, si la température moyenne de la surface des tubes est $t_p = 305$ °C et le faisceau se compose de $n = 56$ tubes de longueur $l = 1$ m.

Réponse.

$$\alpha = 1{,}14\cdot 10^5\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};\qquad Q = 2\cdot 10^3\ \text{kW}.$$

CHAPITRE 7

TRANSFERT DE CHALEUR LORS DE L'ÉCOULEMENT LIBRE DU FLUIDE

7.1. Calculer les pertes de chaleur par unité de temps par 1 m² de surface d'un échangeur horizontal, dont le corps cylindrique est refroidi par un courant d'air libre. Le diamètre extérieur du corps $d = 400$ mm ; la température de la surface $t_p = 200$ °C et la température de l'air dans le local $t_f = 30$ °C (fig. 7.1).

Réponse.

$$\alpha = 5{,}9 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad q = 1000 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

La densité du flux thermique à la surface extérieure de l'échangeur $q = \alpha (t_p - t_f)$ W/m².

Pour les valeurs données des températures de la surface de la paroi et du milieu ambiant loin de la paroi, la résolution du problème se ramène au calcul du coefficient de transmission de chaleur.

La relation permettant d'obtenir le coefficient de transmission de chaleur moyen dans le mouvement libre d'un fluide est de la forme [4]

$$\mathrm{Nu}_f = C\,(\mathrm{GrPr})_f^n \left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_p}\right)^{0{,}25}, \qquad (7.1)\,^*)$$

où les constantes C et n dépendent du régime de l'écoulement libre et des conditions du contournement de la surface. Elles sont fonction de GrPr et se déterminent d'après le tableau ci-dessous:

$(\mathrm{GrPr})_f$	C	n	Conditions du mouvement
$1\cdot10^3$ à $1\cdot10^9$	0,75	0,25	Le long de la paroi verticale
$\geqslant 6\cdot10^{10}$	0,15	1/3	
$1\cdot10^3$ à $1\cdot10^9$	0,50	0,25	Sur un tube horizontal

Dans la formule (7.1) les indices « f » et « p » signifient que les propriétés physiques du fluide sont choisies respectivement à la température du fluide t_f loin de la surface d'échange de chaleur et à la température de la paroi t_p. Lors

*) Dans la formule (7.1) la correction $(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_p)^{0{,}25}$ est appliquée pour le calcul du transfert de chaleur dans le cas de fluides aqueux.

du mouvement suivant la paroi verticale on retient à titre de dimension déterminante la hauteur de la surface d'échange de chaleur, et pour un cylindre horizontal, son diamètre extérieur.

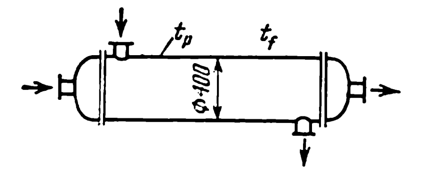


Fig. 7.1. Problème 7.1.

Dans le cas considéré, la température déterminante t_f = 30 °C. A cette température, pour l'air

$$\nu_f = 16{,}0\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2/s};\quad \lambda_f = 2{,}67\cdot10^{-2}\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)};$$

$$\beta_f=\frac{1}{t_f+273}=\frac{1}{303}\ \mathrm{K^{-1}};\quad \mathrm{Pr}_f=0{,}701.$$

Calculons la valeur du groupement

$$(\mathrm{GrPr})_f=\frac{g\beta_f\Delta t d^3}{\nu_f^2}\,\mathrm{Pr}_f=\frac{9{,}81\cdot(200-30)\cdot0{,}4^3}{303\,(16\cdot10^{-6})^2}\,0{,}701=9{,}75\cdot10^8.$$

Le tableau donne que pour la valeur calculée du groupement $(\mathrm{GrPr})_f$ les constantes qui figurent dans l'équation sont C = 0,5 et n = 0,25.

Le nombre de Nüsselt

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}50\ (9{,}75\cdot10^8)^{0{,}25} = 88{,}2,$$

d'où

$$\alpha=\mathrm{Nu}_f\,\frac{\lambda_f}{d}=88{,}2\,\frac{2{,}67\cdot10^{-2}}{0{,}4}=5{,}9\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Les pertes de chaleur en unité de temps par unité de surface de l'échangeur

$$q = 5{,}9\ (200 - 30) = 1000\ \mathrm{W/m^2}.$$

7.2. Pour réduire les pertes de chaleur dans les conditions du problème 7.1, le corps de l'échangeur est couvert d'une couche calorifuge.

Trouver les pertes de chaleur q, W/m², par la surface de l'échangeur, si après l'application du calorifuge de 50 mm d'épaisseur la température à la surface extérieure de l'isolation s'est établie à t_p = 50 °C, alors que la température dans le local n'a pas changé, c'est-à-dire t_f = 30 °C.

Réponse.

$$q = 65\ \mathrm{W/m^2}.$$

7.3. Deux conduites de vapeur horizontales de diamètres d_1 = 50 mm et d_2 = 150 mm sont installées dans une chaufferie. La température de la surface t_p = 450 °C est la même pour les deux conduites. L'air ambiant a une température t_f = 50 °C. La distance entre les conduites rend impossible l'influence thermique mutuelle.

Trouver les rapports des coefficients de transmission de chaleur α_1/α_2 et des pertes de chaleur q_{l1}/q_{l2} par 1 m de conduite.

Réponse.

$$\alpha_1/\alpha_2 = 1{,}315;\quad q_{l1}/q_{l2} = 0{,}438.$$

7.4. Résoudre le problème 7.3 sous la condition qu'après le revêtement des conduites de vapeur par un calorifuge, la température des surfaces extérieures s'est établie à t_p = 70 °C. Le diamètre extérieur de l'isolation de la première

conduite $d_1 = 100$ mm, et de la deuxième, $d_2 = 350$ mm. La température ambiante reste celle du problème 7.3 : $t_f = 50$ °C.

Réponse.

$$\alpha_1/\alpha_2 = 1{,}37; \quad q_{l1}/q_{l2} = 0{,}382.$$

7.5. Calculer le coefficient de transmission de chaleur d'une plaque verticale haute de $H = 2$ m à l'air ambiant calme, si on sait que la température de la surface de la plaque $t_p = 100$ °C et la température de l'air ambiant loin de la surface, $t_f = 20$ °C.

Réponse.

$$\alpha = 7{,}92 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

Solution.

Le transfert de chaleur par convection naturelle près de la surface d'une plaque verticale peut se calculer d'après la formule (7.1)

$$\text{Nu}_f = C\,(\text{GrPr})_f^n \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_p}\right)^{0,25},$$

où par dimension déterminante on adopte la hauteur de la plaque H.

Pour $t_f = 20$ °C, les propriétés physiques de l'air sont

$$\lambda_f = 2{,}59\cdot10^{-2} \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}; \quad \nu_f = 15{,}06\cdot10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}.$$

$$\text{Pr}_f = 0{,}703; \quad \beta_f = \frac{1}{t_f + 273} = \frac{1}{293} \text{ K}^{-1}.$$

Dans ces conditions, la valeur du groupement est

$$(\text{GrPr})_f = g\beta_f \frac{\Delta t H^3}{\nu_f^2} \text{Pr}_f = 9.81 \frac{1}{293} \frac{80\cdot2^3\cdot10^{12}}{(15{,}06)^2} 0{,}703 = 6{,}64\cdot10^{10}.$$

Pour la valeur obtenue de $(\text{GrPr})_f$ trouvons d'après le tableau de la formule (7.1) que $C = 0{,}15$; $n = 1{,}3$; alors

$$\text{Nu}_f = 0{,}15\,(6{,}64\cdot10^{10})^{1/3} = 610;$$

$$\alpha = \text{Nu}_f \frac{\lambda_f}{H} = 610 \frac{2{,}50\cdot10^{-2}}{2} = 7{,}92 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

7.6. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur par une plaque verticale à l'air ambiant dans les conditions du problème 7.5, si la hauteur de la plaque est doublée, alors que toutes les autres conditions de l'énoncé ne changent pas ?

Réponse.

$$\alpha_2/\alpha_1 = 1.$$

7.7. Une barre conductrice d'électricité de section rectangulaire 100 × × 3 mm posée sur le petit côté est refroidie par un courant d'air libre à température de 25 °C. Dans les conditions d'une charge durable la température de la barre ne doit pas dépasser 70 °C.

Calculer pour les conditions données le coefficient de transmission de chaleur α à la surface de la barre et l'intensité de courant admissible dans la barre. La résistivité du matériau de cette dernière $\rho = 0{,}13\ \Omega\cdot\text{mm}^2\text{/m}$.

Réponse.

$$\alpha = 9{,}84 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad I = 450 \text{ A}.$$

7.8. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et l'intensité de courant admissible du problème 7.7, si la température de la barre doit rester 70 °C, alors que la ligne de transport de l'électricité fonctionne en hiver à la température ambiante moyenne $t_f = -10$ °C ?

Réponse.

$$\alpha = 10{,}8 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad I = 719 \text{ A}.$$

7.9. Déterminer l'intensité de courant admissible pour un fil de nichrome de 0,5 mm de diamètre, à la condition que sa température ne dépasse pas 300 °C. La résistance de 1 m de fil à t_p = 300 °C, R = 6 Ω/m. La température ambiante t_f = 20 °C.

Faire le calcul pour deux cas:

a) le fil est placé dans un air calme;

b) le fil est placé dans l'eau calme à la pression pour laquelle la température de saturation dépasse 300 °C.

Recommandations pour la résolution du problème. Dans les cas courants, pour les fils de petit diamètre (d = 0,2 à 1 mm) le groupement GrPr est petit et le régime de l'écoulement qu'il soit en film ou intermédiaire se conserve. Dans le cas des GrPr $< 5\cdot10^2$, on peut recommander la formule [4]

$$\overline{Nu_h} = 1{,}18\,(GrPr)_h^{1/8}. \qquad (7.2)$$

En utilisant la formule (7.2), on adopte comme température déterminante $t_h = 0{,}5\,(t_p + t_f)$ et comme dimension géométrique déterminante, le diamètre du fil d.

Réponse.

$$\text{a) } I_1 = 2{,}42 \text{ A}; \qquad \alpha_1 = 80 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$\text{b) } I_2 = 23{,}5 \text{ A}; \qquad \alpha_2 = 7570 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

7.10. Une plaque horizontale de dimensions $a \times b = 2 \times 3$ m² est orientée vers le haut par sa surface émettrice de chaleur. Calculer le coefficient de transmission de chaleur à l'air ambiant calme, si on sait que la température de la surface de la plaque t_p = 100 °C et la température de l'air ambiant loin d'elle t_f = = 20 °C.

Réponse.

$$\alpha = 10{,}3 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Le calcul approché du transfert de chaleur par des plaques horizontales peut se faire suivant la formule (7.1). Dans ce cas par dimension déterminante on retient le plus petit côté de la plaque. Dans ces conditions, si la surface émettrice de chaleur est orientée vers le haut, le coefficient de transmission de chaleur fourni par la formule augmente de 30 % ; si elle est orientée vers le bas, ce coefficient diminue de 30 % [13].

Dans le cas envisagé, t_f = 20 °C; à cette température pour l'air ν_f = = $15{,}06\cdot10^{-6}$ m²/s:

$$\lambda_f = 2{,}59\cdot10^{-2} \text{ W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)}; \qquad Pr_f = 0{,}703.$$

La dimension déterminante est le plus petit côté de la plaque, c est-à-dire a = 2 m; alors, le groupement

$$(GrPr)_f = g\beta_f \frac{\Delta t a^3}{\nu_f^2} Pr_f = 9{,}81 \frac{80\cdot2^3\cdot0{,}703}{293\,(15{,}06\cdot10^{-6})^2} = 6{,}64\cdot10^{10}.$$

D'après la valeur obtenue de (GrPr) trouvons dans le tableau de la formule (7.1) C = 0,15; n = 1/3; il vient

$$Nu_f = 0{,}15\,(6{,}64\cdot10^{10})^{1/3} = 610,$$

d'où

$$\alpha' = Nu_f \frac{\lambda_f}{a} = 610 \frac{2{,}59\cdot10^{-2}}{2} = 7{,}9 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}$$

et

$$\alpha = 1{,}3\alpha' = 1{,}3\cdot7{,}9 = 10{,}3 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

7.11. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur de l'énoncé du problème 7.10, si la surface émettrice de chaleur de la plaque est orientée vers le bas, les autres conditions restant invariables?

Réponse.

$$\alpha_2 = 5{,}5\ \text{W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad \alpha/\alpha_2 = 1{,}88.$$

7.12. Dans un réservoir la température de l'huile de nuance MC est maintenue constante à l'aide des tubes de chauffage horizontaux de diamètre $d = 20$ mm.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur de la surface des tubes à l'huile, si la température de celle-ci est $t_f = 60$ °C, et la température de la surface des tubes, $t_p = 90$ °C. La distance entre les tubes est relativement grande et le calcul du transfert de chaleur peut se faire comme pour un cylindre unique.

Réponse.

$$\alpha = 96{,}2\ \text{W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

7.13. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de l'énoncé du problème 7.12, si à la même température de l'huile et à la même pression thermique, le flux thermique est dirigé de l'huile aux parois des tubes, alors que $t_f = 60$ °C et $t_p = 30$ °C.

Réponse.

$$\alpha = 47{,}2\ \text{W/(m}^2\cdot\text{°C)},$$

c'est-à-dire le coefficient de transmission de chaleur est environ deux fois inférieur à celui des conditions de chauffage.

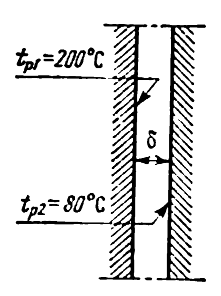


Fig. 7.2. Problème 7.14.

7.14. Calculer le coefficient de conductivité thermique équivalent et la densité du flux thermique q, W/m², passant par un interstice vertical large de $\delta = 20$ mm rempli d'air. La température de la surface chaude $t_{p1} = 200$ °C, de la surface froide, $t_{p2} = 80$ °C (fig. 7.2).

Réponse.

$$\lambda_{éq} = 7{,}5\cdot10^{-3}\ \text{W/(m}\cdot\text{°C)};$$

$$q = 448\ \text{W/m}^2.$$

Solution.

Le coefficient de conductivité thermique équivalent peut se calculer d'après la formule [4]

$$\lambda_{éq} = \lambda\varepsilon_{conv}, \tag{7.3}$$

où λ est le coefficient de conductivité thermique réel d'un fluide; ε_{conv}, le coefficient de convection, fonction de GrPr, sa valeur approchée étant donnée par la formule

$$\varepsilon_{conv} = 0{,}18\ (\text{GrPr})_{p.ch}^{0,25}. \tag{7.4}$$

Ici tous les paramètres physiques sont choisis à la température déterminante $t_{p.ch} = 0{,}5\ (t_{p1} + t_{p2})$.

Pour dimension déterminante on adopte la largeur de la fente δ, pour la différence de calcul des températures, la grandeur $\Delta t = t_{p1} - t_{p2}$.

Dans notre cas $t_{p.ch} = 0{,}5\ (200 + 80) = 140$ °C. A cette température $\nu_{p.ch} = 27{,}8\cdot10^{-6}$ m²/s;

$$\lambda_{p.ch} = 0{,}0349\ \text{W/(m}\cdot\text{°C)}; \quad \text{Pr}_{p.ch} = 0{,}684;$$

$$\beta_{p.ch} = \frac{1}{t_{p.ch} + 273} = \frac{1}{413}\ \text{K}^{-1}.$$

Calculons le produit

$$(\text{GrPr})_{p.ch} = g\beta_{p.ch}\frac{(t_{p1} - t_{p2})\,\delta^3}{\nu_{p.ch}^2}\,\text{Pr}_{p.ch} =$$

$$= 9{,}81\ \frac{120\cdot(2\cdot10^{-2})^3}{413\cdot(27{,}8\cdot10^{-6})^2}\ 0{,}684 = 2{,}02\cdot10^4.$$

Le coefficient de convection

$$\varepsilon_{conv} = 0{,}18\ (2{,}02\cdot10^4)^{0,25} = 2{,}14\ ;$$

il vient

$$\lambda_{éq} = 3{,}49\cdot10^{-2}\cdot2{,}14 = 7{,}47\cdot10^{-2}\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)}.$$

La densité du flux thermique à travers la couche d'air

$$q = \frac{\lambda_{éq}}{\delta}\ (t_{p1} - t_{p2}) = \frac{7{,}47\cdot10^{-2}}{0{,}02}\ 120 = 448\ \mathrm{W/m^2}.$$

7.15. Comment changeraient le coefficient de conductivité thermique équivalent et la densité du flux thermique du problème 7.14, si l'interstice entre les parois planes est rempli d'eau sous pression, alors que les autres conditions ne changent pas?

Réponse.

$$\lambda_{éq} = 15{,}5\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)}\ ; \qquad q = 92\ 600\ \mathrm{W/m^2}.$$

7.16. Comment changerait le coefficient de conductivité thermique équivalent, si la largeur de l'interstice diminue de deux fois, alors que toutes les autres conditions restent celles du problème 7.14?

Réponse.

$\lambda_{éq}$ deviendra 1,68 fois plus petit.

7.17. Dans un circuit établi pour l'étude de l'hydrodynamique et du transfert de chaleur des caloporteurs liquides métalliques le métal est chauffé dans un réservoir d'alimentation à l'aide d'un réchauffeur électrique sous forme de cylindre de 50 mm de diamètre.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface du réchauffeur au métal pour le circuit rempli de sodium à température $t_f = 200$ °C, la température de la surface du réchauffeur étant $t_p = 400$ °C.

Réponse.

$$\alpha = 15\ 750\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Solution.

Dans le cas du mouvement libre des métaux liquides le transfert de chaleur peut se calculer d'après la formule [4]

$$\mathrm{Nu_{ch}} = C\ \mathrm{Gr_{ch}^{n}Pr_{ch}^{0,4}}. \qquad (7.5)$$

Dans cette équation C et n dépendent du nombre de Grashof

pour $\mathrm{Gr_{ch}} = 10^2$ à 10^9, $\quad C = 0{,}52$ et $n = 0{,}25$;

pour $\mathrm{Gr_{ch}} = 10^9$ à 10^{13}, $\quad C = 0{,}106$ et $n = 0{,}33$.

Les propriétés physiques sont choisies à la température $t_{ch} = 0{,}5\ (t_p + t_f)$.

Pour le cas envisagé $t_{ch} = 0{,}5\ (200 + 400) = 300$ °C. A cette température les propriétés physiques de sodium sont

$$\nu_{ch} = 39{,}4\cdot10^{-8}\ \mathrm{m^2/s}\ ; \quad \lambda_{ch} = 71\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)}\ ;$$

$$\mathrm{Pr_{ch}} = 0{,}63\cdot10^{-2}\ ;$$

$$\beta_{ch} \approx \frac{\rho_f - \rho_p}{\rho_f\ (t_p - t_f)} = \frac{903 - 854}{903\ (400 - 200)} = 2{,}71\cdot10^{-4}\ \mathrm{K^{-1}}\ ;$$

$$\mathrm{Gr_{ch}} = g\beta_{ch}\ \frac{\Delta t d^3}{\nu_{ch}^2} = 9{,}81\cdot2{,}71\cdot10^{-4}\ \frac{200\ (5\cdot10^{-2})^3}{(39{,}4\cdot10^{-8})^2} = 4{,}28\cdot10^8.$$

Pour cette valeur du nombre de Grashof

$$C = 0{,}52, \quad n = 0{,}25;$$

alors,

$$\mathrm{Nu_{ch}} = 0{,}52\,(4{,}28 \cdot 10^{8})^{0{,}25}\,(6{,}3 \cdot 10^{-3})^{0{,}4} = 11{,}1,$$

d'où

$$\alpha = \mathrm{Nu_{ch}} \frac{\lambda_{ch}}{d} = 11{,}1 \frac{71}{5 \cdot 10^{-2}} = 15\,750 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

7.18. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur de la surface du réchauffeur au caloporteur, si dans le problème 7.17 le circuit est rempli de

a) lithium Li;

b) alliage (eutectique) de 25 % Na et 75 % K ?

Les températures des caloporteurs et des surfaces du réchauffeur restent celle du problème 7.17.

Réponse.

$$\text{a) } \alpha = 10\,500 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)};$$
$$\text{b) } \alpha = 6370 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

CHAPITRE 8

TRANSFERT DE CHALEUR DANS LA CONDENSATION DE LA VAPEUR

8.1. Une vapeur d'eau saturée sèche se condense en film à la surface d'un tube vertical de hauteur $H = 3$ m. La pression de la vapeur $p = 2{,}5 \cdot 10^5$ Pa. La température de la surface du tube $t_p = 123$ °C.

Déterminer l'épaisseur du film de condensat δ_x et la valeur du coefficient de transmission de chaleur local α_x en fonction de la distance x du bout supérieur du tube. Calculer pour les distances x égales à 0,1 ; 0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,0 et 3,0 m.

Construire la courbe de variation de δ_x et α_x suivant la hauteur du tube.

Admettre pour le calcul que le régime d'écoulement du film de condensat est laminaire sur toute la hauteur du tube. Utiliser pour le calcul les formules approchées de Nüsselt.

Réponse.

Les résultats de calcul sont consignés sur la figure 8.1 et le tableau ci-dessous

x, m	0,1	0,2	0,4	0,6	1,0	1,5	2,0	3,0
δ_x, mm	0,060	0,0715	0,0845	0,094	0,107	0,118	0,127	0,140
α_x, W/(m²·°C)	11 430	9620	8150	7320	6530	5880	5410	4900

Solution.

Dans le cas de la condensation en film de la vapeur pure saturée sèche et de l'écoulement laminaire du film, l'épaisseur de ce dernier et le coefficient de transmission de chaleur local peuvent s'obtenir à l'aide des formules approchées de Nüsselt [4] :

épaisseur du film

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\mu x\Delta t}{\rho^2 g r}}; \tag{8.1}$$

coefficient de transmission de chaleur local

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{\delta_x}, \tag{8.2}$$

où λ, μ et ρ sont le coefficient de conductivité thermique, la viscosité dynamique et la densité du condensat, choisis en fonction de la température moyenne du condensat $t_{ch} = 0{,}5\ (t_s + t_p)$; r, la chaleur de vaporisation à la température de saturation t_s ; $\Delta t = t_s - t_p$, la chute de température.

Dans le problème considéré, avec $p = 2{,}5 \cdot 10^5$ Pa la température de saturation $t_s \approx 127°$ C et la chaleur de vaporisation $r = 2182$ kJ/kg; donc,

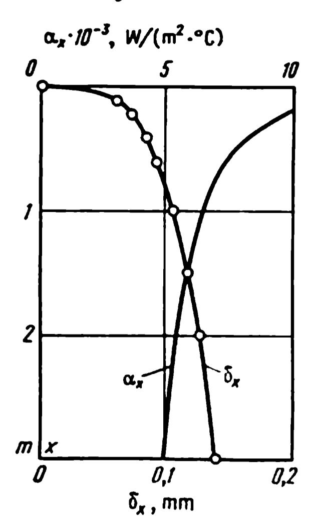


Fig. 8.1. Problème 8.1.

$$\Delta t = 127 - 123 = 4\ °\mathrm{C};$$

$$t_{ch} = 0{,}5\ (127 + 123) = 125\ °\mathrm{C}.$$

A cette température les propriétés physiques de l'eau sont

$$\lambda = 0{,}686\ \mathrm{W/(m \cdot °C)};$$

$$\mu = 227 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Pa \cdot s}; \quad \rho = 939\ \mathrm{kg/m^3}.$$

L'épaisseur du film à la distance $x = 0{,}1$ m du bout supérieur du tube

$$\delta_{x=0.1} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 0{,}686 \cdot 227 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}1 \cdot 4}{939^2 \cdot 2182 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}} =$$

$$= 0{,}6 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m},$$

ou $\delta_{x=0.1} = 0{,}06$ mm.

Le coefficient de transmission de chaleur local à la distance $x = 0{,}1$ m

$$\alpha_{x=0.1} = \frac{\lambda}{\delta_{x=0.1}} = \frac{0{,}686}{0{,}6 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 11\,430\ \mathrm{W/(m^2 \cdot °C)}.$$

La variation suivant la hauteur de l'épaisseur du film du condensat est proportionnelle, et celle du coefficient de transmission de chaleur, inversement proportionnelle à la racine d'indice quatre de la distance jusqu'au bout supérieur du tube. Ainsi,

$$\delta_{x=0.2} = \delta_{x=0.1}\sqrt[4]{2} = 0{,}06 \cdot 1{,}19 = 0{,}0715\ \mathrm{mm};$$

$$\alpha_{x=0.2} = \frac{\lambda}{\delta_{x=0.2}} = \frac{0{,}686}{0{,}715 \cdot 10^{-4}} = 9620\ \mathrm{W/(m^2 \cdot °C)}.$$

Pour les autres valeurs de x, δ_x et α_x les calculs sont analogues. Les résultats des calculs sont donnés par la réponse au problème et la figure 8.1.

8.2. Comment changeraient l'épaisseur du film de condensat et le coefficient de transmission de chaleur local du problème 8.1, si pour la pression invariable ($p = 2{,}5 \cdot 10^5$ Pa), la chute de température Δt prend les valeurs 2, 4, 6, 8 et 10 °C?

Faire le calcul pour la distance $x = 2$ m. Construire la courbe des relations $\delta_x = f_1(\Delta t)$ et $\alpha_x = f_2(\Delta t)$.

Note. Dans les conditions considérées, la température moyenne du film t_{ch} change peu et les variations des propriétés physiques du condensat avec la variation de Δt peuvent être négligées.

Réponse.

Les résultats des calculs sont consignés sur la figure 8.2 et le tableau ci-dessous:

Δt, °C	2	4	6	8	10
δ_x, mm	0,108	0,127	0,141	0,151	0,160
α_x, W/(m²·°C)	6360	5410	4870	4540	4300

8.3. A la surface d'un tube vertical haut de $H = 2$ m on observe la condensation en film de la vapeur d'eau saturée sèche. La pression de la vapeur $p = 4$ kPa. La température de la surface du tube $t_p = 25$ °C.

Déterminer la valeur du coefficient de transmission de chaleur local aux distances x égales à 0,1 et 2 m du bout supérieur du tube. Admettre que sur toute la hauteur l'écoulement du film est laminaire.

Comparer les résultats du calcul avec la réponse au problème 8.1.

Réponse.

$$\alpha_{x=0.1} = 7460 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \alpha_{x=2} = 3530 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

La comparaison de ces valeurs avec la réponse au problème 8.1 montre que pour $p = 4\cdot10^3$ Pa le coefficient de transmission de chaleur est environ 1,5 fois plus petit que pour $p = 2{,}5\cdot10^5$ Pa. La diminution de α est due surtout à la viscosité plus grande du condensat.

8.4. Une vapeur d'eau saturée sèche sous une pression $p = 1\cdot10^5$ Pa se condense à la surface extérieure d'un tube horizontal de diamètre $d = 20$ mm et de longueur $l = 2$ m. La température de la surface du tube $t_p = 94{,}5$ °C.

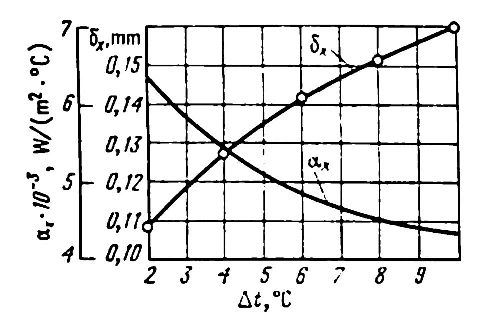


Fig. 8.2. Problème 8.2.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen de la vapeur au tube et la quantité de la vapeur G, kg/h, condensée à la surface de ce dernier.

Réponse.

$$\alpha = 15\,600 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad G = 15{,}9 \text{ kg/h}.$$

Solution.

Pour la condensation en film de la vapeur saturée sèche sur des tubes horizontaux le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant le périmètre se calcule d'après la formule [10]

$$\text{Re} = 3{,}25\, Z^{0{,}75}, \tag{8.3}$$

où

$$\text{Re} = \alpha \Delta t \pi R \frac{4}{r\rho\nu};$$

$$Z = \Delta t \pi R \left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{1/3} \frac{\lambda}{r\rho\nu}$$

est la longueur réduite du tube; $\Delta t = t_s - t_p$, la chute de température; R, le rayon du tube; λ, ν et ρ, le coefficient de conductivité thermique, le coefficient de viscosité cinématique et la densité du condensat à la température de saturation t_s; r, la chaleur de vaporisation à t_s.

La formule est vraie pour $d < 20\,(\sigma/\rho g)^{0{,}5}$ (σ est le coefficient de tension superficielle) et l'écoulement laminaire du film, ce qui est défini par la condition $Z < 3900$. Pour les cas qui se présentent dans la pratique ces deux conditions sont ordinairement observées.

La formule (8.3) peut se mettre sous la forme

$$\alpha = 3{,}25 \frac{A^{0,75}}{B} \frac{1}{(\Delta t \pi R)^{0,25}}, \tag{8.4}$$

où

$$A = \left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{1,3} \frac{\lambda}{r\rho\nu}, \quad 1/(\text{m}\cdot{}^\circ\text{C}); \qquad B = \frac{4}{r\rho\nu}, \ \text{m/W}.$$

Les valeurs des groupements A et B ne dépendent que du genre du liquide et de la température de saturation. Pour l'eau les valeurs de ces groupements en fonction de t_s sont consignées sur le tableau 8.1.

Tableau 8.1

Valeurs de A et B des formules (8.4) et (8.5) pour l'eau

t_s, °C	A, 1/(m·°C)	$B\cdot10^3$, m/W	t_s, °C	A, 1/(m·°C)	$B\cdot10^3$, m/W
20	5,16	1,62	170	136	12,04
30	7,88	2,06	180	150	12,90
40	11,4	2,54	190	167	14,02
50	15,6	3,06	200	182	15,05
60	20,9	3,62	210	197	16,08
70	27,1	4,22	220	218	17,63
80	34,5	4,88	230	227	18,40
90	42,7	5,57	240	246	19,78
100	51,5	6,28	250	264	21,32
110	60,7	6,95	260	278	22,70
120	70,3	7,65	270	296	24,42
130	82,0	8,47	280	312	26,31
140	94,0	9,29	290	336	28,72
150	107	10,15	300	354	31,21
160	122	11,09			

Dans le problème envisagé, pour $p = 1\cdot10^5$ Pa, $t_s = 99{,}6$ °C, et, d'après le tableau 8.1,

$$A = 51{,}2 \ 1/(\text{m}\cdot{}^\circ\text{C}); \quad B = 6{,}25\cdot10^{-3} \ \text{m/W}.$$

La pression thermique

$$\Delta t = t_s - t_p = 99{,}6 - 94{,}5 = 5{,}1 \ {}^\circ\text{C}.$$

En portant les valeurs trouvées dans la formule (8.4), on obtient

$$\alpha = 3{,}25 \frac{(51{,}2)^{0,75}}{6{,}25\cdot10^{-3}} \cdot \frac{1}{(3{,}14\cdot0{,}01\cdot5{,}1)^{0,25}} = 15\,600 \ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

L'équation du bilan thermique permet de calculer la quantité de la vapeur en condensation

$$Gr = \alpha \Delta t F,$$

où $F = \pi d l$, m² est la surface du tube.

Pour $t_s = 99{,}6$ °C, la chaleur de vaporisation est $r = 2258$ kJ/kg; donc

$$G = \pi d l \frac{\alpha \Delta t}{r} = 3{,}14\cdot0{,}02\cdot2 \frac{15\,600\cdot5{,}1}{2258\cdot10^3} = 4{,}43\cdot10^{-3} \ \text{kg/s}$$

ou $G = 4{,}43\cdot10^{-3}\cdot3600 = 15{,}9$ kg/h.

8.5. Résoudre le problème 8.4 à la condition que la pression de la vapeur $p = 2 \cdot 10^5$ Pa, alors que toutes les autres données ne changent pas. Comparer les résultats avec la réponse au problème 8.4.

Réponse.

$$\alpha = 10\,800 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad G = 57 \text{ kg/h}.$$

8.6. Déterminer la quantité de vapeur d'eau saturée sèche G, kg/h, condensée à la surface d'un tube horizontal de diamètre $d = 16$ mm et de longueur $l = 1{,}5$ m, si la pression de la vapeur $p = 1{,}2$ MPa et la température à la surface du tube $t_p = 180$ °C.

Réponse.

$$G = 99 \text{ kg/h}.$$

8.7. Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur lors de la condensation de la vapeur saturée sèche à la surface d'un tube horizontal, si la pression de la vapeur croît de $0{,}04 \cdot 10^5$ à $4 \cdot 10^5$ Pa, alors que la pression thermique $\Delta t = t_s - t_p$ reste invariable?

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur deviendra 1,43 fois plus grand.

8.8. Comment changeraient le coefficient de transmission de chaleur et la quantité de vapeur d'eau saturée sèche condensée par unité de temps à la surface d'un tube horizontal, si le diamètre du tube augmente de 4 fois, alors que la pression de la vapeur, la chute de température et la longueur du tube restent les mêmes?

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur diminuera de $\sqrt{2} = 1{,}41$ fois, la quantité de vapeur condensée par unité de temps deviendra $2^{3/2} = 2{,}84$ fois plus grande.

8.9. Quelle température t_p devrait avoir la paroi pour que lors de la condensation en film de la vapeur saturée sèche à la surface d'un tube horizontal de diamètre $d = 16$ mm et de longueur $l = 2{,}4$ m se condense $G = 6{,}5 \cdot 10^{-3}$ kg/s de vapeur? La pression de la vapeur $p = 5 \cdot 10^5$ Pa.

Déterminer également pour ces conditions la valeur du coefficient de transmission de chaleur.

Réponse.

$$t_p = 145 \text{ °C}; \quad \alpha = 16\,600 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

L'équation du bilan thermique donne

$$\alpha = \frac{Gr}{\Delta t 2\pi R l}, \text{ W/(m}^2\ {}^\circ\text{C)}.$$

D'autre part, d'après la formule (8.4), le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = 3{,}25 \frac{A^{0,75}}{B} \frac{1}{(\pi R \Delta t)^{0,25}}.$$

En égalant les deuxièmes membres de ces deux équations on obtient l'expression de la pression thermique

$$\Delta t^{0,75} = \frac{Gr}{6{,}5(\pi R)^{0,75} l} \frac{B}{A^{0,75}}.$$

Dans le problème envisagé, pour $p = 5 \cdot 10^5$ Pa la température de saturation $t_s = 151{,}8$ °C. A cette température $r = 2109$ kJ/kg et le tableau 8.1 donne: $A = 109{,}7$ 1/(m·°C); $B = 10{,}3 \cdot 10^{-3}$ m/W; donc,

$$\Delta t^{0,75} = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2109 \cdot 10^3}{6{,}5(3{,}14 \cdot 8 \cdot 10^{-3})^{0,75} \cdot 2{,}4} \frac{10{,}3 \cdot 10^{-3}}{(109{,}7)^{0,75}} = 4{,}22,$$

d'où la chute de température

$$\Delta t = (4,22)^{4/3} = 6,8\ ^\circ C$$

et la température de la paroi

$$t_p = t_s - \Delta t = 151,8 - 6,8 = 145\ ^\circ C.$$

La valeur du coefficient de transmission de chaleur se calcule d'après la formule (8.4)

$$\alpha = 3,25 \frac{(109,7)^{0,75}}{10,3 \cdot 10^{-3}} \frac{1}{(3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 6,8)^{0,25}} = 16\,600\ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

8.10. Quelle pression thermique $\Delta t = t_s - t_p$ faudrait-il assurer pour que dans les conditions de la condensation en film de la vapeur d'eau saturée sèche à la surface d'un tube horizontal de diamètre $d = 34$ mm, la densité du flux thermique soit $q = 5,8 \cdot 10^4$ W/m²? La pression de la vapeur $p = 1 \cdot 10^5$ Pa.

Calculer également le coefficient de transmission de chaleur.

Réponse.

$$\Delta t = 4\ ^\circ C; \quad \alpha = 14\,500\ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

8.11. Une vapeur d'eau saturée sèche sous pression $p = 2,4 \cdot 10^5$ Pa se condense à la surface d'un tube en laiton horizontal de diamètre $d_2/d_1 = 20/18$ mm. A l'intérieur du tube se déplace l'eau refroidissante. Le débit et la température moyenne de l'eau sont respectivement $G_1 = 400$ kg/h ; $t_{f1} = 40\ ^\circ C$.

Déterminer la quantité de vapeur G_2, kg/(m·h) qui se condense en 1 h sur 1 m de surface du tube.

Réponse.

$$G_2 = 20,8\ kg/(m \cdot h).$$

Solution.

Les coefficients de transmission de chaleur de la vapeur et de l'eau dépendant des températures des surfaces correspondantes du tube, qui nous sont inconnues, le calcul peut se faire soit par approximations successives, en se donnant les températures correspondantes, soit par la méthode grapho-analytique. Retenons cette dernière méthode.

Déterminons les valeurs des flux thermiques rapportés à 1 m de tube : de la surface intérieure du tube à l'eau (q_{l1}, W/m), traversant la paroi du tube (q_{lp}, W/m) et transmis par la vapeur en condensation à la surface du tube (q_{l2}, W/m), en fonction des chutes de température correspondantes $\Delta t_1 = t_{p1} - t_{f1}$, $\Delta t_p = t_{p2} - t_{p1}$ et $\Delta t_{p2} = t_s - t_{p2}$.

Pour calculer $q_{l1} = f_1(\Delta t_1)$ donnons-nous trois valeurs de Δt_1 : 65, 70 et 75 °C. Alors, $t_{p1} = \Delta t_1 + t_{f1}$ sera égale à 105, 110 et 115 °C.

A la température de l'eau refroidissante, $t_{f1} = 40\ ^\circ C$, $\mu_{f1} = 653 \cdot 10^{-6}$ Pa·s; $\lambda_{f1} = 0,635$ W/(m·°C) ; $Pr_{f1} = 4,31$; le nombre de Reynolds

$$Re_{f1} = \frac{4G_1}{\pi d_1 \mu_{f1}} = \frac{4 \cdot 400}{3,14 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 \cdot 653 \cdot 10^{-6}} = 1,2 \cdot 10^4.$$

Le régime de l'écoulement de l'eau refroidissante est turbulent et le coefficient de transmission de chaleur se calcule suivant la formule (5.7)

$$Nu_{f1} = 0,021 Re_{f1}^{0,8} Pr_{f1}^{0,43} \left(\frac{Pr_{f1}}{Pr_p} \right)^{0,25} =$$

$$= 0,021\,(1,2 \cdot 10^4)^{0,8}\,(4,31)^{0,43} \left(\frac{Pr_{f1}}{Pr_p} \right)^{0,25} = 73 \left(\frac{Pr_{f1}}{Pr_p} \right)^{0,25},$$

d'où pour $t_{p1} = 105\ ^\circ C$ ($Pr_{p1} = 1,67$), on trouve

$$Nu_{f1} = 73 \left(\frac{4,31}{1,67} \right)^{0,25} = 92,5.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{d_1} = 92{,}5 \frac{0{,}635}{18 \cdot 10^{-3}} = 3260 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)} ;$$

$$q_{l1} = \alpha_1 \Delta t_1 \pi d_1 = 3260 \cdot 65 \cdot 3{,}14 \cdot 18 \cdot 10^{-3} = 12\,000 \ \mathrm{W/m}.$$

Pour $t_{p1} = 110\ {}^\circ C$ on obtient

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 93{,}5 ; \quad \alpha_1 = 3300 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)} ; \quad q_{l1} = 13\,000 \ \mathrm{W/m}.$$

Pour $t_{p1} = 115\ {}^\circ C$,

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 94{,}8 ; \quad \alpha_1 = 3340 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)} ; \quad q_{l1} = 14\,200 \ \mathrm{W/m}.$$

La relation correspondante $q_{l1} = f(\Delta t_1)$ est visualisée sur la figure 8.3.

Le coefficient de conductivité thermique du laiton $\lambda_p \approx 110 \ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)}$ pouvant être envisagé dans les conditions du problème comme indépendant de la température, la fonction $q_{lp} = f(\Delta t_p)$ sera linéaire

$$q_{lp} = (t_p - t_{p1}) \frac{2\pi\lambda}{2{,}3 \lg \dfrac{d_2}{d_1}} .$$

Pour $\Delta t_p = t_{p2} - t_{p1} = 2\ {}^\circ C$

$$q_{lp} = 2 \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 110}{2{,}3 \lg \dfrac{20}{18}} = 13\,000 \ \mathrm{W/m}.$$

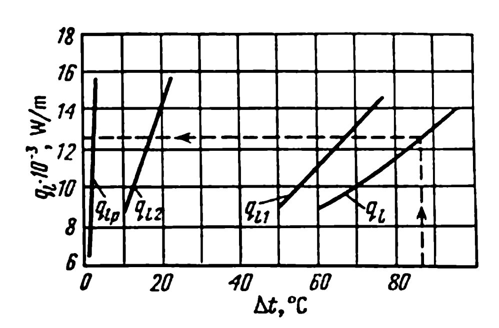


Fig. 8.3. Problème 8.11.

La relation $q_{lp} = f(\Delta t_p)$ est également visualisée sur la figure 8.3.

La relation $q_{l2} = f(\Delta t_{p2})$ se trouve en partant de la formule du coefficient de transmission de chaleur de la vapeur en condensation à la paroi du tube (8.4)

$$\alpha_2 = 3{,}25 \frac{A^{0,75}}{B} \frac{1}{(\pi R_2 \Delta t_2)^{0,25}} ,$$

alors, le flux thermique par 1 m

$$q_{l2} = \alpha_2 \pi d_2 \Delta t_2 = 3{,}25 \frac{A^{0,75}}{B} \frac{2\pi R_2 \Delta t_2}{(\pi R_2 \Delta t_2)^{0,25}}$$

et

$$q_{l2} = 6{,}5 \frac{(\pi A R_2 \Delta t_2)^{0,75}}{B} .$$

Avec $p = 2,4 \cdot 10^5$ Pa, $t_s = 126,1$ °C et d'après le tableau 8.1 $A = 77,4$ 1/(m·°C); $B = 8,15 \cdot 10^{-3}$ m/W; donc

$$q_{l2} = 6,5 \frac{(3,14 \cdot 77,4 \cdot 10^{-3})^{0,75}}{8,15 \cdot 10^{-3}} \Delta t_2^{0,75} = 1540 \Delta t_2^{0,75}.$$

En se donnant $\Delta t_2 = 10$, 15 et 20 °C, on obtient respectivement $q_{l2} = 8650$, 11 700 et 14 600 W/m. La relation $q_{l2} = f(\Delta t_2)$ est également portée sur le graphique (fig. 8.3).

Pour établir la dépendance du flux thermique par rapport à la pression thermique globale $\Delta t = t_s - t_{f1}$, réalisons la sommation des trois relations obtenues. La courbe résultante $q_l = f(t_s - t_{f1})$ de la figure 8.3 est mise en relief par un trait plus gras.

En portant en abscisses la valeur donnée de la pression thermique globale $\Delta t = t_s - t_{f1} = 126,1 - 40 = 86,1$ °C, et en dressant la verticale jusqu'à son intersection avec la courbe $q_l = f(t_s - t_{f1})$, nous trouvons en ordonnées la valeur cherchée du flux thermique (fig. 8.3): $q_l = 12\,600$ W/m.

Pour $t_s = 126,1$ °C la chaleur de vaporisation $r = 2185$ kJ/kg et, par suite, le débit du condensat

$$G_1 = \frac{q_l}{r} = \frac{1,26 \cdot 10^4}{2185 \cdot 10^3} \cdot 3600 = 20,8 \text{ kg/(m·h)}.$$

8.12. Calculer le coefficient de transmission de chaleur α_2, W/(m²·°C) de la vapeur d'eau en condensation à la surface extérieure d'un tube en laiton horizontal de diamètre $d_2/d_1 = 18/16$ mm, les températures des surfaces extérieure et intérieure du tube t_{p2} et t_{p1} et la quantité de vapeur G_2, kg/(m·h), condensée à la surface extérieure du tube.

La vapeur saturée sèche est portée à la pression $p = 700$ kPa. A l'intérieur du tube se déplace l'eau refroidissante à température moyenne $t_{f1} = 30$ °C à la vitesse $w = 1,0$ m/s.

Réponse.

$\alpha_2 = 7600$ W/(m²·°C); $t_{p2} \approx 110$ °C; $t_{p1} \approx 106$ °C; $G_2 = 41$ kg/(m·h)

8.13. Comment changerait la quantité de vapeur en condensation G_2, kg/(m·h), dans les conditions du problème 8.12, si la vitesse de l'eau refroidissante est doublée, alors que les autres conditions ne changent pas?

Réponse.

La quantité de vapeur en condensation augmentera environ de 10 %;

$G_2 = 45$ kg/(m·h).

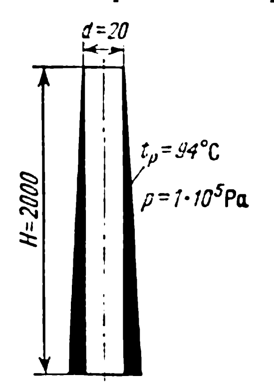


Fig. 8.4. Problème 8.14.

8.14. Une vapeur d'eau saturée sèche se condense sous la pression $p = 1 \cdot 10^5$ Pa (fig. 8.4) à la surface extérieure d'un tube vertical de diamètre $d = 20$ mm et de hauteur $H = 2$ m. La température de la surface du tube $t_p = 94,5$ °C.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la hauteur de la vapeur au tube et la quantité de vapeur G, kg/h, condensée à la surface de ce dernier.

Comparer les résultats avec la réponse au problème 8.4, où l'échange de chaleur est envisagé dans les mêmes conditions, mais pour un tube horizontal.

Réponse.

$\alpha = 7840$ W/(m²·°C); $G = 8$ kg/h.

Solution.

Dans le cas de la condensation en film de la vapeur d'eau saturée sèche et du régime laminaire de l'écoulement du film sur des surfaces et des tubes verticaux,

le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la longueur peut se calculer d'après la formule [10]

$$\mathrm{Re} = 3{,}8\, Z^{0{,}78}, \tag{8.5}$$

où

$$\mathrm{Re} = \alpha \Delta t H \frac{4}{r\rho\nu};$$

$$Z = \Delta t H \left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{1/3} \frac{\lambda}{r\rho\nu}$$

est la longueur réduite du tube ; H, la hauteur de la surface verticale ou du tube.

Les autres notations sont celles de la formule 8.3.

La formule est justifiée pour l'écoulement laminaire du film, c'est-à-dire pour $\mathrm{Re} < 1\,600$, et respectivement, $Z < 2\,300$.

Les valeurs des groupements des propriétés physiques figurant dans les expressions de Re et Z

$$\frac{4}{r\rho\nu} = B$$

et

$$\left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\lambda}{r\rho\nu} = A$$

pour le cas de la condensation de la vapeur en fonction de t_s sont consignées sur le tableau 8.1.

Dans le problème envisagé, pour $p = 1 \cdot 10^5$ Pa, $t_s = 99{,}6$ °C; on tire du tableau 8.1

$$A = 51{,}2\ 1/(\mathrm{m} \cdot {}^\circ\mathrm{C}); \quad B = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m/W};$$

la pression thermique

$$\Delta t = t_s - t_p = 99{,}6 - 94{,}5 = 5{,}1\ {}^\circ\mathrm{C};$$

la longueur réduite du tube

$$Z = \Delta t H A = 5{,}1 \cdot 2 \cdot 51{,}2 = 522 < 2300.$$

Par conséquent, le régime d'écoulement du condensat est laminaire suivant toute la hauteur du tube et le calcul de la transmission de chaleur peut se faire d'après la formule (8.5).

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re} = 3{,}8\, Z^{0{,}78} = 3{,}8 \cdot (522)^{0{,}78} = 500.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \frac{\mathrm{Re}}{\Delta t H B} = \frac{500}{5{,}1 \cdot 2 \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-3}} = 7840\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Pour $t_s = 99{,}6$, la chaleur de vaporisation $r = 2258$ kJ/kg et la quantité de vapeur qui se condense à la surface du tube

$$G = \pi d H \frac{\alpha \Delta t}{r} = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \frac{7840 \cdot 5{,}1}{2258 \cdot 10^3} = 2{,}22 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg/s}$$

ou

$$G = 2{,}22 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 = 8\ \mathrm{kg/h}.$$

La comparaison de α et G obtenues avec la réponse au problème 8.4 montre que le coefficient de transmission de chaleur et la quantité de vapeur condensée seront environ deux fois plus petits que dans le cas du tube horizontal.

8.15. Un tube horizontal de diamètre $d = 16$ mm et de longueur $l = 1{,}2$ m est le siège de condensation en film de la vapeur d'eau saturée sèche portée à

la pression $p = 3$ MPa. La température à la surface du tube $t_p = 227$ °C.

Comment changerait le coefficient de transmission de chaleur moyen de la vapeur au tube, si le tube est placé verticalement, toutes les autres conditions de l'énoncé restant inchangées?

Réponse.

$$\alpha_{vert} \approx 0{,}55\alpha_{hor}.$$

8.16. Calculer le nombre n de disques d'évacuation du condensat qu'il faut poser sur un tube vertical dans les conditions du problème 8.15 pour que le coefficient de transmission de chaleur d'un tube vertical soit égal à celui d'un tube horizontal ($\alpha_{vert} = \alpha_{hor}$).

Réponse.

$$n = 15 \text{ disques.}$$

8.17. Un échangeur de chaleur à vapeur est construit à partir de $n = 218$ tubes verticaux de diamètre $d = 16$ mm et de hauteur $H = 1{,}5$ m.

Les tubes sont refroidis de l'intérieur à l'eau, de façon que la température moyenne de leur surface extérieure $t_p = 173$ °C. A leur surface extérieure se condense une vapeur d'eau saturée sèche sous une pression $p = 1$ MPa.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur à la surface des tubes et la quantité de chaleur Q, kW, transmise par l'eau à l'échangeur.

Réponse.

$$\alpha = 8800 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}; \quad Q = 1 \text{ MW}.$$

8.18. Calculer la hauteur critique des tubes H_{cr} à laquelle dans les conditions du problème 8.17 leur bout inférieur serait le siège de la transformation de l'écoulement laminaire du film de condensat en écoulement turbulent.

Réponse.

$$H_{cr} = 2{,}2 \text{ m}.$$

Solution.

Le passage de l'écoulement laminaire d'un film à l'écoulement turbulent se produit lorsque la longueur réduite atteint la valeur critique

$$Z_{cr} = (H\Delta t)_{cr}A = 2300.$$

D'après les conditions du problème 8.17, $p = 1$ MPa; $t_p = 173$ °C. Pour la pression donnée $t_s = 179{,}9$ °C et $\Delta t = 179{,}9 - 173 = 6{,}9$ °C. Pour $t_s = 179{,}9$ °C, le tableau 8.1 donne

$$A = 149{,}9 \text{ 1/(m}\cdot\text{°C)};$$

alors

$$H_{cr} = \frac{Z_{cr}}{A\,\Delta t} = \frac{2300}{149{,}9\cdot 6{,}9} = 2{,}22 \text{ m}.$$

8.19. Calculer dans les conditions du problème 8.17 jusqu'à quelle valeur de la pression thermique l'écoulement laminaire du film de condensat se conserve suivant toute la hauteur du tube.

Réponse.

$$\Delta t \leqslant 10{,}2 \text{ °C}.$$

8.20. Dans un échangeur à vapeur vertical l'eau refroidissante qui se déplace dans des tubes doit évacuer $Q = 350$ kW de chaleur.

Une vapeur saturée sèche sous une pression $p = 1{,}5$ MPa se condense à la surface extérieure des tubes.

Calculer la pression thermique nécessaire, si l'échangeur compte $n = 50$ tubes de diamètre $d = 22$ mm et de hauteur $H = 1{,}5$ m.

Réponse.

$$\Delta t = 8 \text{ °C}.$$

Indication. Puisque l'énoncé du problème ne nous renseigne pas sur la pression thermique, il est impossible de calculer directement la longueur réduite des tubes Z et définir le régime de l'écoulement du film à leur surface extérieure. Il faut donc procéder par calcul préalable, en supposant que le régime d'écoulement du condensat est laminaire suivant toute la hauteur des tubes. Une fois la valeur de Δt trouvée, il faut vérifier le régime de l'écoulement.

En régime laminaire, d'après la formule (8.5)

$$\mathrm{Re} = 3{,}8\,(H\Delta tA)^{0,78};$$

$$\mathrm{Re} = \alpha H\Delta tB.$$

En retenant que $\alpha\Delta t = Q/F$, où $F = \pi dHn$, m², on obtient pour la pression thermique l'expression suivante

$$\Delta t = \left(\frac{QB}{3{,}8\pi\, dn}\right)^{1/0,78}\frac{1}{AH}.$$

8.21. Une vapeur d'eau saturée sèche se condense à la surface d'un tube vertical. Le régime d'écoulement du film de condensat suivant toute la hauteur du tube est laminaire.

Déterminer les dépendances de la densité du flux thermique q, W/m², et du flux thermique Q, W, par rapport à la hauteur du tube.

Réponse.

$$q \approx H^{-0,22}; \quad Q \approx H^{0,78}.$$

8.22. Sur le tube vertical d'un chauffe-eau se condense une vapeur saturée sèche. La pression de celle-ci $p = 8{,}6$ MPa. La température de la surface extérieure du tube $t_p = 287$ °C, sa hauteur, $H = 1{,}8$ m.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur moyen de la vapeur à la paroi du tube.

Réponse.

$$\alpha = 8100\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Solution.

Pour $p = 8{,}6$ MPa, $t_s = 300$ °C; d'après le tableau 8.1 on trouve $A = 354$ 1/(m·°C); $B = 31{,}21\cdot 10^{-3}$ m/W.

La pression thermique $\Delta t = t_s - t_p = 300 - 287 = 13$ °C; donc, la longueur réduite du tube

$$Z = \Delta t\, HA = 13\cdot 1{,}8\cdot 354 = 8380 > 2300.$$

La longueur réduite du tube étant plus grande que sa longueur critique, l'écoulement du film dans la partie inférieure du tube est turbulent.

Pour une condensation en film d'une vapeur saturée sèche et le régime mixte de l'écoulement du film le coefficient de transmission de chaleur moyen suivant la longueur se calcule d'après la formule [10]

$$\mathrm{Re} = \left[253 + 0{,}069\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr_p}}\right)^{0,25}\mathrm{Pr}^{0,5}\,(Z - 2300)\right]^{4/3}, \tag{8.6}$$

où Pr et $\mathrm{Pr_p}$ sont les nombres de Prandtl pour le condensat respectivement aux températures t_s et t_p. Les autres notations sont celles de la formule (8.5).

La formule (8.6) est vraie pour $Z \geqslant 2300$.

Dans le problème envisagé, pour $t_s = 300$ °C, Pr = 0,97; pour $t_p = 287$ °C, $\mathrm{Pr_p} = 0{,}921$. D'après la formule (8.6) on a

$$\mathrm{Re} = \left[253 + 0{,}069\left(\frac{0{,}97}{0{,}921}\right)^{0,25}\cdot 0{,}97^{0,5}\,(8380 - 2300)\right]^{4/3} = 5930.$$

En retenant que $\mathrm{Re} = \alpha\Delta tHB$, on trouve

$$\alpha = \frac{\mathrm{Re}}{\Delta tHB} = \frac{5930}{13\cdot 1{,}8\cdot 31{,}21\cdot 10^{-3}} = 8100\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

8.23. Dans un chauffe-eau vertical l'eau chauffée se déplace dans des tubes dont la surface extérieure est le siège de condensation d'une vapeur d'eau saturée sèche portée à la pression $p = 5{,}6$ MPa. La température de la surface extérieure des tubes $t_p = 260$ °C.

Calculer la quantité de chaleur Q, kW, transmise à l'eau, si le chauffe-eau compte 112 tubes de diamètre extérieur $d = 16$ mm et de hauteur $H = 2$ m.

Réponse.

$$Q = 1 \text{ MW}.$$

8.24. Déterminer la variation du coefficient de transmission de chaleur moyen d'un tube vertical dans les conditions de condensation sur le tube d'une vapeur d'eau saturée sèche.

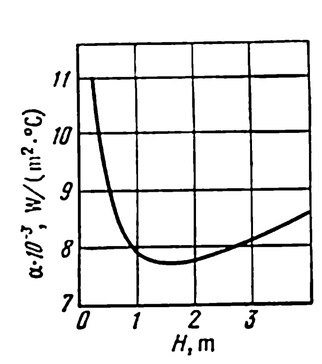


Fig. 8.5. Problème 8.24.

Fig. 8.6. Problème 8.25.

La pression de la vapeur $p = 6$ MPa, la température de la surface du tube $t_p = 265$ °C.

Faire le calcul pour les hauteurs $H = 0{,}2$; $0{,}4$; $0{,}6$; $0{,}8$; $1{,}0$; $1{,}25$; $1{,}5$; $1{,}75$; $2{,}0$; $2{,}5$; $3{,}0$; $4{,}0$ m et construire la courbe $\alpha = f(H)$.

Réponse.

Les résultats des calculs sont donnés ci-dessous ainsi que sur la figure 8.5:

H, m	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25
α, W/(m²·°C)	11 000	9440	8600	8150	7880	7780
H, m	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0
α, W/(m²·°C)	7760	7800	7840	8000	8200	8630

8.25. Déterminer la variation de la quantité de chaleur Q, kW, transmise par la vapeur à la paroi d'un tube vertical en fonction de sa hauteur dans les conditions du problème 8.24, si le diamètre du tube $d = 22$ mm.

Réponse.

Les résultats du calcul sont consignés ci-dessous, ainsi que sur la figure 8.6:

H, m	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25
Q, kW	1,61	2,76	3,76	4,76	5,76	7,10
H, m	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0
Q, kW	8,53	10,0	11,4	14,6	17,9	25,2

8.26. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur au tube de la rangée supérieure du faisceau horizontal d'une turbine à vapeur. Le diamètre extérieur du tube $d = 18$ mm, la température de sa surface $t_p = 22$ °C.

A la surface du tube se déplace de haut en bas une vapeur d'eau saturée sèche portée à la pression $p = 5$ kPa et animée d'une vitesse $w_v = 20$ m/s (fig. 8.7).

Comparer le résultat avec la valeur du coefficient de transmission de chaleur de la vapeur fixe.

Réponse.

$\alpha = 13\ 700$ W/(m²·°C); $\alpha/\alpha_{fixe} = 1,34$.

Solution.

Pour la condensation de la vapeur saturée sèche sur des tubes horizontaux avec $w_v^2\rho'' < 1$, le calcul du coefficient de transmission de chaleur peut se faire sans tenir compte de l'influence de la vitesse de la vapeur sur le transfert de chaleur, c'est-à-dire d'après la formule (8.4).

Pour les valeurs $w_v^2\rho'' > 1$, il faut tenir compte de cette influence. Dans ce cas le coefficient de transmission de chaleur se calcule d'après la formule [26]

$$\frac{\alpha}{\alpha_{fixe}} = 28{,}3\Pi^{0,08}\mathrm{Nu}_{fixe}^{-0,58}, \qquad (8.7)$$



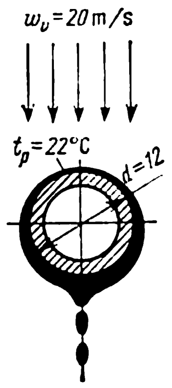


Fig. 8.7. Problème 8.26.

où α_{fixe} est la valeur du coefficient de transmission de chaleur d'une vapeur fixe, calculée d'après la formule (8.4):

$$\mathrm{Nu}_{fixe} = \frac{\alpha_{fixe} d}{\lambda};$$

$$\Pi = \frac{w_v^2\rho''\alpha_{fixe}}{g\rho'\lambda}.$$

Ici w_v est la vitesse du courant de vapeur incident; ρ'', la densité de la vapeur à la température t_s; ρ' et λ, la densité et le coefficient de conductivité thermique du condensat à la température t_s.

La formule (8.7) est applicable aux pressions de vapeur de 5 à 100 kPa et aux chutes de température $\Delta t = t_s - t_p$ de 2 à 20 °C et $\Pi \leqslant 800$.

Dans notre cas, pour $p = 5$ kPa, $t_s = 32{,}9$ °C. A cette température $\rho'' = 0{,}0354$ kg/m³; $\rho' = 995$ kg/m³; $\lambda = 0{,}623$ W/(m·°C) et $w_v^2\rho'' = 20^2 \cdot 0{,}0354 = 14{,}2$ kg/(m·s²). Puisque $w_v^2\rho'' > 1$, le calcul se fait d'après la formule (8.7).

Le coefficient de transmission de chaleur pour la condensation d'une vapeur fixe est donné par la formule (8.4).

Pour $t_s = 32{,}9$ °C, nous trouvons d'après le tableau 8.1: $A = 8{,}9$ 1/(m·°C); $B = 2{,}20 \cdot 10^{-3}$ m/W; la chute de température $\Delta t = t_s - t_p = 32{,}9 - 22 = 10{,}9$ °C, et le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur fixe

$$\alpha_{fixe} = 3{,}25\frac{A^{0,75}}{B}\frac{1}{(\pi R\Delta t)^{0,25}} =$$

$$= 3{,}25\frac{(8{,}9)^{0,75}}{2{,}2\cdot 10^{-3}}\frac{1}{(3{,}14\cdot 9\cdot 10^{-3}\cdot 10{,}9)^{0,25}} = 10\ 200\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Les nombres Nu_{fixe} et Π

$$\mathrm{Nu}_{fixe} = \frac{\alpha_{fixe} d}{\lambda} = \frac{1{,}02\cdot 10^4\cdot 18\cdot 10^{-3}}{0{,}623} = 295;$$

$$\Pi = \frac{w_v^2\rho''\alpha_{fixe}}{g\rho'\lambda} = \frac{20^2\cdot 0{,}0354\cdot 1{,}02\cdot 10^4}{9{,}81\cdot 995\cdot 0{,}623} = 23{,}7.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\frac{\alpha}{\alpha_{fixe}} = 28{,}3\Pi^{0,08}\mathrm{Nu}_{fixe}^{-0,58} = 28{,}3\,(23{,}7)^{0,08}\,(295)^{-0,58} = 1{,}34;$$

$$\alpha = 10\ 200\cdot 1{,}34 = 13\ 700\ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

8.27. Comment changera le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur au tube du condensateur dans les conditions du problème 8.26, si la vitesse de la vapeur change de 10 à 40 m/s? Tracer la courbe de la relation entre α et w_v.

Réponse.

Pour p = const, $\alpha \approx w_v^{0,16}$ et, par conséquent, le coefficient de transmission de chaleur augmentera de 25 %. Les résultats de calcul sont visualisés sur la figure 8.8.

8.28. Comment changera le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur au tube du condensateur du problème 8.26, si la pression de la vapeur change de $0{,}05 \cdot 10^5$ à $0{,}5 \cdot 10^5$ Pa, alors que la chute de température et les autres données ne changent pas?

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur augmentera de 37 % et pour $p = 0{,}5 \cdot 10^5$ Pa, $\alpha = 18\,000$ W/(m²·°C).

8.29. Déterminer le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur aux tubes du condensateur, exécuté sous la forme d'un faisceau de tubes en ligne, constitué par $n = 14$ rangées de tubes suivant la hauteur.

Le diamètre extérieur des tubes $d = 16$ mm. Leur pas horizontal $s_1 = 1{,}25d$ (fig. 8.9). La surface d'échange de chaleur de toutes les rangées des tubes est la même.

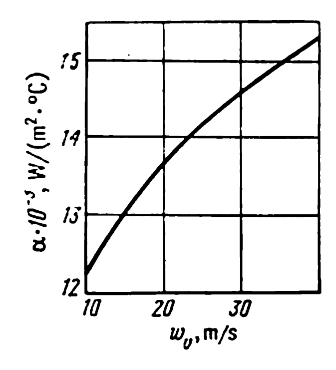


Fig. 8.8. Problème 8.27.

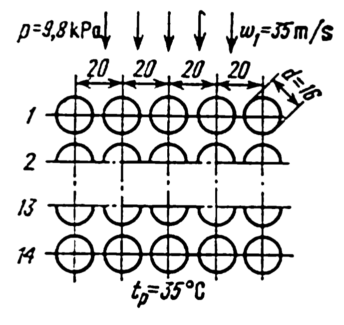


Fig. 8.9. Problème 8.29.

Une vapeur saturée sèche portée à la pression $p = 9{,}8$ kPa circule de haut en bas et se condense aux surfaces des tubes. La vitesse du courant de vapeur en amont de la rangée supérieure $w_1 = 35$ m/s. La température de la surface de tous les tubes $t_p = 35$ °C.

Admettre que la pression de la vapeur et la chute de température sont invariables suivant la hauteur du faisceau.

Réponse.

$$\alpha = 13\,700 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Pour la condensation de la vapeur d'eau pure sur des faisceaux de tubes horizontaux contournés de haut en bas, les coefficients de transmission de chaleur suivant les rangées des tubes peuvent se calculer d'après la méthode approchée suivante [26].

1. Calculer consécutivement la quantité de vapeur ΔG_n condensée sur chaque rangée de tubes et le coefficient de transmission de chaleur α'_n suivant les rangées. Dans ces conditions

$$\Delta G_n = \frac{\alpha'_n F_n \Delta t}{r},$$

$$G_{n+1}=G_n-\Delta G_n,$$

et d'après la formule (8.7)

$$\frac{\alpha'_n}{\alpha_1}=\left(\frac{w_n}{w_1}\right)^{0.16}; \qquad (8.8)$$

F_n est la surface d'échange de chaleur de la rangée des tubes considérée; w_1 et w, les vitesses du courant de vapeur en amont de la première et de la n-ième rangées.

2. Déterminer les corrections pour l'influence de l'écoulement du condensat suivant la formule

$$\varepsilon_n=\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta G_i}{\Delta G_n}\right)^{-0,07}, \qquad (8.9)$$

où $\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta G_i$ est la quantité globale du condensat qui s'écoule suivant le n-ième tube; ΔG_n, la quantité du condensat qui se forme sur le n-ième tube ($i = n$).

3. Le coefficient de transmission de chaleur de la n-ième rangée, compte tenu de l'influence exercée par la vitesse de la vapeur et de l'écoulement du condensat, est déterminé comme suit:

$$\alpha_n = \alpha'_n\varepsilon_n. \qquad (8.10)$$

Dans le problème envisagé, calculons d'abord d'après la formule (8.4) le coefficient de transmission de chaleur de la vapeur fixe.

Pour p = 9,8 kPa, t_s = 45,5 °C. Le tableau 8.1 donne

$$A = 13,7\ 1/(\text{m}\cdot°\text{C}); \quad B = 2,83\cdot10^{-3}\ \text{m/W}.$$

La chute de température $\Delta t = t_s - t_p$ = 45,5 — 35 = 10,5 °C.

$$\alpha_{\text{fixe}}=3,25\frac{A^{0,75}}{B}\frac{1}{(\pi R\,\Delta t)^{0,25}}=3,25\frac{(13,7)^{0,75}}{2,83\cdot10^{-3}}\times$$

$$\times\frac{1}{(3,14\cdot0,008\cdot10,5)^{0,25}}=11\,300\ \text{W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

Le calcul du coefficient de transmission de chaleur de la première rangée du faisceau, compte tenu de l'influence de la vitesse de la vapeur, se fait d'après la formule (8.7).

Pour t_s = 45,5 °C; ρ'' = 0,0668 kg/m³; ρ' = 991 kg/m³; λ = 0,645 W/(m × ×°C); r = 2393 kJ/kg.

$$\text{Nu}_{\text{fixe}}=\frac{\alpha_{\text{fixe}}d}{\lambda}=\frac{1,13\cdot10^{4}\cdot1,6\cdot10^{-2}}{0,645}=281;$$

$$\Pi=\frac{w_1^2\rho''\alpha_{\text{fixe}}}{g\rho'\lambda}=\frac{35^2\cdot0,0668\cdot1,13\cdot10^4}{9,81\cdot991\cdot0,645}=147;$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_{\text{fixe}}}=28,3\Pi^{0,08}\text{Nu}_{\text{fixe}}^{-0,58}=28,3\,(147)^{0,08}\,(281)^{-0,58}=1,6,$$

d'où

$$\alpha_1=1,6\alpha_{\text{fixe}}=1,6\cdot11\,300=18\,100\ \text{W/(m}^2\cdot°\text{C)}.$$

La quantité de vapeur condensée sur 1 m de tube de la première rangée

$$\Delta G_1=\frac{\alpha_1\Delta t\pi d}{r}=\frac{1,81\cdot10^4\cdot10,5\cdot3,14\cdot1,6\cdot10^{-2}}{2393\cdot10^3}=3,98\cdot10^{-3}\ \text{kg/(m}\cdot\text{s)}$$

ou

$$\Delta G_1 = 3{,}98 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 = 14{,}3 \text{ kg/(m·h)}.$$

Le débit de vapeur par 1 m de tube de la première rangée $G_1 = w_1 \rho'' s \cdot 3600 = 35 \cdot 0{,}0668 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}016 \cdot 3600 = 168$ kg/(m·h).

Le débit de vapeur par 1 m de tube de la deuxième rangée

$$G_2 = G_1 - \Delta G_1 = 168 - 14{,}3 = 153{,}7 \text{ kg/(m·h)}.$$

Etant donné que d'après l'énoncé du problème les caractéristiques géométriques de toutes les rangées sont les mêmes, il vient

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{G_2}{G_1} = \frac{153{,}7}{168} = 0{,}915 \text{ et } w_2 = 0{,}915 \cdot 35 = 32 \text{ m/s}.$$

D'après la formule (8.8)

$$\frac{\alpha_2'}{\alpha_1} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{0,16} = (0{,}915)^{0,16} \approx 0{,}985,$$

et puisque p, Δt, r et d sont constants pour toutes les rangées, on a

$$\Delta G_2 = \Delta G_1 \frac{\alpha_2'}{\alpha_1} = 14{,}3 \cdot 0{,}985 = 14{,}1 \text{ kg/(m·h)}.$$

On calcule d'une façon analogue les valeurs de ΔG_i, w_i et α_i'/α_1 et des coefficients de transmission de chaleur suivant les rangées. Il en résulte le tableau qui suit

nº de la rangée	Q, kg/(m·h)	w, m/s	$\frac{\alpha_n'}{\alpha_1}$	ΔG, kg/(m·h)	ε	α, W/(m²·°C)
1	168	35	1,00	14,3	1,0	18 100
2	153,7	32	0,985	14,1	0,954	17 000
3	139,6	29	0,970	13,9	0,927	16 300
4	125,7	26,1	0,953	13,6	0,910	15 700
5	112,1	23,4	0,936	13,4	0,893	15 100
6	98,7	20,6	0,918	13,1	0,880	14 500
7	85,6	17,8	0,900	12,9	0,870	14 150
8	72,7	15,1	0,875	12,5	0,861	13 550
9	60,2	12,5	0,850	12,1	0,853	13 100
10	48,1	10,0	0,820	11,7	0,845	12 500
11	36,4	7,60	0,785	11,2	0,837	11 850
12	25,2	5,25	0,738	10,5	0,830	11 050
13	14,7	3,06	0,680	9,7	0,822	10 100
14	5,0	1,04	0,625	5,0	0,814	9 200

Introduisons dans l'expression des coefficients de transmission de chaleur la correction pour leur diminution par suite de l'écoulement du condensat

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\Delta G_1 + \Delta G_2}{\Delta G_2}\right)^{-0,07} = \left(\frac{14{,}3 + 14{,}1}{14{,}1}\right)^{-0,07} = 0{,}954;$$

$$\alpha_2 = \alpha_2' \varepsilon_2 = \alpha_1 \frac{\alpha_2'}{\alpha_1} \varepsilon_2 = 18\,100 \cdot 0{,}985 \cdot 0{,}954 = 17\,000 \text{ W/(m}^2\text{·°C)};$$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{\Delta G_1 + \Delta G_2 + \Delta G_3}{\Delta G_3}\right)^{-0,07} = \left(\frac{14{,}3 + 14{,}1 + 13{,}9}{13{,}9}\right)^{-0,07} = 0{,}927$$

et

$$\alpha_3 = 18\,100 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}927 = 16\,300 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur moyen pour tout le faisceau de tubes

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i F_i,$$

où F_i est la surface d'échange de chaleur des rangées isolées; F, la surface d'échange de chaleur totale. Les surfaces d'échange de chaleur étant par condition les mêmes pour toutes les rangées, il vient

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \alpha_i.$$

En sommant les valeurs de α_i données par la dernière colonne du tableau et en divisant cette somme par le nombre de rangées $n = 14$, on trouve

$$\bar{\alpha} = 13\,700 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

8.30. Calculer le coefficient de transmission de chaleur du tube de la cinquième rangée (d'en haut) du condensateur du problème 8.29, si la vitesse de la vapeur à l'amont de la rangée supérieure devient deux fois plus faible, alors que les autres conditions ne changent pas. Calculer également la quantité de vapeur ΔG, kg/(m·h), condensée par 1 m de ce tube.

Comparer les résultats avec ceux fournis par le problème 8.29.

Réponse.

Pour $w_1 = 35$ m/s, $\alpha_5 = 15\,100$ W/(m²·°C) et $\Delta G_5 = 13{,}4$ kg/(m·h).

Pour $w_1 = 17{,}5$ m/s, $\alpha_5 = 12\,450$ W/(m²·°C) et $\Delta G_5 = 11{,}1$ kg/(m·h).

CHAPITRE 9

TRANSFERT DE CHALEUR PAR ÉBULLITION D'UN LIQUIDE

9.1. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface extérieure du tube d'un vaporisateur à l'eau bouillante, si la charge thermique de la surface de chauffe $q = 2 \cdot 10^5$ W/m², l'ébullition marche en régime nuclé et l'eau subit la pression $p = 2 \cdot 10^5$ Pa.

Réponse.

$$\alpha = 18\,400 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Lorsqu'un grand volume de liquide subit une ébullition nuclée, le coefficient de transmission de chaleur peut se calculer suivant la formule [11]:

pour $\mathrm{Re}_* \geqslant 10^{-2}$

$$\mathrm{Nu}_* = 0{,}125\, \mathrm{Re}_*^{0{,}65} \mathrm{Pr}^{1/3}; \qquad (9.1,\text{a})$$

pour $\mathrm{Re}_* \leqslant 10^{-2}$

$$\mathrm{Nu}_* = 0{,}0625\, \mathrm{Re}_*^{0{,}5} \mathrm{Pr}^{1/3}, \qquad (9.1,\text{b})$$

où

$$\mathrm{Re}_* = \frac{q l_*}{r \rho'' \nu};$$

$$\mathrm{Nu}_* = \frac{\alpha l_*}{\lambda};$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a};$$

$$l_* = \frac{c_p \rho' \sigma T_s}{(r \rho'')^2}, \text{ m};$$

ν, c_p, r, λ, a et σ sont la viscosité cinématique, la chaleur spécifique, les coefficients de conductivité thermique, la diffusivité, la tension superficielle du liquide à la température de saturation t_s; ρ' et ρ'', les densités du liquide et de la vapeur à la température t_s; T_s, la température de saturation, K.

Les formules (9.1, a) et (9.1, b) sont justifiées pour $0{,}86 \leqslant \mathrm{Pr} \leqslant 7{,}6$; $10^{-5} \leqslant \mathrm{Re}_* \leqslant 10^4$ et la pression de $45 \cdot 10^2$ à $175 \cdot 10^5$ Pa.

Pour l'eau les valeurs de l_* et $l_*/r\rho''\nu$ en fonction de la température sont consignées sur le tableau 9.1.

Dans le cas considéré, pour $p = 2 \cdot 10^5$ Pa la température de saturation $t_s = 120{,}2$ °C; $\lambda = 0{,}686$ W/(m·°C); Pr = 1,47. D'après le tableau 9.1 on trouve

$$l_* = 14{,}08 \cdot 10^{-6} \text{ m et } l_*/r\rho''\nu = 22{,}56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{W}.$$

Le nombre

$$\mathrm{Re}_* = \frac{ql_*}{r\rho''\nu} = 2\cdot 10^5\cdot 22{,}56\cdot 10^{-6} = 4{,}51.$$

Puisque $\mathrm{Re}_* > 10^{-2}$, le calcul se fait d'après la formule (9.1,a). En portant les valeurs de Re_* et Pr dans cette formule, on obtient

$$\mathrm{Nu}_* = 0{,}125\ (4{,}51)^{0{,}65}\ (1{,}47)^{1/3} = 0{,}378.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu}_* \frac{\lambda}{l_*} = 0{,}378\ \frac{0{,}686}{14{,}08\cdot 10^{-6}} = 18\,400\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

9.2. Résoudre le problème 9.1 à la condition que l'eau se trouve sous la pression de $p = 1$; 2,5 et 5 MPa. Calculer également la différence des températures entre la surface de chauffe et l'eau bouillante $\Delta t = t_p - t_s$ sous ces pressions.

Réponse.

Pour $p = 1$ MPa, $\alpha = 22\,600\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}$, $\Delta t \approx 8{,}9\ {}^\circ\mathrm{C}$;
pour $p = 2{,}5$ MPa, $\alpha = 27\,400\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}$, $\Delta t \approx 7{,}3\ {}^\circ\mathrm{C}$;
pour $p = 5$ MPa, $\alpha = 40\,000\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}$, $\Delta t \approx 5\ {}^\circ\mathrm{C}$.

9.3. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface extérieure du tube de vaporisateur examiné dans le problème 9.1, à la condition que la charge thermique $q = 3\cdot 10^5$ et $4\cdot 10^5\ \mathrm{W/m^2}$, alors que les autres données ne changent pas.

Réponse.

Pour $q = 3\cdot 10^5\ \mathrm{W/m^2}$, $\alpha = 24\,200\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}$;
pour $q = 4\cdot 10^5\ \mathrm{W/m^2}$, $\alpha = 29\,000\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}$.

9.4. Déduire les formules de transfert de chaleur par ébullition nucléée dans un grand volume, où le nombre Nu_* serait fonction de la chute de température.

Indication. Pour obtenir les relations envisagées il faut dans les formules (9.1,a) et (9.1,b) remplacer q par $\alpha\Delta t$. Par exemple, en écrivant la formule (9.1,b) sous la forme

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = 0{,}0625 \left(\frac{ql_*}{r\rho''\nu}\right)^{0{,}5} \mathrm{Pr}^{1/3}$$

et en appliquant l'égalité $q = \alpha\Delta t$, on obtient

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = 0{,}0625 \left(\frac{\alpha\Delta t l_*}{r\rho''\nu}\right)^{0{,}5} \mathrm{Pr}^{1/3},$$

d'où

$$\frac{\alpha l_*}{\lambda} = (0{,}0625)^2 \left(\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\right) \mathrm{Pr}^{2/3}.$$

Alors, la formule (9.1,b) devient

$$\mathrm{Nu}_* = 3{,}91\cdot 10^{-3} \left(\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\right) \mathrm{Pr}^{2/3}.$$

D'une façon analogue on peut transformer (9.1,a) et trouver les limites d'applicabilité de ces formules.

Réponse.

Pour $\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\mathrm{Pr}^{1/3} \geqslant 1{,}6$

$$\mathrm{Nu}_* = 2{,}63\cdot 10^{-3} \left(\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\right)^{1{,}86} \mathrm{Pr}^{0{,}952}; \qquad (9.2,\mathrm{a})$$

pour $\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\mathrm{Pr}^{1/3} \leqslant 1{,}6$

$$Nu_* = 3{,}91\cdot10^{-3}\left(\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu}\right)Pr^{2/3}. \qquad (9.2,b)$$

Les formules (9.2,a) et (9.2,b) sont applicables dans les mêmes limites des nombres Pr, Re_* et des pressions que (9.1,a), (9.1,b), et sous la restriction

$$0{,}05 \leqslant \frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu} Pr^{1/3} \leqslant 200.$$

Pour l'eau les valeurs du groupement $\lambda/r\rho''\nu$, 1/°C, en fonction de la température sont consignées sur le tableau 9.1.

Tableau 9.1

Valeurs de l_*, $\frac{l_*}{r\rho''\nu}$ et $\frac{\lambda}{r\rho''\nu}$ dans les formules (9.1,a), (9.1,b), (9.2,a), et (9.2,b)

t_s, °C	$l_*\cdot10^6$, m	$\frac{l_*}{r\rho''\nu}\,10^6$, m²/W	$\frac{\lambda}{r\rho''\nu}\times10^2$, 1/°C	t_s, °C	$l_*\cdot10^6$, m	$\frac{l_*}{r\rho''\nu}\,10^6$, m²/W	$\frac{\lambda}{r\rho''\nu}\times10^2$, 1/°C
30	16 450	276 870	1040	190	0,450	0,216	32,2
40	5 950	73 345	782	200	0,296	0,123	27,5
50	2 305	20 894	587	210	0,200	0,0718	23,5
60	960	6 543	450	220	0,136	0,0426	20,2
70	423	2 201	347	230	0,0938	0,0254	17,3
80	197	798	273	240	0,0646	0,0155	15,1
90	96,0	304	216	250	0,0451	0,00989	13,6
100	48,7	122,4	172	260	0,0318	0,00593	11,4
110	25,9	51,8	138	270	0,0224	0,00373	9,80
120	14,2	22,8	110	280	0,0158	0,00243	8,80
130	8,05	10,7	96,0	290	0,0114	0,00153	7,47
140	4,70	5,13	75,0	300	0,00800	0,000911	6,16
150	2,82	2,58	60,5	310	0,00565	0,000609	5,64
160	1,73	1,33	52,6	320	0,00398	0,000388	4,93
170	1,08	0,710	44,5	330	0,00278	0,000249	4,34
180	0,715	0,396	37,5	340	0,00192	0,000158	3,77
				350	0,00126	0,0000989	3,36

9.5. Calculer la charge thermique de la surface de chauffe du générateur de vapeur dans les conditions d'une ébullition nucléée dans un grand volume, la pression de l'eau étant $p = 6{,}2\cdot10^5$ Pa et la température de la surface de chauffe $t_p = 175$ °C.

Réponse.

$$q = 790 \text{ kW/m}^2.$$

Solution.

Pour $p = 6{,}2\cdot10^5$ Pa, $t_s = 160$ °C; Pr = 1,1; $\lambda = 0{,}683$ W/(m·°C); le tableau 9.1 donne

$$\lambda/r\rho''\nu = 0{,}526 \text{ 1/°C}; \quad l_* = 1{,}73\cdot10^{-6} \text{ m}.$$

La chute de température $\Delta t = t_p - t_s = 175 - 160 = 15$ °C; il vient

$$\frac{\lambda\Delta t}{r\rho''\nu} = 0{,}526\cdot15 = 7{,}9$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho'' \nu} \Pr^{1/3} = 7,9\,(1,1)^{1/3} = 8,15.$$

Etant donné que

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho'' \nu} \Pr^{1/3} > 1,6,$$

le calcul est mené suivant la formule (9.2,a):

$$\mathrm{Nu}_* = 2,63 \cdot 10^{-3}\,(7,9)^{1,86}(1,1)^{0,952} = 0,134.$$

Le coefficient de transmission de chaleur et la charge thermique:

$$\alpha = \mathrm{Nu}_* \frac{\lambda}{l_*} = 0,134 \frac{0,683}{1,73 \cdot 10^{-6}} = 52\,800\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)},$$

$$q = \alpha \Delta t = 52\,800 \cdot 15 = 7,9 \cdot 10^5\ \mathrm{W/m^2}.$$

9.6. Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la surface extérieure du tube d'une chaudière à l'eau bouillante qui subit une pression $p = 4,7$ MPa, la température de la surface du tube t_p étant 265, 270, 275 °C. Déterminer également pour ces conditions les densités du flux thermique.

Réponse.

Pour $t_p = 265$ °C, $\alpha = 38\,400$ W/(m²·°C), $q = 192$ kW/m²;
pour $t_p = 270$ °C, $\alpha = 76\,800$ W/(m²·°C), $q = 768$ kW/m²;
pour $t_p = 275$ °C, $\alpha = 123\,000$ W/(m²·°C), $q = 1850$ kW/m².

9.7. Déterminer la charge thermique critique de l'ébullition de l'eau en grand volume sous la pression $p = 1 \cdot 10^5$ Pa.

Réponse.

$$q_{cr} = 1,4 \cdot 10^6\ \mathrm{W/m^2}.$$

Solution.

Pour l'ébullition d'un liquide en grand volume la charge thermique critique peut se calculer d'après la formule [11]

$$\mathrm{Re}_{*cr} = 68\,\mathrm{Ar}_*^{4/9} \Pr^{-1/3}, \qquad (9.3)$$

où

$$\mathrm{Re}_{*cr} = \frac{q_{cr} l_*}{r\rho'' \nu};$$

$$\mathrm{Ar}_* = g \frac{l_*^3}{\nu^2} \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}.$$

Toutes les notations sont celles des formules (9.1,a), (9.1,b) et (9.2,a), (9.2,b). La formule est applicable pour $0,86 \leqslant \Pr \leqslant 13,1$ et les pressions $1 \times 10^5 \leqslant p \leqslant 185 \cdot 10^5$ Pa. Dans le cas envisagé, pour $p = 1 \cdot 10^5$ Pa, $t_s = 99,6$ °C; $\nu = 0,296 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\Pr = 1,76$; $\rho' = 960$ kg/m³; $\rho'' = 0,59$ kg/m³.

D'après le tableau 9.1 on trouve

$$l_* = 50,6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}; \qquad \frac{l_*}{r\rho''\nu} = 130 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2/W}.$$

Le nombre d'Archimède

$$\mathrm{Ar}_* = g \frac{l_*^3}{\nu^2} \frac{\rho' - \rho''}{\rho'} = 9,81 \frac{(5,06 \cdot 10^{-5})^3}{(2,96 \cdot 10^{-7})^2} \frac{960 - 0,59}{960} = 14,4.$$

La formule (9.3) donne

$$\mathrm{Re}_{*cr} = 68\,\mathrm{Ar}_*^{4/9} \Pr^{-1/3} = 68\,(14,4)^{4/9}\,(1,76)^{-1/3} = 184$$

$$q_{cr} = \mathrm{Re}_{*cr} \frac{r\rho''\nu}{l_*} = 184 \frac{1}{130\cdot10^{-6}} = 1{,}41\cdot10^{6}\ \mathrm{W/m^2}.$$

9.8. Calculer la charge thermique critique pour l'ébullition de l'eau en grand volume, si l'eau se trouve sous la pression $p = 7{,}5$ et 15 MPa. Comparer les résultats avec la réponse au problème 9.7.

Réponse.

Pour $p = 1\cdot10^5$ Pa, $q_{cr} = 1{,}4\cdot10^6$ W/m²; pour $p = 75\cdot10^5$ Pa, $q_{cr} = 4{,}1\cdot10^6$ W/m²; pour $p = 150\cdot10^5$ Pa, $q_{cr} = 3\cdot10^6$ W/m².

9.9. Faire le calcul approché du coefficient de transmission de chaleur maximal pour l'ébullition nucléée en grand volume, si les pressions de l'eau valent respectivement $1\cdot10^5$ et $75\cdot10^5$ Pa.

Calculer également les températures de la surface de chauffe qui sous les pressions données déclenchent l'ébullition en film.

Note. Pour calculer la chute de température critique $\Delta t_{cr} = (t_p - t_s)_{cr}$, on peut utiliser les réponses aux problèmes 9.7 et 9.8. La valeur de α_{cr} peut être évaluée d'après les formules (9.1,a) et (9.1,b).

Réponse.

Pour $p = 1\cdot10^5$ Pa, $\alpha_{cr} \approx 60\,000$ W/(m²·°C); $\Delta t_{cr} \approx 23$ °C et $t_p \approx 123$ °C.

Pour $p = 75\cdot10^5$ Pa, $\alpha_{cr} \approx 2{,}4\cdot10^5$ W/(m²·°C); $\Delta t_{cr} \approx 17$ °C et $t_p \approx 307$ °C.

9.10. A la surface d'un tube de diamètre extérieur $d = 38$ mm long de $l = 0{,}5$ m l'eau bout sous la pression $p = 4{,}9\cdot10^5$ Pa. Le tube est chauffé de l'extérieur par un réchauffeur électrique. La puissance absorbée par le chauffage $W = 7$ kW. Calculer la température de la surface extérieure du tube.

Réponse.

$$t_p = 159\ °\mathrm{C}.$$

9.11. Calculer la surface de chauffe nécessaire pour qu'une chaudière produise $G = 4$ t/h de vapeur sous la pression $p = 15{,}7\cdot10^5$ Pa. La chute de température éventuelle

$$\Delta t = t_p - t_s = 10\ °\mathrm{C}.$$

Réponse.

$$F = 6\ \mathrm{m^2}.$$

9.12. Quelle chute de température faut-il assurer dans les conditions du problème 9.11 pour rendre la productivité de la chaudière 2,5 fois plus grande, sans changer la surface de chauffe?

Réponse.

$\Delta t = 13{,}8$ °C. En poussant la chute de température de 10 à 13,8 °C, on augmente la productivité de la vapeur de 4 à 10 t/h.

9.13. A la surface extérieure d'un tube l'eau bout sous la pression $p = 3{,}3$ MPa. La densité du flux thermique à cette surface $q = 1{,}75\cdot10^5$ W/m².

Calculer sa température a) si cette surface est propre; b) si elle est couverte d'une pellicule d'oxyde dont la résistance thermique $R = 7{,}75$ °C·m²/W. Admettre que la rugosité de la pellicule d'oxyde rend le coefficient de transmission de chaleur de la surface qu'elle couvre 2,5 fois plus grand par rapport à l'ébullition à une surface propre [8].

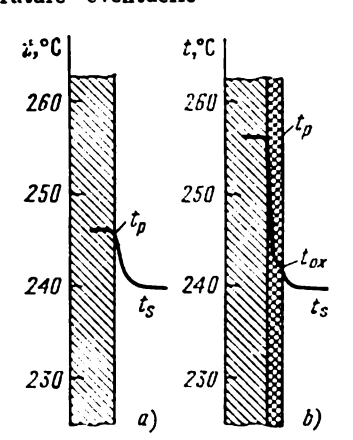


Fig. 9.1. Problème 9.13.

Réponse.

Pour l'ébullition à une surface propre, $t_p = 245$ °C. En présence d'une

pellicule d'oxyde, $t_p \approx 255$ °C. La distribution correspondante des températures est visualisée sur la figure 9.1.

Solution.

a) Si la surface du tube est propre, la différence des températures de la surface et du liquide bouillant $t_p - t_s \approx q/\alpha$, et le coefficient de transmission de chaleur qui figure dans cette relation se calcule d'après la formule (9.1, a) ou (9.1, b).

Pour $p = 3{,}3$ MPa, $t_s = 239{,}2$ °C; $l_* = 0{,}0699 \cdot 10^{-6}$ m; $l_*/r\rho''\nu = 0{,}0163 \times 10^{-6}$ m²/W; $\lambda = 0{,}629$ W/(m·°C); $\mathrm{Pr_h} = 0{,}87$.

Le nombre

$$\mathrm{Re}_* = \frac{ql_*}{r\rho''\nu} = 1{,}75 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0163 \cdot 10^{-6} = 2{,}86 \cdot 10^{-3}.$$

Puisque $\mathrm{Re}_* < 10^{-2}$, le nombre Nu_* est donné par (9.1, b)

$$\mathrm{Nu}_* = 0{,}0625\, \mathrm{Re}_*^{0{,}5} \mathrm{Pr}^{1/3} = 0{,}0625\, (2{,}86 \cdot 10^{-3})^{0{,}5} (0{,}87)^{1/3} = 3{,}19 \cdot 10^{-3}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha = \mathrm{Nu}_* \frac{\lambda}{l_*} = 3{,}19 \cdot 10^{-3} \frac{0{,}629}{0{,}0669 \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^4 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}$$

et la chute de température cherchée

$$t_p - t_s = \frac{q}{\alpha} = \frac{1{,}75 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^4} = 5{,}83 \text{ °C},$$

d'où

$$t_p = 5{,}83 + 239{,}2 \approx 245 \text{ °C}.$$

b) Compte tenu de la résistance thermique supplémentaire de la pellicule d'oxyde, $t_p - t_s = q/k$, où, comme pour une paroi plane, on adopte approximativement

$$k \approx \frac{1}{\frac{1}{\alpha'} + R}$$

et utilisant les conditions du problème $\alpha' = 2{,}5\alpha = 2{,}5 \cdot 3 \cdot 10^4 = 7{,}5 \cdot 10^4$ W/(m²·°C), on obtient

$$k = \frac{1}{\frac{1}{7{,}5 \cdot 10^4} + 7{,}75 \cdot 10^{-5}} = 1{,}1 \cdot 10^4 \text{ W/(m}^2\text{·°C)};$$

$$t_p - t_s = \frac{q}{k} = \frac{1{,}75 \cdot 10^5}{1{,}1 \cdot 10^4} = 15{,}9 \text{ °C};$$

$$t_p = 15{,}9 + 239{,}2 \approx 255 \text{ °C}.$$

9.14. Résoudre le problème 9.13 sous la condition qu'à la surface du tube la densité du flux thermique devient deux fois plus grande ($q = 3{,}5 \cdot 10^5$ W/m²), alors que les autres données restent inchangées.

Réponse.

Dans le cas d'une surface propre, la chute de température deviendra $\sqrt{2}$ fois plus grande et $t_p \approx 247{,}4$ °C.

En présence de la pellicule d'oxyde, $t_p \approx 270$ °C.

9.15. Dans un tube de diamètre intérieur $d = 18$ mm circule l'eau bouillante à la vitesse $w = 1$ m/s. L'eau se trouve sous une pression $p = 8 \cdot 10^5$ Pa.

Calculer le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à l'eau bouillante, si la température de la surface intérieure du tube $t_p = 173$ °C.

Réponse.

$$\alpha = \alpha_w = 8040 \text{ W/(m}^2\text{·°C)}.$$

Solution.

Dans le cas du mouvement forcé d'un liquide en ébullition dans des tubes, lorsque le chauffage du liquide est poussé jusqu'à la température de saturation, le coefficient de transmission de chaleur peut se calculer d'après les formules [11]

$$\text{pour } \frac{\alpha_b}{\alpha_w} \leqslant 0{,}5, \quad \alpha = \alpha_w ; \qquad (9.4,a)$$

$$\text{pour } \frac{\alpha_b}{\alpha_w} \geqslant 2, \quad \alpha = \alpha_b ; \qquad (9.4,b)$$

$$\text{pour } 0{,}5 \leqslant \frac{\alpha_b}{\alpha_w} \leqslant 2, \quad \frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_b}{5\alpha_w - \alpha_b}, \qquad (9.4,c)$$

où α est le coefficient de transmission de chaleur pour la circulation forcée d'un liquide bouillant dans des tubes; α_b, le coefficient de transmission de chaleur pour une ébullition nuclée évoluée dans un grand volume, défini par les formules (9.1,a), (9.1,b) et (9.2,a), (9.2,b); α_w, le coefficient de transmission de chaleur pour le mouvement turbulent dans des tubes d'un liquide monophasé défini par la formule (5.7).

Les formules (9.4, a-c) sont justifiées pour l'eau sous la pression $p = 1 \cdot 10^5$ à $86 \cdot 10^5$ Pa, aux vitesses de 0,2 à 6,7 m/s et à titre de vapeur $\beta < 70\ \%$.

Calculons le coefficient de transmission de chaleur pour le mouvement d'un liquide monophasé α_w. Pour $p = 8 \cdot 10^5$ Pa, $t_s = 170{,}4$ °C; $\nu_f = 0{,}181 \times 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_f = 0{,}679$ W/(m·°C); $\mathrm{Pr}_f = 1{,}05$.

Pour $t_p = 173$ °C, $\mathrm{Pr}_p = 1{,}04$. Le Reynolds

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd}{\nu_f} = \frac{1 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{0{,}181 \cdot 10^{-6}} = 99\,400.$$

D'après la formule (5.7) on trouve

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}021\ \mathrm{Re}_f^{0{,}8} \mathrm{Pr}_f^{0{,}43} (\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_p)^{0{,}25} =$$

$$= 0{,}021\,(9{,}94 \cdot 10^4)^{0{,}8}\,(1{,}05)^{0{,}43} \left(\frac{1{,}05}{1{,}04}\right)^{0{,}25} = 213;$$

donc, le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha_w = \mathrm{Nu}_f \frac{\lambda_f}{d} = 213\,\frac{0{,}679}{18 \cdot 10^{-3}} = 8040\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Calculons le coefficient de transmission de chaleur pour l'ébullition nuclée dans un grand volume α_b.

Pour $t_s = 170{,}4$ °C, on tire du tableau 9.1,

$$l_* = 1{,}07 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m};$$

$$\frac{\lambda}{r\rho''\nu} = 44{,}2 \cdot 10^{-2}\ 1/{}^\circ\mathrm{C};$$

$$\Delta t = t_p - t_s = 173 - 170{,}4 = 2{,}6\ {}^\circ\mathrm{C};$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''\nu} = 44{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}6 = 1{,}15;$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''\nu}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 1{,}15 \cdot (1{,}05)^{1/3} = 1{,}17 < 1{,}6.$$

Calculons d'après la formule (9.2,b)

$$\mathrm{Nu}_* = 3{,}91 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''\nu}\right) \mathrm{Pr}^{2/3} = 3{,}91 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}15\,(1{,}05)^{2/3} = 4{,}67 \cdot 10^{-3}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur

$$\alpha_b = Nu_* \frac{\lambda}{l_*} = 4,67 \cdot 10^{-3} \frac{0,679}{1,07 \cdot 10^{-6}} = 2960 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

Déterminons le rapport des coefficients de transmission de chaleur α_b/α_w:

$$\frac{\alpha_b}{\alpha_w} = \frac{2960}{8040} = 0,368.$$

Puisque $\alpha_b/\alpha_w < 0,5$, (9.4, a) entraîne que l'intensité de l'échange de chaleur est complètement déterminée par le mouvement forcé et $\alpha = \alpha_w = 8040 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C)$.

9.16. Calculer le coefficient de transmission de chaleur pour la circulation de l'eau bouillante dans un tube suivant l'énoncé du problème 9.15, si les températures de la surface intérieure du tube t_p sont 175 et 180 °C.

Réponse.

Pour $t_p = 175$ °C, $\alpha = 9150 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C)$;
pour $t_p = 180$ °C, $\alpha = 25\,200 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C)$.

Solution.

a) $t_p = 175$ °C. Dans le cas du mouvement d'un liquide monophasé pour les températures différentes de la paroi, le coefficient de transmission de chaleur change seulement sous l'effet de la variation différente des propriétés du liquide suivant la section du courant, ce qui est traduit par la correction $(Pr_f/Pr_p)^{0,25}$. Pour $t_p = 175$ °C, $Pr_p = 1,03$, et tout comme dans les conditions du problème 9.15, $(Pr_f/Pr_p)^{0,25} \approx 1$. D'après la résolution du problème 9.15,

$$\alpha_w = 8040 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

Calculons le coefficient de transmission de chaleur pour le cas de l'ébullition nucléée dans un grand volume

$$\Delta t = t_p - t_s = 175 - 170,4 = 4,6 \ {}^\circ C;$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r \rho'' \nu} = 4,6 \cdot 44,2 \cdot 10^{-2} = 2,03.$$

Puisque $\frac{\lambda \Delta t}{r \rho'' \nu} > 1,6$, le calcul se fait d'après la formule (9.2, a)

$$Nu_* = 2,63 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\lambda \Delta t}{r \rho'' \nu} \right)^{1,86} Pr^{0,952} =$$

$$= 2,63 \cdot 10^{-3} (2,03)^{1,86} (1,05)^{0,952} = 1,017 \cdot 10^{-2};$$

$$\alpha_b = Nu_* \frac{\lambda}{l_*} = 1,017 \cdot 10^{-2} \frac{0,679}{1,07 \cdot 10^{-6}} = 6450 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C).$$

Le rapport

$$\frac{\alpha_b}{\alpha_w} = \frac{6450}{8040} = 0,8.$$

Puisque $0,5 < \alpha_b/\alpha_w < 2$, d'après (9.4, c) l'intensité de l'échange de chaleur est déterminée aussi bien par le mouvement forcé du liquide que par le processus d'ébullition et

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_b}{5\alpha_w - \alpha_b} = \frac{4 + 0,8}{5 - 0,8} = 1,14;$$

donc $\alpha = 1,14$, $\alpha_w = 1,14 \cdot 8040 = 9150 \ W/(m^2 \cdot {}^\circ C)$.

b) Avec $t_p = 180$ °C, $\mathrm{Pr}_p = 1{,}00$ et tout comme dans le cas « a » on peut admettre

$$\alpha_w = 8040 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Déterminons le coefficient de transmission de chaleur pour l'ébullition nuclée dans un grand volume

$$\Delta t = t_p - t_s = 180 - 170{,}4 = 9{,}6 \ {}^\circ\mathrm{C}$$

et tout comme dans le cas « a »,

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho'' \nu} \mathrm{Pr}^{1/3} > 1{,}6,$$

donc,

$$\alpha_b = \alpha_{b,\,a} \left(\frac{\Delta t_b}{\Delta t_a}\right)^{1,86} = 6450 \left(\frac{9{,}6}{4{,}6}\right)^{1,86} = 25\,200 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Le rapport

$$\frac{\alpha_b}{\alpha_w} = \frac{25\,200}{8040} \approx 3{,}14 > 2.$$

D'après (9.4, b), dans ce cas l'intensité de l'échange de chaleur est complètement déterminée par le processus d'ébullition et

$$\alpha = \alpha_b = 25\,200 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

9.17. Dans un tube de diamètre intérieur $d = 38$ mm circule l'eau bouillante à la vitesse $w = 1$ m/s. L'eau se trouve sous une pression $p = 2{,}8$ MPa.

Déterminer la charge thermique q, W/m², et le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à l'eau bouillante, si la température de la surface intérieure du tube $t_p = 236{,}9$ °C.

Réponse.

$$q = 2 \cdot 10^5 \ \mathrm{W/m^2}; \quad \alpha = \alpha_b = 2{,}9 \cdot 10^4 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

9.18. Calculer la température t_p de la surface intérieure du tube où se déplace l'eau bouillante, si la charge thermique subie par la paroi $q = 4{,}5 \times 10^5$ W/m², la vitesse et la pression de l'eau étant $w = 4$ m/s et $p = 1{,}57$ MPa, et le diamètre intérieur du tube, $d = 12$ mm.

Réponse.

$$\Delta t = 10 \ {}^\circ\mathrm{C}; \quad t_p = 210{,}4 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

9.19. Calculer le coefficient de transmission de chaleur et la température de la surface intérieure du tube de diamètre $d = 38$ mm lors de l'ébullition de l'eau si la densité du flux thermique $q = 2 \cdot 10^5$ W/m², la vitesse de l'eau $w = 1$ m/s et sa pression $p = 2{,}8$ MPa.

Réponse.

$$\alpha = 29\,000 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}; \quad t_p = 237 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

9.20. Comment changera le coefficient de transmission de chaleur lors de l'ébullition de l'eau dans un tube de diamètre $d = 20$ mm, la charge thermique subie par la surface de chauffe augmentant de $q = 5 \cdot 10^4$ à $q = 1 \cdot 10^5$ W/m², si la vitesse de l'eau $w = 5$ m/s et sa pression $p = 2 \cdot 10^5$ Pa.

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur ne changera pas. Dans les deux cas $\alpha = 25\,600$ W/(m²·°C).

9.21. Déterminer la valeur de l'intensité du flux thermique pour laquelle,

dans les conditions du problème 9.20, le processus d'ébullition du liquide commence à intervenir dans l'intensité d'échange de chaleur.

Réponse.

$$q = 1{,}15 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2.$$

9.22. Comment changera le coefficient de transmission de chaleur lors de l'ébullition de l'eau dans un tube de diamètre $d = 38$ mm, la vitesse de l'eau étant poussée de $w = 0{,}3$ m/s à 3 m/s, si la charge thermique subie par la surface de chauffe est $q = 2{,}5 \cdot 10^5$ W/m² et la pression de l'eau $p = 7{,}5$ MPa.

Réponse.

Le coefficient de transmission de chaleur ne changera pas. Dans les deux cas $\alpha = 60\,000$ W/(m²·°C).

9.23. Déterminer la vitesse de l'eau pour que dans les conditions du problème 9.22 le mouvement forcé intervienne dans l'intensité de l'échange de chaleur.

Réponse.

$$w = 6 \text{ m/s}.$$

CHAPITRE 10

ÉCHANGE DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT ENTRE LES CORPS SOLIDES SÉPARÉS PAR UN MILIEU TRANSPARENT

10.1. Calculer le pouvoir émissif de la surface solaire, si sa température est de 5700 °C et les conditions de rayonnement sont proches de celles d'un corps noir. Calculer également la longueur d'onde à laquelle on observera l'intensité spectrale maximale et la quantité générale d'énergie radiative émise par le Soleil par unité de temps, si on peut admettre que le diamètre du Soleil est égal à $1{,}391 \cdot 10^9$ m.

Réponse.

$E_0 = 72{,}2 \cdot 10^6$ W/m²; $\lambda_{max} = 0{,}485\mu$; $Q = 4{,}38 \cdot 10^{26}$ W.

10.2. La température de la surface d'une pièce d'acier est $t_p = 727$ °C et son degré de noirceur $\varepsilon_p = 0{,}7$. On peut admettre que la surface émissive est grise.

Calculer la densité du rayonnement propre de la surface de la pièce et la longueur d'onde à laquelle correspond la valeur maximale de l'intensité spectrale du rayonnement.

Réponse.

$$E = 3{,}97 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2; \quad \lambda_{max} = 2{,}898\mu.$$

10.3. Trouver la valeur maximale de l'intensité spectrale du rayonnement pour les conditions des problèmes 10.1 et 10.2.

Réponse.

$$J_{0\lambda_{max}} = 9{,}94 \cdot 10^{13} \text{ W/m}^3; \quad J_{\lambda_{max}} = 9{,}15 \cdot 10^9 \text{ W/m}^3.$$

10.4. Déterminer la part du rayonnement d'une source noire, réfléchie par la surface polie de l'aluminium porté à $t = 250$ °C, si l'on sait qu'à cette température le pouvoir émissif de la surface $E = 170$ W/m². La température de la source de rayonnement noir est égale à celle de la surface d'aluminium.

Réponse.

$$R = 0{,}96.$$

10.5. La température de la surface d'un corps qu'on peut considérer comme gris est égale à 827 °C. A cette température la valeur maximale de l'intensité spectrale du rayonnement

$$J_{\lambda_{max}} = 1{,}37 \cdot 10^{10} \text{ W/m}^2.$$

Calculer le degré de noirceur du corps et la longueur d'onde à laquelle l'intensité spectrale du rayonnement est maximale.

Réponse.

$$\varepsilon = 0{,}65; \quad \lambda_{max} = 2{,}634\ \mu.$$

10.6. Le pyromètre optique prévu pour la mesure des températures élevées fonctionne en comparant la brillance du corps envisagé avec celle d'un filament. L'appareil est étalonné d'après le rayonnement d'une source noire; il donne donc la température qu'aurait un corps noir de même brillance que le corps testé. Dans le pyromètre on utilise le filtre optique rouge ($\lambda = 0{,}65\ \mu$).

Quelle est la température réelle du corps, si le pyromètre enregistre la température de 1400 °C et le degré de noirceur du corps à $\lambda = 0{,}65\ \mu$ est égal à 0,6?

Réponse.

$$t = 1467\ °C.$$

Solution.

La brillance du corps testé

$$B_\lambda = \frac{J_\lambda}{\pi} = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon_\lambda c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1},$$

où T est la température absolue (en K) du corps testé.

La brillance du corps noir

$$B_{0\lambda} = \frac{J_{0\lambda}}{\pi} = \frac{1}{\pi} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T_0} - 1},$$

où T_0 est la température absolue en K du corps noir; à $B_\lambda = B_{0\lambda}$, c'est la température enregistrée par le pyromètre.

Puisque dans notre cas $c_2/\lambda T_0 = 13{,}2$, $e^{c_2/\lambda T_0}$ est sensiblement supérieur à l'unité. Donc, par rapport à $e^{c_2/\lambda T}$, on peut négliger l'unité au dénominateur des formules.

La condition $B_\lambda = B_{0\lambda}$ entraîne

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{\lambda}{c_2} \ln \frac{1}{\varepsilon_\lambda},$$

d'où

$$T = \frac{1}{\frac{1}{T_0} - \frac{\lambda}{c_2} \ln \frac{1}{\varepsilon_\lambda}} = \frac{1}{\frac{1}{1673} - \frac{0{,}65 \cdot 10^{-6}}{1{,}439 \cdot 10^{-2}} \cdot 2{,}31 \lg \frac{1}{0{,}6}} = 1740\ \text{K}.$$

La température du corps

$$t = 1740 - 273 = 1467\ °C.$$

10.7. Un pyromètre optique à filtre rouge (cf. problème 10.6) a energistré la température $t_0 = 1600$ °C.

Trouver le degré de noirceur du corps testé pour $\lambda = 0{,}65\ \mu$, si on sait que sa température réelle $t = 1700$ °C.

Réponse.

$$\varepsilon_\lambda = 0{,}55.$$

10.8. La température d'un corps est mesurée par deux pyromètres optiques à filtres différents. Le filtre optique du premier est rouge ($\lambda_1 = 0{,}65\ \mu$), et du deuxième, vert ($\lambda_2 = 0{,}50\ \mu$). Les températures lues sur les pyromètres sont respectivement $t_{01} = 1400$ °C et $t_{02} = 1420$ °C.

Calculer la température réelle et le degré de noirceur du corps en admettant qu'il est gris.

Réponse.

$$t = 1492\ °C; \quad \varepsilon = 0{,}71.$$

Solution.

En appliquant les formules de la résolution du problème 10.6, on peut

écrire:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{T_{01}}-\frac{1}{T}&=\frac{\lambda_1}{c_2}\ln\frac{1}{\varepsilon_{\lambda 1}}\,;\\ \frac{1}{T_{02}}-\frac{1}{T}&=\frac{\lambda_2}{c_2}\ln\frac{1}{\varepsilon_{\lambda 2}}\,.\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

Pour un corps gris $\varepsilon_{\lambda_1}=\varepsilon_{\lambda_2}=\varepsilon$. Le système (1) permet de tirer l'expression de T et ε:

$$T=\frac{\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}-1}{\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\dfrac{1}{T_{02}}-\dfrac{1}{T_{01}}}\,;\qquad(2)$$

$$\ln\varepsilon=\frac{c_2\,(T_{01}-T_{02})}{T_{01}T_{02}\,(\lambda_1-\lambda_2)}\,.\qquad(3)$$

En portant dans (2) et (3) les valeurs données, on obtient

$T=1765$ K; $t=1492$ °C; $\varepsilon=0{,}71$.

10.9. Etablir la relation entre le pouvoir émissif dans une demi-sphère et dans la direction normale d'une surface de cuivre oxydé chauffée à 130 °C, si

a) dans les limites de l'angle $0<\varphi<60°$ le rayonnement du cuivre oxydé vérifie la loi de Lambert, le degré de noirceur du rayonnement orienté dans cet intervalle étant $\varepsilon_\varphi=0{,}8$;

b) dans les limites de l'angle $60°<\varphi<90°$ est absorbé 67 % du rayonnement incident dans ces directions émis par le corps noir de même température que la surface du cuivre oxydé.

Note. φ est l'angle entre une direction arbitraire et la normale à la surface.

Réponse.

$$\varepsilon/\varepsilon_{\varphi=0}=0{,}96.$$

Solution. Le pouvoir émissif relatif dans une demi-sphère (degré de noirceur) est par définition

$$\varepsilon=\frac{E}{E_0}.$$

Le pouvoir émissif du cuivre oxydé dans la demi-sphère s'exprime à l'aide de l'intensité du rayonnement

$$E=\int\limits_{(2\pi)}J_\varphi\,d\omega=\int\limits_{(\omega_1)}J_\varphi\,d\omega+\int\limits_{(2\pi-\omega_1)}J_\varphi\,d\omega,$$

où ω_1 est l'angle solide qui délimite la permanence du degré de noirceur du rayonnement orienté.

En retenant que $J_\varphi=\varepsilon_\varphi J_{0\varphi}$ et $J_{0\varphi}=B_0\cos\varphi$ (B_0 est la brillance du corps noir), l'intégrale première peut s'écrire

$$\int\limits_{(\omega_1)}J_\varphi\,d\omega=\varepsilon_\varphi B_0\int\limits_{(\omega_1)}\cos\varphi\,d\omega.$$

D'après la loi de Kirchhoff, l'intégrale deuxième est

$$\int\limits_{(2\pi-\omega_1)}J_\varphi\,d\omega=A'\int\limits_{(2\pi-\omega_1)}J_{0\varphi}\,d\omega=A'B_0\int\limits_{(2\pi-\omega_1)}\cos\varphi\,d\omega,$$

où A' est le pouvoir absorbant rapporté à tout le rayonnement noir incident dans l'angle solide $2\pi-\omega_1$.

Puisque $d\omega = \sin\varphi\, d\varphi\, d\vartheta$, il vient

$$E = \varepsilon_\varphi B_0 \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin\varphi \cos\varphi\, d\varphi + A' B_0 \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi \cos\varphi\, d\varphi =$$

$$= \varepsilon_\varphi B_0 \frac{3}{4}\pi + A' B_0 \frac{1}{4}\pi.$$

D'après la loi de Lambert $E_0 = B_0\pi$. On obtient finalement:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_\varphi B_0 \frac{3}{4}\pi + A' B_0 \frac{1}{4}\pi}{B_0\pi} = \varepsilon_\varphi \frac{3}{4} + A' \frac{1}{4} = 0{,}8\frac{3}{4} + 0{,}67\frac{1}{4} = 0{,}7675.$$

Le pouvoir émissif relatif dans la direction normale $\varepsilon_{\varphi=0} = \varepsilon_\varphi = 0{,}8$. La relation cherchée

$$\varepsilon/\varepsilon_{\varphi=0} = 0{,}7675/0{,}8 = 0{,}96.$$

10.10. Une surface couverte d'une couche de noir de lampe émet dans la direction normale par unité de l'angle solide une énergie rayonnante $J_{\varphi=0} = 1{,}87\cdot10^3$ W/(m²·°C). Pour le rayonnement noir le pouvoir absorbant de la suie est égal à 0,96. Calculer la température de cette surface en admettant que pour le noir de lampe la loi de Lambert est justifiée.

Réponse.

$$t = 300\ °\mathrm{C}.$$

10.11. Calculer la densité du flux radiatif solaire qui frappe un plan normal aux rayons du Soleil, placé au-delà de l'atmosphère terrestre. On sait que le rayonnement du Soleil est proche de celui du corps noir porté à la température $t_0 = 5700$ °C. Le diamètre du Soleil $D = 1{,}391\cdot10^6$ km, sa distance de la Terre $l = 149{,}5\cdot10^6$ km.

Réponse.

$$E_{\mathrm{inc}} = 1550\ \mathrm{W/m^2}.$$

Solution.

La densité du flux radiatif solaire incident est définie par la formule

$$E_{\mathrm{inc}} = B d\omega,$$

où B est la brillance du rayonnement solaire; $d\omega$, l'angle solide qui délimite la vue du Soleil à partir d'une aire unitaire.

La brillance du rayonnement solaire

$$B = \frac{E_0}{\pi} = \frac{C_0\left(\frac{T_0}{100}\right)^4}{\pi}.$$

L'angle solide

$$d\omega = \frac{\pi\frac{D^2}{4}}{l^2}.$$

En tenant compte de ces relations,

$$E_{\mathrm{inc}} = \frac{C_0\left(\frac{T_0}{100}\right)^4 \pi D^2}{\pi 4 l^2} = \frac{5{,}67\,(59{,}73)^4\, 1{,}391^2}{4\cdot149{,}4^2} = 1550\ \mathrm{W/m^2}.$$

10.12. Un satellite artificiel en forme de sphère contourne la Terre en restant à sa surface du jour. Le pouvoir absorbant de la surface du satellite par rapport au rayonnement solaire incident est A, son degré de noirceur ε.

Calculer la température de la surface du satellite.

Admettre que le satellite ne comporte pas à l'intérieur de sources de chaleur et que la température de sa surface est partout la même. Le rayonnement solaire réfléchi par la Terre et le rayonnement propre de la Terre ne sont pas pris en considération.

Réponse.

$$T = 288 \sqrt[4]{\frac{A}{\varepsilon}}, \text{ K};$$

$$t = 288 \sqrt[4]{\frac{A}{\varepsilon}} - 273\,°\text{C}.$$

Solution.

A l'état stationnaire la quantité d'énergie rayonnante absorbée par le satellite et la quantité d'énergie qu'il émet dans l'espace sont les mêmes, c'est-à-dire

$$AE_{\text{inc}}F_N = \varepsilon C_0 F \left(\frac{T}{100}\right)^4,$$

où F_N est la projection de la surface irradiée du satellite sur le plan normal au rayonnement incident; F, la surface du satellite. Pour une sphère

$$\frac{F_N}{F} = \frac{\pi d^2}{4\pi d^2} = \frac{1}{4}.$$

La densité du flux radiatif incident $E_{\text{inc}} = 1550$ W/m² (cf. problème 10.11). Finalement, la température du satellite

$$T = 100 \sqrt[4]{\frac{AE_{\text{inc}}F_N}{\varepsilon C_0 F}} = 100 \sqrt[4]{\frac{A \cdot 1550}{\varepsilon \cdot 5{,}67 \cdot 4}} = 288 \sqrt[4]{\frac{A}{\varepsilon}}.$$

10.13. Résoudre le problème 10.12 en admettant que le métal de la surface est tel que $A = 0{,}2$ et $\varepsilon = 0{,}1$.

Réponse.

$$t = 70\,°\text{C}.$$

10.14. Calculer la température de la surface du satellite du problème 10.12 en supposant que cette surface est grise.

Réponse.

$$t = 15\,°\text{C}.$$

10.15. Trouver quel doit être, dans les conditions du problème 10.12, le rapport du pouvoir absorbant de la surface du satellite pour le rayonnement solaire incident, au degré de noirceur pour que la température de la surface soit égale à 30 °C.

Réponse.

$$A/\varepsilon = 1{,}225.$$

10.16. Un vaisseau spatial lancé à partir de la Terre se dirige vers Vénuf. La distance de Vénus au Soleil est de $108{,}1 \cdot 10^6$ km, et de la Terre au Soleil, de $149{,}5 \cdot 10^6$ km. Près de la Terre la température de la surface du vaisseau est t_1, °C.

Comment changera cette température lorsque le vaisseau s'approchera de Vénus, si on admet qu'avec la variation de la température du vaisseau le degré de noirceur de la surface ne change pas?

Réponse.

$$t_2 = (1{,}18t_1 + 48)\,°\text{C}.$$

Solution.

La température de la surface du vaisseau près de la Terre et près de Vénus se calcule d'après les équations

$$\varepsilon C_0 F\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 = AE_{\text{inc}1}F_N;$$

$$\varepsilon C_0 F\left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = AE_{\text{inc}2}F_N,$$

d'où

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \frac{E_{\text{inc}2}}{E_{\text{inc}1}} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2.$$

Par conséquent,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{149,5}{108,1}} = 1,18;$$

$$t_2 + 273 = (t_1 + 273)\,1,18;$$

$$t_2 = (1,18t_1 + 48),\ ^\circ\text{C}.$$

10.17. Le maçonnage du foyer d'une chaudière à vapeur est en briques de chamotte, son revêtement extérieur, en tôles d'acier. La distance entre le revêtement et le maçonnage est de 30 mm et on peut admettre qu'elle est petite par rapport aux parois du foyer.

Calculer les pertes de chaleur dans le milieu ambiant par unité de surface en unité de temps, le régime d'échange de chaleur radiatif entre les surfaces du maçonnage et du revêtement étant stationnaire. La température de la surface extérieure du maçonnage $t_1 = 127$ °C, celle du revêtement en acier, $t_2 = 50$ °C. Le degré de noirceur de la chamotte, $\varepsilon_{\text{ch}} = 0,8$ et des tôles d'acier, $\varepsilon_a = 0,6$.

Réponse.

$$E_{\text{d}1} = q_{1,2} = 435\ \text{W/m}^2.$$

Solution.

Le révêtement et le maçonnage en briques peuvent être envisagés comme deux surfaces planes parallèles infinies séparées par un milieu transparent. Pour un tel système de corps le rayonnement résultant se calcule d'après la formule

$$E_{\text{d}1} = q_{1,2} = \varepsilon_{\text{réd}} C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \tag{10.1}$$

où le degré de noirceur réduit

$$\varepsilon_{\text{réd}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\dfrac{1}{0,8} + \dfrac{1}{0,6} - 1} = 0,522.$$

Alors

$$E_{\text{d}1} = 0,522\cdot 5,67\left[\left(\frac{127+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{50+273}{100}\right)^4\right] = 435\ \text{W/m}^2.$$

10.18. Calculer les valeurs des rayonnements propres efficaces réfléchi et incident pour les surfaces du maçonnage en briques de chamotte et le revêtement en acier de l'énoncé du problème 10.17.

Réponse.

$$E_{\text{pr}1} = 1161\ \text{W/m}^2, \qquad E_{\text{pr}2} = 370\ \text{W/m}^2;$$

$$E_{\text{ef}1} = 1342\ \text{W/m}^2, \qquad E_{\text{pr}2} = 907\ \text{W/m}^2;$$

$$E_{\text{ref}1} = 181\ \text{W/m}^2, \qquad E_{\text{ref}2} = 537\ \text{W/m}^2;$$

$$E_{\text{inc}1} = 907\ \text{W/m}^2, \qquad E_{\text{inc}2} = 1342\ \text{W/m}^2.$$

Solution.

Le rayonnement propre se calcule d'après la loi de Stefan-Boltzmann

$$E_{pr} = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4.$$

Pour le mur de chamotte

$$E_{pr1} = 0{,}8 \cdot 5{,}67 \left(\frac{127+273}{100}\right)^4 = 1161 \text{ W/m}^2;$$

pour le revêtement d'acier

$$E_{pr2} = 0{,}6 \cdot 5{,}67 \left(\frac{50+273}{100}\right)^4 = 370 \text{ W/m}^2.$$

Rayonnement efficace

$$E_{ef} = \frac{1}{A}\,[E_{pr} - (1-A)\,E_d].$$

Le processus étant stationnaire, $E_{d1} = E_{d2}$. La résolution du problème 10.17 donne $E_{d1} = 435$ W/m². Il vient, donc,

$$E_{ef1} = \frac{E_{pr1}}{\varepsilon_1} - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) E_{d1} = \frac{1161}{0{,}8} - \left(\frac{1}{0{,}8} - 1\right) 435 = 1340 \text{ W/m}^2;$$

$$E_{ef2} = \frac{E_{pr2}}{\varepsilon_2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) E_{d1} = \frac{370}{0{,}6} + \left(\frac{1}{0{,}6} - 1\right) 435 = 907 \text{ W/m}^2.$$

Pour le système envisagé

$$E_{inc1} = E_{ef2} = 907 \text{ W/m}^2;$$
$$E_{inc2} = E_{ef1} = 1342 \text{ W/m}^2.$$

Le rayonnement réfléchi

$$E_{ref} = (1 - A)\,E_{inc}.$$

En y portant les valeurs correspondantes, on obtient

$$E_{ref1} = (1 - A_1)\,E_{inc1} = (1 - 0{,}8)\,907 = 181 \text{ W/m}^2;$$
$$E_{ref2} = (1 - A_2)\,E_{inc2} = (1 - 0{,}6)\,1340 = 537 \text{ W/m}^2.$$

10.19. Comment changeront les pertes de chaleur q_{ray}, W/m², dans le milieu ambiant et le flux radiatif efficace E_{ef1}, W/m², si entre le maçonnage et le revêtement du foyer du problème 10.17 on place un écran en acier à degré de noirceur $\varepsilon_{ec} = 0{,}6$?

Réponse.

$$E_{ef1} = q_{ray1} = 196 \text{ W/m}^2;$$
$$E_{ef1} = 1400 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

Dans le cas général, en présence de n écrans de protection contre le rayonnement thermique, le flux thermique en W/m² s'écrit

$$q_{ray} = \frac{C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{A_1} + 2\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{A_{eci}} + \frac{1}{A_2} - (n+1)}. \qquad (10.2)$$

En présence d'un seul écran ($n = 1$)

$$q_{ray} = \frac{C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + 2\left(\frac{1}{A_{ec}} - 1\right)}.$$

En y portant les données de l'énoncé du problème et en adoptant $A = \varepsilon$, on obtient

$$q_{ray}=\frac{5,67\left(\frac{127+273}{100}\right)^4-\left(\frac{50+273}{100}\right)^4}{\frac{1}{0,8}+\frac{1}{0,6}+2\left(\frac{1}{0,6}-1\right)}=196\ \text{W/m}^2.$$

Le rayonnement efficace est fourni par la restriction $q_{ray1} = E_{d1}$ (d'après l'énoncé du problème)

$$E_{ef1}=\frac{1}{A_1}\left[E_{pr}-(1-A_1)E_{d1}\right]=\frac{1161}{0,8}-\left(\frac{1}{0,8}-1\right)\cdot 196=1400\ \text{W/m}^2.$$

10.20. Quel doit être le degré de noirceur d'un écran pour qu'en présence d'un écran de protection entre le maçonnage et le revêtement d'acier les pertes thermiques par rayonnement dans le milieu ambiant ne dépassent pas 60 W/m²? Les autres restrictions sont celles du problème 10.17.

Réponse.

$\varepsilon_{ec} = 0,143$.

10.21. Un lingot d'acier est chargé dans un four à moufle électrique à température des parois $t_2 = 1000$ °C. Le degré de noirceur du lingot $\varepsilon_1 = 0,8$ (en moyenne pendant le chauffage) et celui de la paroi en chamotte du four, $\varepsilon_2 = 0,8$. La surface du four F_2 qui participe à l'échange de chaleur radiatif est sensiblement supérieure à la surface du lingot F_1: $F_1 \ll F_2$.

Calculer la densité du flux radiatif en fonction de la température du lingot en cours de son chauffage et tracer la courbe de cette relation.

Faire les calculs pour les températures suivantes:

$t_1 = 20, 100, 300, 500$ et 700 °C.

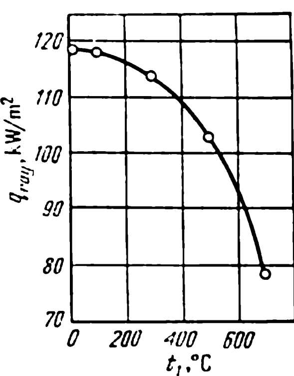


Fig. 10.1. Problème 10.21.

Réponse.

t_1, °C	20	100	300	500	700
q_{ray}, kW/m²	118,8	118,2	114,2	102,9	78,5

La courbe de la relation $q_{ray} = f(t_1)$ est représentée sur la figure 10.1.

Solution.

Pour un système fermé de deux corps dont l'un (à surface F_1) se trouve dans la cavité de l'autre (à surface F_2) la densité du flux radiatif du premier corps se calcule d'après la formule

$$q_{ray}=\frac{C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)}. \qquad (10.3)$$

Pour notre cas, lorsque $F_1/F_2 \approx 0$, on obtient

$$q_{ray}=\varepsilon_1 C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad (10.4)$$

En portant les valeurs de ε_1, C_0 et T_1 dans la formule (10.4), on obtient l'expression de la valeur absolue de la densité du flux radiatif sous la forme

$$q_{ray}=0,8\cdot 5,67\left[\left(\frac{1273}{100}\right)^4-\left(\frac{T_1}{100}\right)^4\right]=4,536\left[26\,260-\left(\frac{T_1}{100}\right)^4\right].$$

Les résultats des calculs ultérieurs sont donnés par la réponse.

10.22. Calculer la densité du flux radiatif émis par les parois d'un four à moufle vers la surface du lingot d'acier de l'énoncé du problème 10.21, si le rapport des surfaces qui participent à l'échange de chaleur radiatif est $F_1/F_2 = 1/5$.

Réponse.

t_1, °C	20	100	300	500	700
q_{ray}, kW/m²	114,2	113,6	109,8	98,9	75,5

10.23. Le degré de noirceur d'un fil de tungstène, établi à la température de 2000 °C, est $\varepsilon = 0,3$.

Déterminer le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement qu'avait la surface du fil à cette température, si la surface protectrice avait la température de 20 °C. La surface du fil est petite par rapport à celle de protection.

Réponse.

$$\alpha_{ray} = 230 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

10.24. Un récipient cylindrique prévu pour la conservation de l'oxygène liquide a des parois doubles couvertes d'une couche d'argent dont le coefficient d'absorption $A_1 = A_2 = 0,02$. A la surface extérieure de la paroi intérieure la température $t_1 = -183$ °C, et à la surface intérieure de la paroi extérieure, $t_2 = 20$ °C. La distance entre les parois est petite et on peut admettre que la surface F_1 est égale à la surface F_2.

Calculer le flux thermique défini par l'échange de chaleur radiatif, qui pénètre dans le récipient à travers les parois, si la surface émettrice de chaleur $F = 0,157$ m².

Réponse.

$$Q_{ray} = 0,66 \text{ W}.$$

10.25. La température à la surface de la tubulure d'échappement d'un surchauffeur de vapeur de haute pression est $t_p = 500$ °C.

Calculer les pertes de chaleur par échange radiatif par 1 m de tubulure non isolée, si le diamètre extérieur de la tubulure $d = 275$ mm, le coefficient d'absorption $A_p = 0,8$ et la température des protections $t_2 = 30$ °C.

Réponse.

$$q_{ray\,l} = 13,7 \text{ kW/m}.$$

10.26. Calculer les pertes de chaleur par unité de longueur de la tubulure du problème 10.25 à condition que sa surface est entourée d'un écran d'acier de diamètre $d_{ec} = 325$ mm à coefficient d'absorption $A_{ec} = 0,7$. Le transfert de chaleur de la surface de l'écran à la protection extérieure est dû aussi bien au rayonnement qu'à la convection libre. Le transfert de chaleur par convection et conductivité thermique entre les surfaces de la tubulure et de l'écran peut être négligé.

Le coefficient de transmission de chaleur par convection à la surface de l'écran $\alpha = 29$ W/(m²·°C). Comparer les résultats obtenus avec la réponse au problème 10.25.

Réponse.

$$q^{ec}_{ray\,l} = 8,75 \text{ kW/m}; \quad q_{ray\,l}/q^{ec}_{ray\,l} = 1,565.$$

Solution.

La température de l'écran est donnée par l'équation du bilan d'énergie

$$\frac{\pi d C_0 \left[\left(\frac{T_p}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{A_p} + \frac{F_p}{F_{ec}}\left(\frac{1}{A_{ec}} - 1\right)} = \pi d_{ec} A_{ec} C_0 \left[\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] +$$

$$+ \pi\, d_{ec} \alpha\, (t_{ec} - t_2).$$

Le coefficient d'absorption réduit du système tubulure-écran

$$A_{red}=\frac{1}{\frac{1}{A_p}+\frac{F_p}{F_{ec}}\left(\frac{1}{A_{ec}}-1\right)}=\frac{1}{\frac{1}{0,8}+\frac{0,275}{0,325}\left(\frac{1}{0,7}-1\right)}=0,62.$$

Portons les valeurs connues dans l'équation du bilan d'énergie

$$0,275\cdot 0,62\cdot 5,67\left[\left(\frac{773}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4\right]=$$

$$=0,325\cdot 0,7\cdot 5,67\left[\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4-\left(\frac{303}{100}\right)^4\right]+$$

$$+0,325\cdot 29\,(t_{ec}-30),$$

d'où

$$3842,4=2,26\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4+9,42t_{ec}.$$

Le plus commode est de résoudre les équations de cette sorte par la méthode graphique. Désignons $3842,4 - 9,42\ t_{ec} = Y_1$ et

$$2,26\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4=Y_2.$$

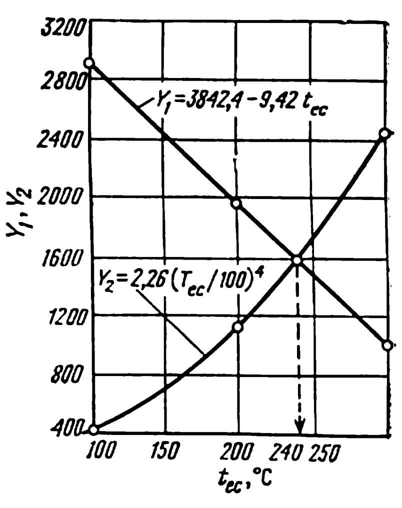


Fig. 10.2. Problème 10.26.

Menons les calculs pour les températures de l'écran t_{ec} = 100, 200, 300 °C. Les résultats sont consignés sur le tableau suivant:

Y	t_{ec}, °C		
	100	200	300
$Y_1=3842,4-9,42\ t_{ec}$	2905,6	1963	1020
$Y_2=2,26\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4$	437	1129	2436

et visualisés par la figure 10.2. D'après les courbes on trouve t_{ec} = 240 °C.

Le flux radiatif émis par unité de longueur de la tubulure

$$q_{ray\,l}^{ec}=\pi\, dA_{red}C_0\left[\left(\frac{T_p}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4\right]=3,14\cdot 0,275\cdot 0,62\cdot 5,67\times$$

$$\times\left[\left(\frac{773}{100}\right)^4-\left(\frac{513}{100}\right)^4\right]=8,75\ \text{kW/m}.$$

Comparons les pertes de la tubulure dénudée et de la tubulure engainée:

$$\frac{q_{ray\,l}}{q_{ray\,l}^{ec}}=\frac{13,7}{8,75}=1,565.$$

La pose d'un écran a rendu les pertes 1,5 fois plus faibles.

10.27. Comment changeront les pertes de chaleur par rayonnement par 1 m de la tubulure, si dans les conditions du problème 10.26 l'écran d'acier est remplacé par un écran de même diamètre constitué d'une feuille d'aluminium à coefficient d'absorption $A_{ec} = 0{,}05$? Toutes les autres conditions sont celles du problème 10.26. Comparer les résultats avec les pertes de la tubulure dénudée du surchauffeur de vapeur (problème 10.25).

Réponse.

$$q^{ec}_{ray\,l} = 0{,}975 \text{ kW/m}; \quad q_{ray\,l}/q^{ec}_{ray\,l} = 14{,}1.$$

10.28. Une conduite de vapeur de diamètre extérieur $d = 200$ mm repose dans un grand local à température de l'air $t_f = 30$ °C. La température de la surface de la conduite $t_{p1} = 400$ °C. Déterminer les pertes de chaleur par rayonnement et convection par unité de longueur de la conduite de vapeur.

Le degré de noirceur de la surface de la conduite $\varepsilon = 0{,}8$. La température des murs du local peut être adoptée égale à celle de l'air, c'est-à-dire $t_{p2} = 30$ °C.

Calculer également les pertes de chaleur correspondantes de la conduite chauffée jusqu'à 200 °C.

Réponse.

Pour $t_{p1} = 400$ °C, $\quad q_l^{ray} = 5600$ W/m; $\quad q_l^{conv} = 1970$ W/m;

$$q_l^{ray}/q_l^{conv} = 2{,}84.$$

Pour $t_{p1} = 200$ °C, $\quad q_l^{ray} = 1185$ W/m; $\quad q_l^{conv} = 750$ W/m;

$$q_l^{ray}/q_l^{conv} = 1{,}58.$$

Solution.

Les pertes thermiques par rayonnement

$$q_l^{ray} = \varepsilon C_0 \pi d \left[\left(\frac{T_{p1}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{p2}}{100}\right)^4 \right].$$

Pour $t_{p1} = 400$ °C

$$q_l^{ray} = 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2\ (6{,}73^4 - 3{,}03^4) = 5{,}6 \cdot 10^3 \text{ W/m}.$$

Pour $t_{p1} = 200$ °C

$$q_l^{ray} = 2{,}85\ (4{,}73^4 - 3{,}03^4) = 1{,}185 \cdot 10^3 \text{ W/m}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur par convection se calcule d'après la formule (7.1) pour un tube horizontal

$$\text{Nu}_f = 0{,}50\ (\text{Gr Pr})_f^{1/4}.$$

Dans le premier cas

$$(\text{Gr Pr})_f = \frac{g\beta_f \Delta t d^3}{\nu_f^2} \text{Pr}_f = \frac{9{,}81 \cdot 370 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{303 \cdot 2{,}56 \cdot 10^{-10}} = 2{,}62 \cdot 10^8.$$

Dans le deuxième cas

$$(\text{Gr Pr})_f = 2{,}62 \cdot 10^8 \frac{170}{370} = 1{,}2 \cdot 10^8.$$

Les nombres de Nüsselt et les coefficients de transmission de chaleur

$$\text{Nu}_f = 0{,}50\ (2{,}62 \cdot 10^8)^{1/4} = 63{,}5;$$

$$\text{Nu}_{f2} = 0{,}50 \cdot (1{,}2 \cdot 10^8)^{1/4} = 52{,}3;$$

$$\alpha_1 = \text{Nu}_{f1} \frac{\lambda_f}{d} = 63{,}5 \frac{2{,}68 \cdot 10^{-2}}{0{,}2} = 8{,}5 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)};$$

$$\alpha_2 = 7{,}0 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Les pertes thermiques par convection
pour $t_{p1} = 400$ °C,

$$q_l^{conv} = \alpha_1 \pi\, d\, (t_p - t_f) = 8{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 370 = 1970 \text{ W/m};$$

pour $t_{p1} = 200$ °C,

$$q_l^{conv} = 7{,}0 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 170 = 750 \text{ W/m}.$$

10.29. Dans un local la température de l'air est mesurée avec un thermomètre à mercure qui montre 27 °C. La température des murs du local est de 25 °C.

Evaluer l'erreur de lecture du thermomètre, due à l'échange de chaleur radiatif entre le thermomètre et les parois du local, et la température réelle de l'air, en admettant que le degré de noirceur du verre vaut 0,94 et le coefficient de transmission de chaleur de l'air à la surface du thermomètre 5 W/(m²·°C).

Réponse.

L'erreur est égale à 3 °C; $t_f = 30$ °C.

10.30. Deux plaques placées dans le vide sont portées l'une à la température de 127 °C et l'autre, à 327 °C. Elles ont le même degré de noirceur égal à 0,8. Les plaques parallèles sont séparées par un écran à degré de noirceur 0,05.

Calculer la densité du flux thermique qui traverse l'écran et la température de ce dernier.

Réponse.

$$q = 146 \text{ W/m}^2; \quad t = 254 \text{ °C}.$$

10.31. Trouver le nombre d'écrans qu'il faut placer entre deux surfaces planes parallèles pour que le flux radiatif de l'une d'elles vers l'autre devienne 79 fois plus faible.

Admettre qu'après la pose des écrans la température des surfaces ne change pas.

Le degré de noirceur des écrans 0,05, et celui des surfaces, 0,8.

Réponse.

3 écrans.

10.32. Pour diminuer les pertes de chaleur d'un four à chauffer on l'a entouré d'un écran d'acier. Les dimensions du four sont grandes par rapport à la distance entre sa surface extérieure et l'écran.

Les mesures ont montré que la température de la surface extérieure du maçonnage du four est de 107 °C, et celle de l'écran d'acier, 57 °C.

Trouver la densité du flux radiatif de la surface du maçonnage vers l'écran, en admettant que le degré de noirceur du maçonnage et de l'écran est respectivement 0,85 et 0,75.

Réponse.

$$q_{ray} = 342 \text{ W/m}^2.$$

10.33. Quel doit être le degré de noirceur de l'écran protecteur d'une tubulure de surchauffeur de vapeur pour que les pertes par rayonnement de la surface de la tubulure ne dépassent pas 580 W/m², et la température à la surface de l'écran ne dépasse pas 70 °C? Le diamètre de l'écran protecteur est de 325 mm, le coefficient de transmission de chaleur par convection de la surface extérieure de l'écran $\alpha = 11{,}6$ W/(m²·°C) et la température du milieu ambiant et des protections $t_2 = 30$ °C.

Réponse.

$$\varepsilon_{ec} = 0{,}34.$$

10.34. La température $t_1 = 800$ °C d'un fil de tungstène de diamètre $d = 3$ mm et de longueur $l = 200$ mm d'une installation expérimentale prévue pour la mesure du degré de noirceur des corps est maintenue constante en absorbant 20 W de puissance électrique. La surface de la chambre à vide où l'on place le fil est grande par rapport à la surface du fil. Pendant l'expérience la

température de la surface des parois de la chambre à vide est maintenue constante, $t_2 = 20$ °C.

Déterminer le degré de noirceur du fil de tungstène à la température de 800 °C.

Réponse.

$$\varepsilon_1 = 0{,}132.$$

10.35. Calculer le degré de noirceur d'un fil de tungstène aux températures 1000, 1500 et 2000 °C, si pour les maintenir il a fallu absorber une puissance électrique de 45, 234 et 834 W respectivement. Tracer la courbe de la relation entre le degré de noirceur et la température.

Réponse.

$$\varepsilon_1' = 0{,}16; \quad \varepsilon_1'' = 0{,}22; \quad \varepsilon_1''' = 0{,}29.$$

La relation $\varepsilon_1 = f(t)$ est visualisée sur la figure 10.3.

10.36. Dans un canal où circule du gaz chaud la température est mesurée à l'aide d'un thermocouple (fig. 10.4). Dans les conditions d'un régime thermique stationnaire les lectures du couple donnent $t_1 = 300$ °C; la température de la paroi $t_2 = 200$ °C.

Calculer l'erreur de mesure de la température du gaz due à l'échange de

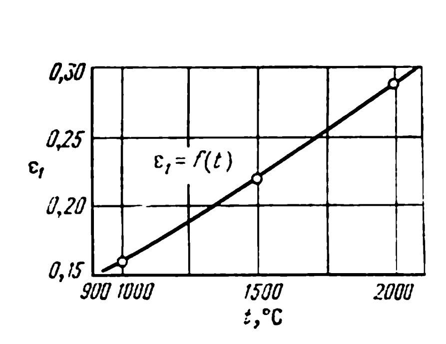


Fig. 10.3. Problème 10.35.

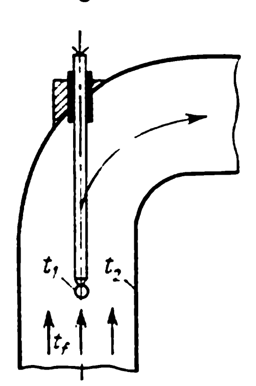


Fig. 10.4. Problème 10.36.

chaleur radiatif entre le globule du couple et la paroi du canal, ainsi que la température réelle du gaz. Pour le degré de noirceur du globule adopter $\varepsilon_1 = 0{,}8$, et pour le coefficient de transmission de chaleur du gaz à la surface du globule, $\alpha = 58$ W/(m²·°C).

Réponse.

L'erreur est égale à 45,5 °C; $t_f = 345{,}5$ °C.

Solution.

Composons l'équation du bilan thermique du globule du thermocouple. Ce dernier émet la chaleur par rayonnement

$$Q = F_1 \varepsilon_1 C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

et absorbe la chaleur par convection

$$Q = F_1 \alpha (t_f - t_1).$$

En régime stationnaire

$$\alpha (t_f - t_1) = \varepsilon_1 C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Portons dans cette équation les valeurs connues pour obtenir

$$t_f - t_1 = \frac{0{,}8 \cdot 5{,}67}{58}\left[\left(\frac{300+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{200+273}{100}\right)^4\right] = 45{,}5\ ^\circ\mathrm{C}.$$

La température réelle du gaz

$$t_f = 300 + 45{,}5 = 345{,}5\ ^\circ\mathrm{C}.$$

10.37. Quelle sera l'erreur de mesure de la température d'un courant de gaz, si à la suite d'un calorifugeage soigné de la conduite de gaz la température de ses parois extérieures devient $t_2 = 250\ ^\circ\mathrm{C}$. Les autres restrictions restent celles du problème 10.36.

Réponse.

L'erreur est égale à 23,5 °C; $t_f = 323{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$.

10.38. Dans une conduite de gaz de diamètre $D = 500$ mm la température du gaz chaud est mesurée avec une thermistance de diamètre $d_1 = 5$ mm engainée par un écran cylindrique de diamètre $d_2 = 10$ mm (fig. 10.5). La thermistance donne $t_1 = 300\ ^\circ\mathrm{C}$ et le degré de noirceur des surfaces de la thermistance et de l'écran $\varepsilon_1 = \varepsilon_{ec} = 0{,}8$.

Calculer l'erreur de mesure et la température réelle du gaz, si le coefficient de transmission de chaleur à la surface de la thermistance et à celle de l'écran $\alpha = 58$ W/(m²·°C). Comparer les résultats avec la réponse au problème 10.36.

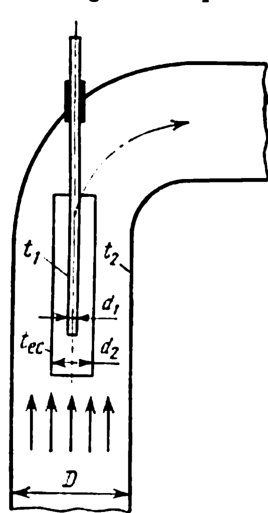


Fig. 10.5. Problème 10.38.

Réponse.

$t_f = 309\ ^\circ\mathrm{C}$; l'erreur de mesure est devenue environ 5 fois plus petite et fait 9 °C.

Solution.

Composons l'équation du bilan thermique

a) pour la thermistance

$$\alpha\pi d_1 (t_f - t_1) = \frac{\pi d_1 C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{d_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{ec}} - 1\right)}; \qquad \text{(a)}$$

b) pour l'écran

$$\alpha\pi d_1 (t_f - t_1) + 2\alpha\pi d_2 (t_f - t_{ec}) = \pi d_2 \varepsilon_{ec} C_0\left[\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad \text{(b)}$$

Cette dernière équation rend compte que la surface de l'écran est petite par rapport à celle de la conduite qui l'entoure, puisque $d_2 \ll D$.

Les équations (a) et (b) entraînent

$$t_f = \frac{C_0}{\alpha}\,\frac{\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{d_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{ec}} - 1\right)} + t_1$$

et

$$t_f = \frac{2\alpha d_2 t_{ec} + \alpha d_1 t_1 + d_2 \varepsilon_{ec} C_0\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4 - d_2 \varepsilon_{ec} C_0\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{2 d_2 \alpha + \alpha d_1}.$$

En portant les valeurs connues dans les dernières équations, on obtient

$$t_f = 377 - 0{,}071\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4$$

et

$$t_f = 44{,}3 + 0{,}0314\left(\frac{T_{ec}}{100}\right)^4 + 0{,}8t_{ec}.$$

Les valeurs calculées pour différentes températures de l'écran $t_f = f_1(t_{ec})$ et $t_f = f_2(t_{ec})$ sont visualisées sur la figure 10.6 et consignées sur le tableau suivant :

t_f	t_{ec}, °C			
	240	260	280	300
$t_f = f_1(t_{ec})$	327,6	323,6	315,1	305,8
$t_f = f_2(t_{ec})$	258,0	275,8	295,6	315,4

La courbe de la figure 10.6 permet d'établir que la température réelle du gaz $t_f = 309$ °C.

L'erreur de mesure de la température du gaz 309 — 300 = 9 °C.

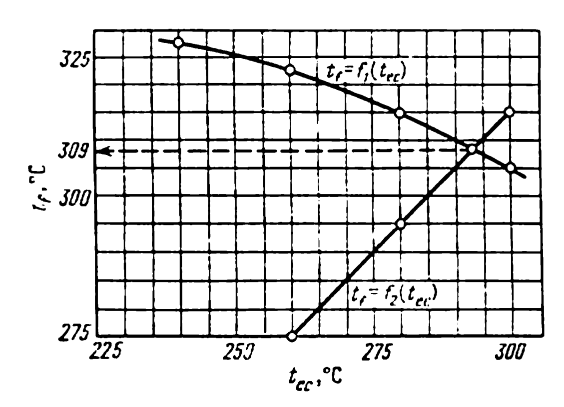


Fig. 10.6. **Problème 10.38.**

10.39. Calculer le coefficient angulaire et le flux thermique lors de l'échange de chaleur radiatif entre deux bandes parallèles distantes de $h = 3$ m. Les bandes ont la même largeur $a_1 = a_2 = 2$ m, leur longueur est grande par rapport à la largeur (fig. 10.7). Le degré de noirceur des bandes $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}8$ et les températures de leurs surfaces $t_1 = 500$ °C et $t_2 = 200$ °C.

Réponse.

$$\bar{\varphi}_{1,2} = \bar{\varphi}_{2,1} = 0{,}3; \quad Q_{ray} = 9050 \text{ W/m}.$$

Solution.

Pour deux bandes parallèles de même largeur les coefficients angulaires

$\bar{\varphi}_{1,2} = \bar{\varphi}_{2,1}$ se calculent d'après l'équation [4]:

$$\bar{\varphi}_{1,2}=\sqrt{1+\left(\frac{h}{a}\right)^2}-\frac{h}{a}.$$

En y portant les valeurs numériques des grandeurs connues, on obtient:

$$\bar{\varphi}_{1,2}=\sqrt{1+\left(\frac{3}{2}\right)^2}-\frac{3}{2}=0,3.$$

Le flux thermique rapporté à l'unité de longueur d'une bande se calcule d'après l'équation [4]

$$Q_{ray}=\varepsilon_{red}C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]\bar{H},$$

où

$$\varepsilon_{red}=\frac{1}{1+\bar{\varphi}_{1,2}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)+\bar{\varphi}_{2,1}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)}=\frac{1}{1+2\cdot 0,3\left(\frac{1}{0,8}-1\right)}=0,87;$$

H est la surface d'échange radiatif mutuelle par 1 m de bande

$$\bar{H}_1 = \bar{H}_2 = \bar{\varphi}_{1,2}F_1 = 0,3\cdot 2\cdot 1 = 0,6 \text{ m}^2/\text{m}.$$

Il vient

$$Q_{ray}=0,87\cdot 5,67\left[\left(\frac{500+273}{100}\right)^4-\left(\frac{200+273}{100}\right)^4\right]0,6=9050 \text{ W/m}.$$

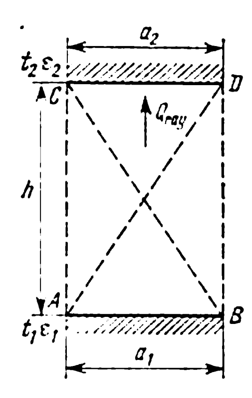


Fig. 10.7. Problème 10.39.

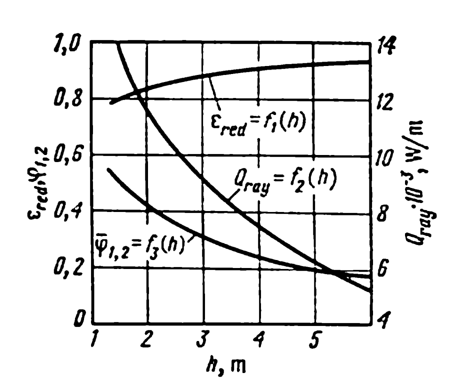


Fig. 10.8. Problème 10.40.

10.40. Comment changeront le coefficient angulaire, le degré de noirceur réduit et le flux thermique, si les bandes envisagées dans le problème 10.39 sont séparées l'une de l'autre par une distance h_1 = 1,5 m et h_2 = 6 m?

Tracer la courbe de la relation entre $\bar{\varphi}_{1,2}$, ε_{red}, Q_{ray} et la distance entre les bandes.

Réponse.

Pour h_1 = 1,5 m, $\bar{\varphi}_{1,2}$ = 0,5; ε_{red} = 0,8; Q_{ray} = 13,9 kW/m;
pour h_2 = 6 m, $\bar{\varphi}_{1,2}$ = 0,16; ε_{red} = 0,926; Q_{ray} = 5,15 kW/m.

Les courbes de la relation entre les grandeurs correspondantes et h sont représentées sur la figure 10.8.

10.41. Déterminer les coefficients angulaires et les surfaces d'échange radiatif mutuelles entre les parois du canal à section droite en forme de triangle équilatéral à côtés $a = b = c$ = 2 m.

Réponse.

$$\bar{\varphi}_{1,2} = \bar{\varphi}_{2,1} = \bar{\varphi}_{2,3} = \bar{\varphi}_{3,2} = \bar{\varphi}_{1,3} = \bar{\varphi}_{3,1} = \frac{1}{2};$$

$$\bar{H}_{1,2} = \bar{H}_{2,1} = \bar{H}_{2,3} = \bar{H}_{3,2} = \bar{H}_{1,3} = \bar{H}_{3,1} = 1 \text{ m}^2/\text{m}.$$

10.42. Calculer les coefficients angulaires et les surfaces d'échange radiatif mutuelles entre les parois du canal dont la section droite a la forme d'un triangle isocèle à côtés a) $b = c = 2a$; b) $b = c = 3a$. Dans les deux cas $a = 2$ m.

Réponse.

a) $\bar{\varphi}_{ab} = \bar{\varphi}_{ac} = \frac{1}{2}$;

$\bar{\varphi}_{ba} = \bar{\varphi}_{ca} = \frac{1}{4}$;

$\bar{\varphi}_{bc} = \bar{\varphi}_{cb} = \frac{3}{4}$;

$$\bar{H}_{ab} = \bar{H}_{ba} = \bar{H}_{ac} = \bar{H}_{ca} = 1 \text{ m}^2/\text{m}; \quad \bar{H}_{bc} = \bar{H}_{cb} = 3 \text{ m}^2/\text{m}.$$

b) $\bar{\varphi}_{ab} = \bar{\varphi}_{ac} = \frac{1}{2}$; $\quad \bar{\varphi}_{ba} = \bar{\varphi}_{ca} = \frac{1}{6}$; $\quad \bar{\varphi}_{bc} = \bar{\varphi}_{cb} = \frac{5}{6}$;

$$\bar{H}_{ab} = \bar{H}_{ba} = \bar{H}_{ac} = \bar{H}_{ca} = 1 \text{ m}^2/\text{m};$$

$$\bar{H}_{bc} = \bar{H}_{cb} = 5 \text{ m}^2/\text{m}.$$

10.43. Calculer la valeur du flux radiatif entre deux disques noirs placés l'un vis-à-vis de l'autre dans des plans parallèles. La température du premier disque $t_1 = 500$ °C, et du deuxième, $t_2 = 200$ °C. Les disques sont de même diamètre $d_1 = d_2 = 200$ mm et la distance qui les sépare $h = 400$ mm.

Réponse.

$$\bar{\varphi}_{1,2} = \bar{\varphi}_{2,1} = 0{,}055; \quad Q_{\text{ray}} = 30 \text{ W}.$$

Solution.

Le coefficient angulaire de l'échange radiatif pour le système de corps envisagé se calcule d'après l'équation [24]:

$$\bar{\varphi}_{1,2} = 1 + 2\left(\frac{h}{d}\right)^2 - 2\frac{h}{d}\sqrt{1 + \left(\frac{h}{d}\right)^2}.$$

En y portant les valeurs numériques connues, on obtient

$$\bar{\varphi}_{1,2} = 1 + 2\left(\frac{400}{200}\right)^2 - 2\frac{400}{200}\sqrt{1 + \left(\frac{400}{200}\right)^2} = 0{,}055.$$

Puisque les disques sont de mêmes dimensions, $\bar{\varphi}_{1,2} = \bar{\varphi}_{2,1}$. La surface d'échange de chaleur mutuelle est donnée par l'expression

$$\bar{H}_{1,2} = \bar{\varphi}_{1,2} F_1 = 0{,}055 \cdot 0{,}785\,(0{,}2)^2 = 1{,}73 \cdot 10^{-3} \text{m}^2.$$

Le flux radiatif du premier disque vers le deuxième

$$Q_{\text{ray}} = C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \bar{H}_{1,2} =$$

$$= 5{,}67 \left[\left(\frac{500+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{200+273}{100}\right)^4\right] \cdot 1{,}73 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ W}.$$

10.44. Comment changeront les coefficients angulaires et les flux radiatifs entre les disques du problème 10.43, si on diminue la distance entre eux de 2 fois, de 4 fois?

Tracer la courbe de la relation entre le coefficient angulaire, le flux radiatif et la distance entre les disques.

Réponse.

a) $\bar{\varphi}_{1.2} = 0,17$; $Q_{ray} = 92,6$ W;

b) $\bar{\varphi}_{1.2} = 0,382$; $Q_{ray} = 208,0$ W.

10.45. Calculer les coefficients angulaires moyens $\bar{\varphi}_{1.2}$ et $\bar{\varphi}_{2.1}$ et le flux radiatif résultant pour le cas où le diamètre du disque de plus petite température est doublé, alors que les autres restrictions sont celles du problème 10.43.

Réponse.

$$\bar{\varphi}_{1.2} = 0,194; \quad \bar{\varphi}_{2.1} = 0,0484; \quad Q_{ray1.2} = 105,9 \text{ W}.$$

Solution.

Pour le cas envisagé, lorsque $d_1 < d_2$, le coefficient angulaire moyen se calcule d'après la formule [24]

$$\bar{\varphi}_{1.2} = \frac{1}{d_1^2}\left[\sqrt{\left(\frac{d_1+d_2}{2}\right)^2 + h^2} - \sqrt{\left(\frac{d_2-d_1}{2}\right)^2 + h^2}\right].$$

En y portant les valeurs numériques connues, on obtient

$$\bar{\varphi}_{1.2} = \frac{1}{0,2^2}\left[\sqrt{\left(\frac{0,2+0,4}{2}\right)^2 + 0,4^2} - \sqrt{\left(\frac{0,4-0,2}{2}\right)^2 + 0,4^2}\right] = 0,1935;$$

$$\bar{\varphi}_{2.1} = \bar{\varphi}_{1.2}\frac{F_1}{F_2} = 0,1935\frac{d_1^2}{d_2^2} = 0,0484.$$

La surface d'échange de chaleur radiatif mutuelle

$$\bar{H}_{1.2} = \bar{\varphi}_{2.1}F_1 = 0,1935 \cdot 0,785 \cdot 0,2^2 = 0,00608 \text{ m}^2.$$

Le flux radiatif résultant

$$Q_{ray1.2} = C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]\bar{H}_{1.2} =$$

$$= 5,67\left[\left(\frac{500+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{200+273}{100}\right)^4\right]0,00608 = 105,9 \text{ W}.$$

10.46. Deux longues bandes de même largeur forment un angle α (fig. 10.9). Trouver le coefficient angulaire d'émission d'une bande vers l'autre.

Réponse.

$$\bar{\varphi}_{1.2} = 1 - \sin\frac{\alpha}{2}.$$

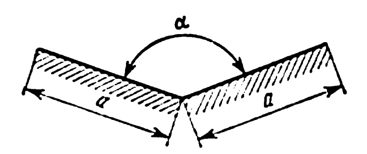


Fig. 10.9. Problème 10.46.

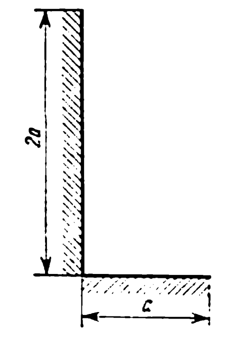


Fig. 10.10. Problème 10.47.

10.47. Deux longues bandes forment un angle droit (fig. 10.10). La largeur d'une bande est deux fois plus grande que celle de l'autre.

Trouver le coefficient angulaire de l'émission de la plus petite bande vers la plus grande.

Réponse.

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 0{,}38.$$

10.48. Calculer le coefficient d'irradiation d'un disque circulaire de rayon r_0 par une aire élémentaire dF_1, la normale à laquelle coïncide avec la normale au disque en son centre. La distance entre l'aire élémentaire et le disque est h. Pour la résolution appliquer la méthode des projections (méthode grapho-analytique).

Réponse.

$$\varphi_{1,2} = \frac{r_0^2}{r_0^2 + h^2}.$$

10.49. Les parois du foyer d'une chaudière à vapeur sont couvertes d'une angée de tubes de diamètre $d = 100$ mm et de pas $s = 120$ mm (fig. 10.11).

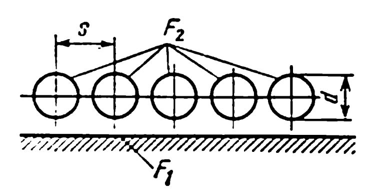


Fig. 10.11. Problème 10.49.

Les dimensions des surfaces des parois et la longueur des tubes de l'écran sont assez grandes, et la distance entre les parois et les tubes n'intervient d'aucune façon dans l'échange radiatif.

Calculer pour un tel système de corps les coefficients angulaires moyens $\overline{\varphi}_{1,2}$ et $\overline{\varphi}_{2,1}$ et les surfaces d'échange de chaleur radiatif mutuelles.

Réponse.

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 0{,}934; \quad \overline{\varphi}_{2,1} = 0{,}357;$$

$$\overline{H}_{1,2} = \overline{H}_{2,1} = 0{,}112 \text{ m}^2/\text{m}.$$

Solution.

Pour le système de corps envisagé le coefficient angulaire d'échange radiatif se calcule d'après la formule [4]:

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2} + \frac{d}{s} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1}.$$

En y portant les valeurs connues des conditions du problème, on obtient

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{100}{120}\right)^2} + \frac{100}{120} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{120}{100}\right)^2 - 1} = 0{,}934;$$

$\overline{\varphi}_{2,1}$ se calcule d'après les conditions de mutualité

$$\overline{\varphi}_{2,1} F_2 = \overline{\varphi}_{1,2} F_1,$$

d'où

$$\overline{\varphi}_{2,1} = \overline{\varphi}_{1,2} \frac{F_1}{F_2} = 0{,}934 \frac{s}{\pi d} = 0{,}357.$$

Les surfaces d'échange de chaleur mutuelles

$$\overline{H}_{1,2} = \overline{H}_{2,1} = \overline{\varphi}_{1,2} F_1 = 0{,}934 \cdot 0{,}12 = 0{,}112 \text{ m}^2/\text{m}.$$

10.50. Comment changeront les coefficients angulaires moyens et les surfaces d'échange de chaleur mutuelles, si les distances entre les axes des tubes de

l'écran envisagés dans le problème 10.49 deviennent deux, trois fois plus grandes, alors que les autres conditions restent inchangées?

Tracer la courbe de la relation entre les coefficients angulaires, les surfaces d'échange radiatif mutuelles et la distance entre les tubes; utiliser également les résultats des calculs du problème 10.49.

Réponse.

a) $\overline{\varphi}_{1,2} = 0{,}566$; $\overline{\varphi}_{2,1} = 0{,}432$; $\overline{H}_{1,2} = \overline{H}_{2,1} = 0{,}1358$ m²/m;

b) $\overline{\varphi}_{1,2} = 0{,}401$; $\overline{\varphi}_{2,1} = 0{,}460$; $\overline{H}_{1,2} = \overline{H}_{2,1} = 0{,}1445$ m²/m.

10.51. Les parois d'un foyer de four sont couvertes de deux rangées de tubes d'écran de diamètre extérieur $d = 80$ mm. Les tubes des deux rangées

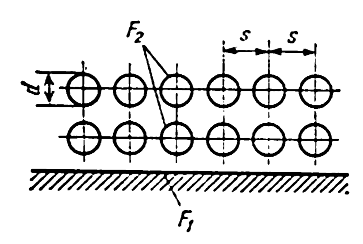


Fig. 10.12. **Problème 10.51.**

sont espacés suivant le même pas (dans le plan parallèle à la paroi) $s = 400$ mm (fig. 10.12).

Calculer le coefficient angulaire moyen de l'échange radiatif entre la surface du foyer et les tubes de l'écran.

Réponse.

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 0{,}502.$$

Solution.

Le coefficient angulaire d'échange radiatif entre la paroi et une rangée de tubes se calcule d'après la formule [24]

$$\overline{\varphi}_{1,2} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2} + \frac{d}{s} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1} =$$

$$= 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{80}{400}\right)^2} + \frac{80}{400} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{400}{80}\right)^2 - 1} = 0{,}294.$$

Pour un faisceau de tubes à plusieurs rangées

$$\overline{\varphi}'_{1,2} = 1 - (1 - \overline{\varphi}_{1,2})^n = 1 - (1 - 0{,}294)^2 = 0{,}502,$$

où n est le nombre de rangées; dans notre cas $n = 2$.

10.52. Calculer les coefficients angulaires d'échange radiatif entre une surface plane et un faisceau de tubes, si le nombre de rangées de tubes dans la direction normale à la surface de la paroi est $n = 3$, 4, 5 et 6, alors que les autres conditions sont celles du problème 10.51.

Tracer la courbe de la relation entre le coefficient angulaire d'échange radiatif $\overline{\varphi}'_{1,2}$ et le nombre de rangées n. Pour la construction utiliser les résultats des calculs du problème 10.51.

Réponse.

$n = 3$, $\overline{\varphi}'_{1,2} = 0{,}6485$;

$n = 4$, $\overline{\varphi}'_{1,2} = 0{,}752$;

$n = 5$, $\overline{\varphi}'_{1,2} = 0{,}825$;

$n = 6$, $\overline{\varphi}'_{1,2} = 0{,}8754$.

CHAPITRE 11

ÉCHANGE DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT DANS UN MILIEU ABSORBANT

11.1. Déterminer le coefficient d'atténuation du rayon par une couche de gaz carbonique d'épaisseur 30 mm, si on sait que la traversée de cette couche diminue de 90 % l'intensité spectrale du rayon.

Réponse.

$$\chi_\lambda = 76{,}7 \text{ 1/m}.$$

Solution.

Le coefficient d'atténuation du rayon dans un milieu absorbant χ_λ peut s'obtenir à partir de la loi de Bouguer

$$J_{\lambda,\,x} = J_{\lambda,\,x=0}\,e^{-\chi_\lambda x}, \qquad (11.1)$$

d'où

$$\chi_\lambda = -\frac{1}{x}\ln\frac{J_{\lambda,\,x}}{J_{\lambda,\,x=0}}. \qquad (11.2)$$

Les restrictions du problème entraînent

$$\frac{J_{\lambda,\,x}}{J_{\lambda,\,x=0}} = 0{,}1.$$

En portant les valeurs numériques tirées de l'énoncé du problème dans l'équation (11.2), on obtient

$$\chi_\lambda = -\frac{1}{3\cdot 10^{-2}}\,2{,}3\,\lg 0{,}1 = 76{,}7 \text{ 1/m}.$$

11.2. Sous la pression partielle p_1 le pouvoir absorbant d'une couche de gaz d'épaisseur l_1 est égal à $A_{\lambda 1}$.

Déterminer le pouvoir absorbant du gaz lors de la modification simultanée de l'épaisseur de la couche et de la pression partielle jusqu'à des valeurs respectives l_2 et p_2. Admettre que le gaz donné vérifie la loi de Bouguer et que la température du gaz dans les deux cas est la même.

Réponse.

$$A_{\lambda 2} = 1 - (1 - A_{\lambda 1})^{\frac{p_2 l_2}{p_1 l_1}}.$$

Solution.

D'après la loi de Bouguer le pouvoir absorbant d'un gaz à température invariable est fonction de la grandeur pl:

$$A_\lambda = 1 - e^{-k(pl)}.$$

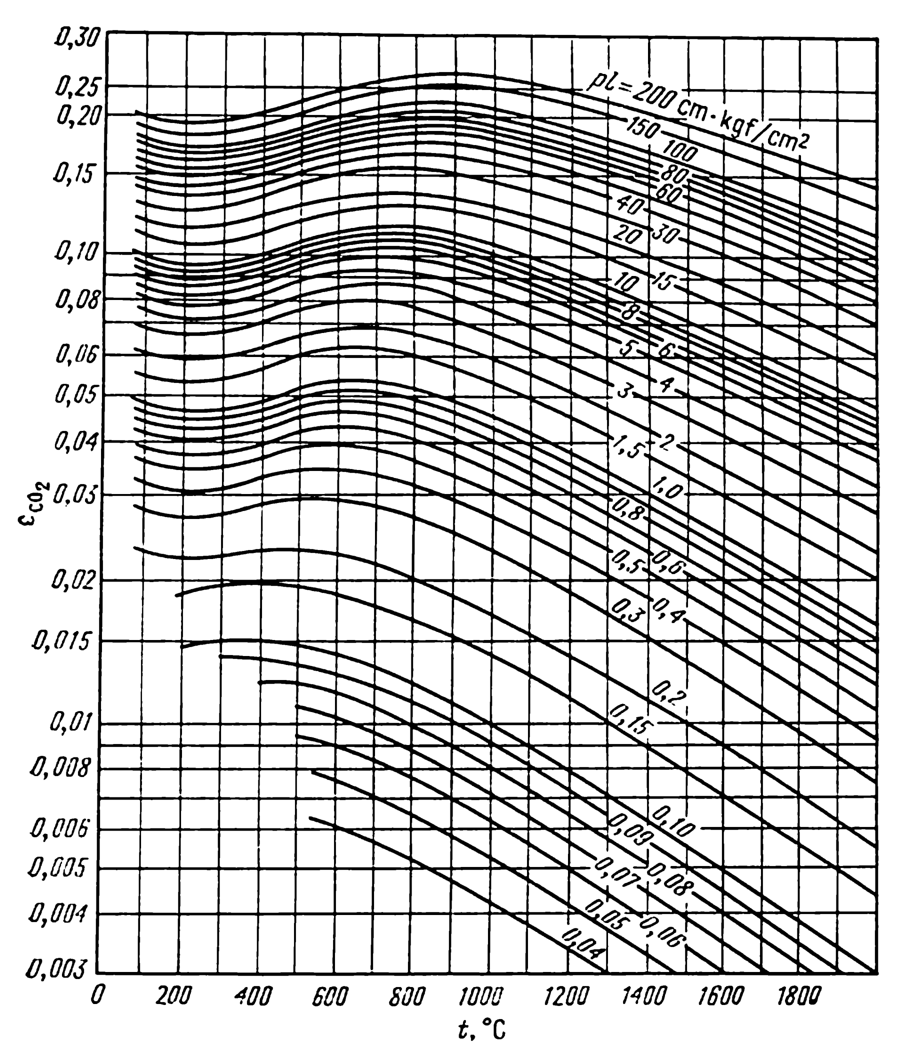


Fig. 11.1. Degré de noirceur du gaz carbonique $\varepsilon_{CO_2} = f_1(t, pl)$ [29].

Ecrivons cette égalité en l'appliquant aux conditions du problème

$$A_{\lambda 1} = 1 - e^{-k(p_1 l_1)};$$

$$A_{\lambda 2} = 1 - e^{-k(p_2 l_2)}.$$

En éliminant k des équations, on obtient

$$A_{\lambda 2} = 1 - (1 - A_{\lambda 1})^{\frac{p_2 l_2}{p_1 l_1}}.$$

11.3. Dans un tube de diamètre 200 mm et de longueur 1 m fermé des deux côtés se trouve un mélange d'air sec et de gaz carbonique. La pression totale

et la température du mélange sont respectivement 98,1 kPa et 800 °C. La pression partielle du gaz carbonique est de 9 kPa.

Calculer le degré de noirceur du mélange dans le tube.

Réponse.

$$\varepsilon = 0{,}06.$$

11.4. Dans un four à chauffer la température des gaz est constante suivant tout le volume : 1200 °C. Le volume du four $V = 12$ m³ et la surface totale du protecteur, $F = 28$ m².

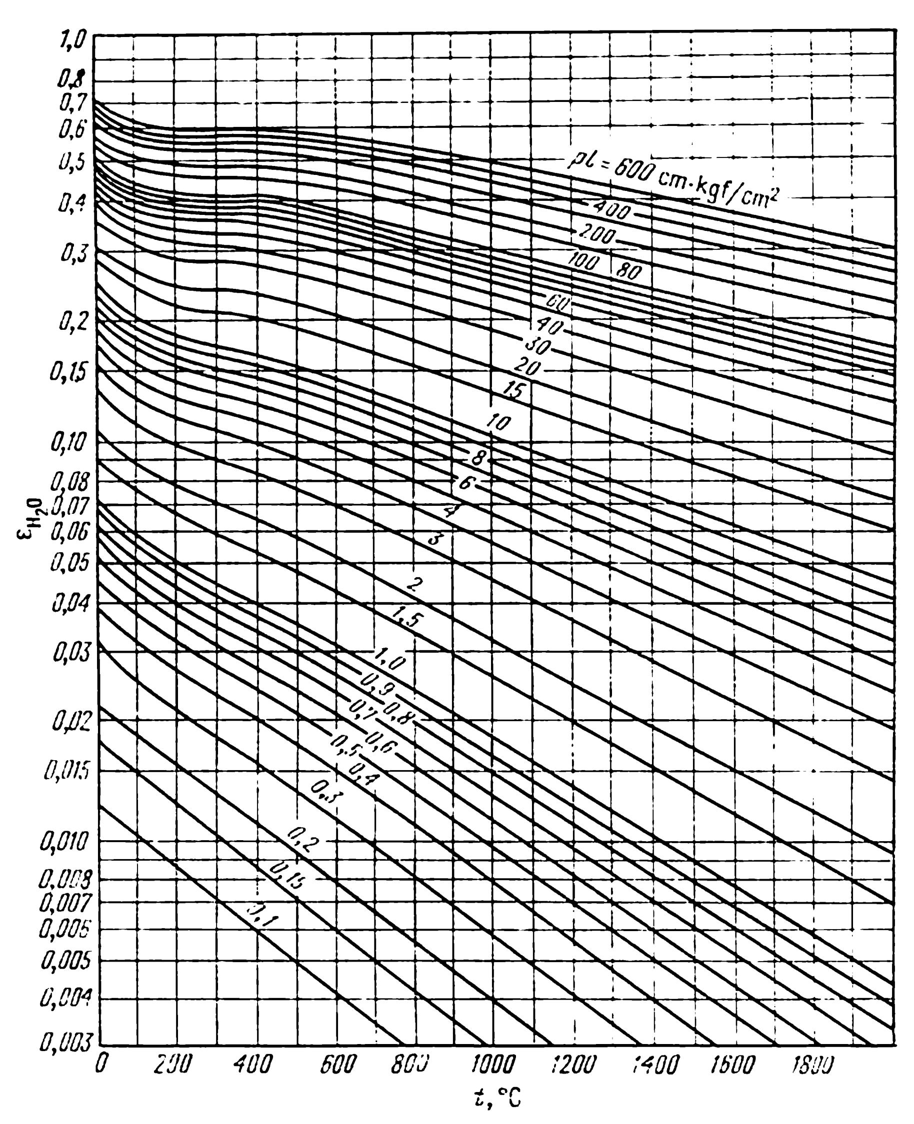


Fig. 11.2. Degré de noirceur de la vapeur d'eau $\varepsilon_{H_2O} = f_2(t, pl)$ [29].

La pression totale des produits de combustion $p = 98,1$ kPa, la pression partielle des vapeurs d'eau $p_{H_2O} = 8$ kPa et du gaz carbonique, $P_{CO_2} = 12$ kPa.

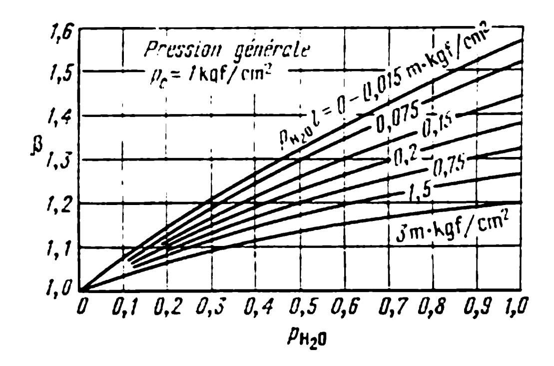


Fig. 11.3. Coefficient de correction β pour la pression partielle de la vapeur d'eau [29].

Calculer le degré de noirceur du mélange émetteur et le rayonnement propre des produits de combustion.

Réponse.

$$\varepsilon_g = 0{,}215; \quad E_{pr.g} = 57\,400 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

Dans le volume du four pour une couche de gaz le parcours moyen du rayon se calcule d'après la formule [28]

$$l = 3{,}6\,\frac{V}{F} = 3{,}6\,\frac{12}{28} = 1{,}54 \text{ m}.$$

Le produit de la pression partielle du gaz carbonique et des vapeurs d'eau par le parcours du rayon vaut

$$p_{CO_2}l = 1{,}2\cdot10^4\cdot1{,}54 = 1{,}85\cdot10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 18{,}9 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2;$$

$$p_{H_2O}l = 0{,}8\,10^4\cdot1{,}54 = 1{,}23\cdot10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 12{,}5 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2.$$

Le degré de noirceur de CO_2 et H_2O à la température des gaz $t_2 = 1200$ °C se trouve d'après les graphiques des figures 11.1 et 11.2 [29]:

$$\varepsilon_{CO_2} = 0{,}11; \quad \varepsilon_{H_2O} = 0{,}10.$$

Le degré de noirceur du mélange de gaz

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O}$$

Les graphiques de la figure 11.3 donnent la correction $\beta = 1{,}05$; alors, $\varepsilon_g = 0{,}11 + 1{,}05\cdot0{,}10 = 0{,}215$.

Le rayonnement propre des produits de combustion

$$E_{pr.g.} = \varepsilon_g C_0 \left(\frac{T_g}{100}\right)^4 = 0\ 215\cdot5{,}67 \left(\frac{1473}{100}\right)^4 = 57\,400 \text{ W/m}^2$$

11.5. Calculer le degré de noirceur et le rayonnement propre du mélange, si la température moyenne des gaz a baissé jusqu'à 1000 °C, alors que les autres conditions restent celles du problème 11.4.

Réponse.

$$\varepsilon_g = 0{,}256; \quad E_{pr.g} = 38\,200 \text{ W/m}^2.$$

11.6. Calculer le degré de noirceur et le rayonnement propre du mélange de gaz, si la pression partielle du gaz carbonique $p_{CO_2} = 10$ kPa, des vapeurs d'eau $p_{H_2O} = 10$ kPa, alors que les autres restrictions sont celles du problème 11.4.

Réponse.

$$\varepsilon_g = 0{,}220; \quad E_{pr.g} = 58\,700 \text{ W/m}^2.$$

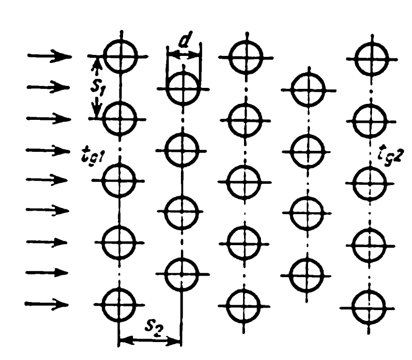


Fig. 11.4. Problème 11.7.

11.7. Calculer le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement du flux de gaz à la surface des tubes du surchauffeur d'une chaudière à vapeur, si la température du gaz à l'entrée du surchauffeur $t_{g1} = 1100$ °C et à la sortie, $t_{g2} = 800$ °C. Admettre que la température de toute la surface d'échange de chaleur $t_p = 500$ °C est constante et le degré de noirceur de la surface $\varepsilon_p = 0{,}8$. Les tubes sont arrangés en quinconce (fig. 11.4) aux pas suivant la ligne d'attaque $s_1 = 2\,d$, et en profondeur, $s_2 = 2\,d$; le diamètre extérieur des tubes $d = 38$ mm. Le gaz contient 10 % de CO_2 et 4 % de H_2O. La pression totale du gaz $p =$ $= 98{,}1$ kPa.

Réponse.

$$\alpha_{ray} = 11{,}5 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Solution.

Le parcours moyen du rayon dans l'espace entre les tubes se calcule d'après la formule [28]

$$l = 1{,}08d\left(\frac{s_1 s_2}{d^2} - 0{,}785\right) = 1{,}08\cdot 0{,}038\,(2\cdot 2 - 0{,}785) = 0{,}132 \text{ m}.$$

Les produits de la pression partielle du gaz carbonique et des vapeurs d'eau par le parcours moyen du rayon valent

$$p_{CO_2}l = 0{,}1\cdot 9{,}81\cdot 10^4\cdot 0{,}132 = 0{,}129\cdot 10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 1{,}32 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2;$$

$$p_{H_2O}l = 0{,}04\cdot 9{,}81\cdot 10^4\cdot 0{,}132 = 0{,}0518\cdot 10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 0{,}528 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2.$$

La température moyenne des gaz

$$t_g = \frac{1}{2}(t_{g1} + t_{g2}) = \frac{1}{2}(1100 + 800) = 950 \text{ °C}.$$

D'après la température moyenne des gaz nous trouvons sur les graphiques des figures 11.1 et 11.2 les degrés de noirceur de CO_2 et H_2O:

$$\varepsilon_{CO_2} = 0{,}05; \quad \varepsilon_{H_2O} = 0{,}0105.$$

La courbe de la figure 11.3 fournit la correction β pour calculer le degré de noirceur à la température moyenne des gaz

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O} = 0{,}05 + 1{,}05\cdot 0{,}0105 = 0{,}061.$$

Le pouvoir absorbant des gaz à la température de la surface des tubes

$$A_g = \varepsilon_{CO_2}\left(\frac{T_g}{T_p}\right)^{0{,}65} + \beta\varepsilon_{H_2O} =$$

$$= 0{,}056\left(\frac{950+273}{500+273}\right)^{0{,}65} + 1{,}05\cdot 0{,}021 = 0{,}0975,$$

où ε_{CO_2} et ε_{H_2O} sont donnés par les mêmes graphiques (fig. 11.1 et 11.2) pour la température de la paroi.

La charge thermique de la surface des tubes due au rayonnement

$$q_{ray} = \frac{1}{2}(\varepsilon_p + 1) C_0 \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_g}{100}\right)^4 - A_g \left(\frac{T_p}{100}\right)^4\right]. \qquad (11.3)$$

Dans le cas envisagé

$$q_{ray} = \frac{1}{2}(0{,}8+1)\cdot 5{,}67 \left[0{,}061 \left(\frac{950+273}{100}\right)^4 - \right.$$

$$\left. -0{,}0975 \left(\frac{500+273}{100}\right)^4 \right] = 5180 \text{ W/m}^2.$$

Le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement

$$\alpha_{ray} = \frac{q_{ray}}{t_g - t_p} = \frac{5180}{950-500} = 11{,}5 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

11.8. Résoudre le problème 11.7 sous la condition que la distance entre les axes des tubes suivant le bord d'attaque et en profondeur devient deux fois plus grande, c'est-à-dire $s_1 = s_2 = 4\,d$, alors que les autres données initiales ne changent pas.

Réponse.

$$\alpha_{ray} = 25{,}4 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

11.9. Résoudre le problème 11.7 sous la condition que la modification du régime de fonctionnement du four rend la pression partielle des vapeurs d'eau trois fois plus grande, alors que les autres données restent les mêmes.

Réponse.

$$\alpha_{ray} = 15{,}6 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

11.10. Le faisceau d'un grand nombre de longs tubes de diamètre extérieur $d = 60$ mm est contourné par des produits de combustion contenant 12 % de gaz carbonique et 7 % de vapeurs d'eau. La température des produits de combustion est égale à 1200 °C, et la pression totale à 98,1 kPa.

Les tubes sont arrangés en quinconce suivant les mêmes pas transversaux et longitudinaux $s_1 = s_2 = 2\,d$.

Déterminer le rayonnement propre des produits de combustion par 1 m² de la surface des tubes.

Réponse.

$$q_{pr.g} = 2{,}03\cdot 10^4 \text{ W/m}^2.$$

11.11. Calculer la part qui revient à l'échange de chaleur par rayonnement dans le processus général de transfert de chaleur par la fumée aux tubes du faisceau de la chaudière examiné dans le problème 6.13 à condition que les pas entre les tubes suivant le bord d'attaque et en profondeur $s_1 = s_2 = 3\,d$ ($d_{ext} = 80$ mm), la température moyenne des gaz dans le faisceau $t_g = 1000$ °C, la température de la surface des tubes $t_p = 400$ °C et le degré de noirceur $\varepsilon_p = 0{,}8$. La fumée contient 11 % de H_2O et 13 % de CO_2. La pression des gaz est 98,1 kPa. La composante de convection α_{conv} est donnée par la réponse au problème 6.13 (négliger la variation de α_{conv} par suite d'une valeur différente de s_1/s_2).

Réponse.

$$\alpha_{ray} = 0{,}385\,\alpha_0.$$

11.12. Calculer la densité du flux thermique conditionné par le rayonnement émis par la fumée vers la surface d'une conduite de gaz cylindrique de diamètre $d = 500$ mm. Les gaz de la fumée contiennent 10 % de CO_2 et 5 % de H_2O. La pression totale des gaz 98,1 kPa. Leur température à l'entrée de la conduite $t_{g1} = 800$ °C et à la sortie, $t_{g2} = 600$ °C, la température moyenne de la surface de la conduite $t_p = 400$ °C et le degré de noirceur de la surface, $\varepsilon_p = 0{,}85$.

Réponse.

$$q_{ray} = 4630 \text{ W/m}^2.$$

Solution.

Le parcours moyen du rayon

$$l = 0{,}9\,\frac{4V}{F} = 0{,}9\,\frac{4\frac{\pi d^2}{4}L}{\pi dL} = 0{,}9d = 0{,}45 \text{ m}.$$

A la différence du problème 11.7, dans la pratique des calculs le degré de noirceur des gaz peut être déterminé également d'après la moyenne géométrique de la température des gaz. Cette méthode est appliquée dans le cas d'une variation importante de la température dans la conduite.

La moyenne géométrique de la température dans la conduite

$$\overline{T}_g = \sqrt[4]{(T_{g1})^2\,(T_{g2})^2} = \sqrt[4]{(800+273)^2\,(600+273)^2} = 967 \text{ K};$$

$$\overline{t}_g = \overline{T}_g - 273 = 694 \text{ °C}.$$

Les produits des pressions partielles de CO_2 et H_2O par le parcours moyen du rayon sont

$$p_{CO_2}l = 0{,}1\cdot 9{,}81\cdot 10^4\cdot 0{,}45 = 0{,}442\cdot 10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 4{,}5 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2;$$

$$p_{H_2O}l = 0{,}05\cdot 9{,}81\cdot 10^4\cdot 0{,}45 = 0{,}221\cdot 10^4 \text{ m}\cdot\text{Pa} = 2{,}25 \text{ cm}\cdot\text{kgf/cm}^2.$$

A la température moyenne des gaz $\overline{t}_g = 694$ °C, on trouve d'après les figures 11.1 à 11.3:

$$\varepsilon_{CO_2} = 0{,}09; \quad \varepsilon_{H_2O} = 0{,}05 \quad \text{et} \quad \beta = 1{,}06.$$

Le degré de noirceur des gaz à leur température moyenne

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O} = 0{,}09 + 1{,}06\cdot 0{,}05 = 0{,}143.$$

Pour une température de la paroi $t_p = 400$ °C on trouve d'après les mêmes graphiques

$$\varepsilon_{CO_2} = 0{,}08 \quad \text{et} \quad \varepsilon_{H_2O} = 0{,}07.$$

Le pouvoir absorbant des gaz à la température de la paroi est donné par l'expression

$$A_g = \varepsilon_{CO_2}\left(\frac{\overline{T}_g}{T_p}\right)^{0{,}65} + \beta\varepsilon_{H_2O} = 0{,}08\left(\frac{967}{673}\right)^{0{,}65} + 1{,}06\cdot 0{,}07 = 0{,}175.$$

Le flux thermique spécifique sur la paroi de la conduite dû à l'effet du rayonnement des gaz

$$q_{ray} = \frac{1}{2}(\varepsilon_p + 1)\,C_0\left[\varepsilon_g\left(\frac{\overline{T}_g}{100}\right)^4 - A_g\left(\frac{T_p}{100}\right)^4\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}85 + 1)\cdot 5{,}67\,(0{,}143\cdot 9{,}7^4 - 0{,}175\cdot 6{,}73^4) = 4630 \text{ W/m}^2.$$

11.13. Résoudre le problème 11.12 sous la condition que la section droite du canal de la conduite de gaz a la forme d'un rectangle de côtés $a = 0{,}5$ m et $b = 1$ m. Les autres données ne changent pas.

Réponse.

$$q_{ray} = 5420 \text{ W/m}^2.$$

11.14. Résoudre le problème 11.12 sous la condition que la pression partielle de la vapeur d'eau a augmenté de deux fois, alors que les autres restrictions de l'énoncé ne changent pas.

Réponse.

$$q_{ray} = 5930 \text{ W/m}^2.$$

CHAPITRE 12

CALCUL THERMIQUE DES ÉCHANGEURS DE CHALEUR

12.1. L'huile de la nuance MC est amenée dans le refroidisseur à la température $t'_{f1} = 70$ °C pour être refroidie jusqu'à $t''_{f2} = 30$ °C. La température de l'eau refroidissante à l'entrée $t'_{f2} = 20$ °C.

Déterminer la température de l'eau à la sortie, si les débits de l'huile et de l'eau sont respectivement: $G_1 = 1 \cdot 10^4$ kg/h et $G_2 = 2{,}04 \cdot 10^4$ kg/h. Négliger les pertes de chaleur dans le milieu ambiant.

Réponse.

$$t''_{f2} = 30 \text{ °C}.$$

12.2. A quelle température sera chauffée l'eau du refroidisseur d'huile, si les débits de l'huile et de l'eau sont $G_1 = G_2$, alors que les températures t'_{f1}, t''_{f1} et t'_{f2} sont celles du problème 12.1?

Réponse.

$$t''_{f2} = 40{,}4 \text{ °C}.$$

12.3. Calculer les chutes de température moyennes logarithmiques entre les caloporteurs de l'énoncé des problèmes 12.1 et 12.2, si ces caloporteurs se déplacent par contre-courant.

Réponse.

$$\Delta t_{lg} = 21{,}7 \text{ °C et } \Delta t_{lg} = 18{,}1 \text{ °C}$$

12.4. Dans un réchauffeur d'air l'air est porté de la température $t'_{f2} = 20$ °C à $t''_{f2} = 210$ °C, alors que les gaz chauds se refroidissent de $t'_{f1} = 410$ °C à $t''_{f1} = 250$ °C.

Calculer la chute de température moyenne logarithmique entre l'air et le gaz lors de leur déplacement par courant direct et contre-courant (fig. 12.1).

Réponse.

$$\Delta t_{c.d} = 154 \text{ °C}; \quad \Delta t_{c.c} = 215 \text{ °C}.$$

12.5. Calculer la chute de température moyenne logarithmique pour les conditions du problème 12.4, si l'air et le gaz se déplacent par « courant croisé » et chaque fluide caloporteur est bien brassé dans le courant. Comparer le résultat à la réponse au problème 12.4.

Réponse.

$$\Delta t_{c.cr} = 184 \text{ °C}; \quad \Delta t_{c.c} > \Delta t_{c.cr} > \Delta t_{c.d}.$$

Indication. Dans le cas du courant croisé des fluides caloporteurs la chute de température moyenne logarithmique est

$$\Delta t_{c.cr} = \Delta t_{c.c} \varepsilon_{c.cr}, \qquad (12.1)$$

où $\Delta t_{c.c}$ est la chute de température moyenne logarithmique dans le cas du contre-courant; $\varepsilon_{c.cr}$, le coefficient de correction défini d'après le graphique (cf. fig. A. 3) en fonction des grandeurs P et R:

$$P=\frac{\delta t_{f2}}{\Delta t'}=\frac{t''_{f2}-t'_{f2}}{t'_{f1}-t'_{f2}};$$

$$R=\frac{\delta t_{f1}}{\delta t_{f2}}=\frac{t'_{f1}-t''_{f1}}{t''_{f2}-t'_{f2}}.$$

12.6. Dans un échangeur de chaleur à vapeur d'eau tubulaire la vapeur d'eau saturée sèche sous pression $p = 3{,}5\cdot10^5$ Pa est condensée à la surface

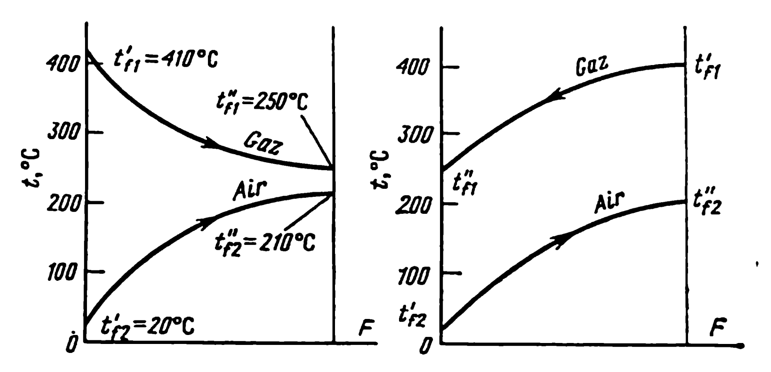


Fig. 12.1. Problème 12.4.

extérieure des tubes. L'eau qui circule dans les tubes est chauffée de $t'_{f1} = 20$ °C à $t''_{f1} = 90$ °C.

Calculer la chute de température moyenne logarithmique dans cet échangeur (fig. 12.2).

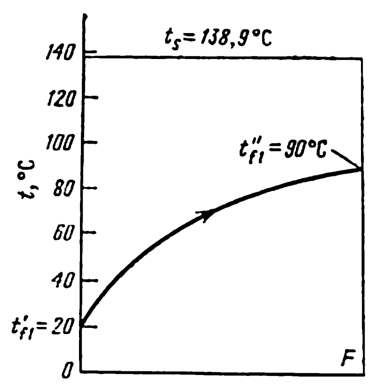


Fig. 12.2. Problème 12.6.

Réponse.

$$\Delta t_{lg} = 78{,}9\ °C.$$

12.7. Calculer le débit de vapeur de l'échangeur du problème 12.6, si le débit de l'eau $G_1 = 8$ t/h. Admettre que la surfusion du condensat n'a pas lieu.

Réponse.

$$G_2 = 1090\ \text{kg/h}.$$

12.8. Comment changera la chute de température moyenne logarithmique et le débit de vapeur dans les conditions des problèmes 12.6 et 12.7, si la pression de la vapeur est poussée à $p = 7\cdot10^5$ Pa?

Réponse.

$p = 3{,}5\cdot10^5$ Pa; $\Delta t_{lg} = 78{,}9$ °C; $G_2 = 1090$ kg/h;

$p = 7\cdot10^5$ Pa; $\Delta t_{lg} = 106$ °C; $G_2 = 1130$ kg/h.

12.9. Déterminer la surface de chauffe d'un économiseur à eau où le fluide caloporteur circule par contre-courant, si les grandeurs disponibles sont: tem-

pérature des gaz à l'entrée $t'_{f1} = 420$ °C; débit des gaz $G_1 = 220$ t/h; chaleur spécifique des gaz $c_{p1} = 1{,}045$ kJ/(kg·°C); température de l'eau à l'entrée $t'_{f2} = 105$ °C; débit de l'eau $G_2 = 120$ t/h; quantité de chaleur transmise $Q = 13{,}5$ MW; coefficient d'échange de chaleur des gaz à l'eau $k = 79$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$F = 1100 \text{ m}^2.$$

12.10. Calculer la surface de chauffe de l'économiseur du problème 12.9, si les caloporteurs se déplacent par courant direct. Comparer le résultat obtenu à la réponse du problème 12.9.

Réponse.

$$F = 1930 \text{ m}^2; \quad F_{c.c}/F_{c.d} = 0{,}57.$$

12.11. Dans l'échangeur de chaleur eau-eau à contre-courant à surface de chauffe $F = 2$ m², l'eau chauffante est amenée à la température $t'_{f1} = 85$ °C; son débit $G_1 = 2000$ kg/h. Le débit de l'eau chauffée $G_2 = 1500$ kg/h et sa température à l'entrée de l'échangeur $t'_{f2} = 25$ °C.

Calculer la quantité de chaleur transmise et les températures finales des caloporteurs, si on sait que le coefficient d'échange de chaleur entre l'eau chauffée et l'eau froide $k = 1400$ W/(m²·°C).

Réponse.

$$Q = 69{,}8 \text{ kW}; \quad t''_{f1} = 55 \text{ °C}; \quad t''_{f2} = 65 \text{ °C}.$$

12.12. Déterminer la surface de chauffe et le nombre de sections d'un échangeur de chaleur eau-eau à tubes coaxiaux (fig. 12.3). L'eau chauffante se déplace dans le tube d'acier intérieur [$\lambda_p = 45$ W/(m·°C)] de diamètre $d_2/d_1 = 35/32$ mm; sa température à l'entrée $t'_{f1} = 95$ °C et son débit $G_1 = 2130$ kg/h.

L'eau chauffée circule par contre-courant suivant le canal annulaire entre les tubes où elle est portée de $t'_{f2} = 15$ °C à $t''_{f2} = 45$ °C. Le diamètre intérieur du tube extérieur $D = 48$ mm. Le débit de l'eau chauffée $G_2 = 3200$ kg/h. La longueur d'une section de l'échangeur $l = 1{,}9$ m.

Négliger les pertes de chaleur par la surface extérieure de l'échangeur.

Réponse.

$$F = 1{,}33 \text{ m}^2; \quad n = 7.$$

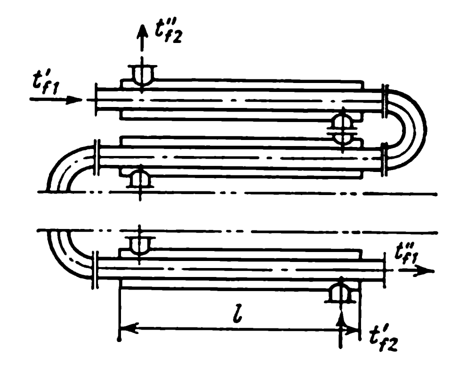


Fig. 12.3. Problème 12.12.

Solution.

La chaleur spécifique de l'eau $c_p \approx 4{,}19$ kJ/(kg·°C).

La quantité de chaleur transmise

$$Q = G_2 c_{p2} (t''_{f2} - t'_{f2}) = \frac{3200}{3600} 4{,}19 (45 - 15) = 111 \text{ kW}.$$

La température de l'eau chauffante à la sortie

$$t''_{f1} = t'_{f1} - \frac{Q}{G_1 c_{p1}} = 95 - \frac{111 \cdot 3600}{2130 \cdot 4{,}19} = 50 \text{ °C}.$$

Cherchons la moyenne arithmétique des températures des caloporteurs et les propriétés physiques de l'eau à ces températures

$$t_{f1} = 0{,}5\,(t'_{f1} + t''_{f1}) = 0{,}5\,(95 + 50) = 72{,}5 \text{ °C};$$

$$\rho_{f1} = 976 \text{ kg/m}^3; \quad \nu_{f1} = 0{,}403 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s};$$
$$\lambda_{f1} = 0{,}670 \text{ W/(m} \cdot {}^\circ\text{C}); \quad \text{Pr}_{f1} = 2{,}47;$$
$$t_{f2} = 0{,}5\,(t'_{f2} + t''_{f2}) = 0{,}5\,(15 + 45) = 30\,{}^\circ\text{C};$$
$$\rho_{f2} = 996 \text{ kg/m}^3; \quad \nu_{f2} = 0{,}805 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$
$$\lambda_{f2} = 0{,}618 \text{ W/(m} \cdot {}^\circ\text{C}); \quad \text{Pr}_{f2} = 5{,}42.$$

Les vitesses du déplacement des caloporteurs

$$w_1 = \frac{4G_1}{\rho_{f1}\pi d_1^2 3600} = \frac{4 \cdot 2130}{976 \cdot 3{,}14\,(3{,}2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 3600} = 0{,}755 \text{ m/s};$$

$$w_2 = \frac{4G_2}{\rho_{f2}\pi\,(D^2 - d_2^2)\,3600} = \frac{4 \cdot 3200}{996 \cdot 3{,}14\,(4{,}8^2 - 3{,}5^2)\,10^{-4} \cdot 3600} = 1{,}06 \text{ m/s}.$$

Le nombre de Reynolds pour le courant de l'eau chauffante

$$\text{Re}_{f1} = \frac{w_1 d_1}{\nu_{f1}} = \frac{0{,}755 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-2}}{0{,}403 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^4.$$

L'eau chauffante circule en régime turbulent et le Nüsselt, ainsi que le coefficient de transmission de chaleur, se calculent d'après la formule (5.7).

Le nombre de Nüsselt

$$\text{Nu}_{f1} = 0{,}021\,\text{Re}_{f1}^{0,8}\,\text{Pr}_{f1}^{0,43}\left(\frac{\text{Pr}_{f1}}{\text{Pr}_{p1}}\right)^{0,25}.$$

La température de la paroi étant inconnue, donnons-nous en première approximation la valeur

$$t_{p1} \approx 0{,}5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 0{,}5\,(72{,}5 + 30) = 51{,}2\,{}^\circ\text{C}.$$

A cette température $\text{Pr}_{p1} = 3{,}5$; donc,

$$\text{Nu}_{f1} = 0{,}021\,(6 \cdot 10^4)^{0,8}\,(2{,}47)^{0,43}\left(\frac{2{,}47}{3{,}5}\right)^{0,25} = 188.$$

Le coefficient de transmission de chaleur de l'eau chauffante à la paroi du tube

$$\alpha_1 = \text{Nu}_{f1}\frac{\lambda_{f1}}{d_1} = 188\,\frac{0{,}670}{3{,}2 \cdot 10^{-2}} = 3940 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}).$$

Le nombre de Reynolds pour le courant de l'eau chauffée

$$\text{Re}_{f2} = \frac{w_2 d_{\acute{e}q}}{\nu_{f2}} = \frac{1{,}06 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-2}}{0{,}805 \cdot 10^{-6}} = 1{,}71 \cdot 10^4,$$

où le diamètre équivalent du canal annulaire

$$d_{\acute{e}q} = D - d_2 = 48 - 35 = 13 \text{ mm}.$$

L'écoulement de l'eau chauffée est turbulent; le calcul du nombre de Nüsselt et du coefficient de transmission de chaleur se fait donc d'après la formule (5.12) pour le transfert de chaleur en écoulement turbulent dans des canaux de section annulaire

$$\text{Nu}_{f2} = 0{,}017\,\text{Re}_{f2}^{0,8}\,\text{Pr}_{f2}^{0,4}\left(\frac{\text{Pr}_{f2}}{\text{Pr}_{p2}}\right)^{0,25}\left(\frac{D}{d_2}\right)^{0,18}.$$

En adoptant en première approximation $t_{p2} \approx t_{p1}$ et, donc, $\text{Pr}_{p2} \approx \text{Pr}_{p1} \approx 3{,}5$, on obtient

$$\text{Nu}_{f2} = 0{,}017\,(1{,}71 \cdot 10^4)^{0,8}\,(5{,}42)^{0,4}\left(\frac{5{,}42}{3{,}5}\right)^{0,25}\left(\frac{48}{35}\right)^{0,18} = 95.$$

Le coefficient de transmission de chaleur de la paroi du tube à l'eau chauffée

$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2} \frac{\lambda_{f2}}{d_{\acute{e}q}} = 95 \frac{0,618}{1,3\cdot 10^{-2}} = 4500 \ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_p}{\lambda_p} + \frac{1}{\alpha_2}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3940} + \frac{1,5\cdot 10^{-3}}{45} + \frac{1}{4500}} = 1970 \ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

Puisque dans le cas envisagé $\frac{t'_{f1} - t''_{f2}}{t''_{f1} - t'_{f2}} = \frac{50}{35} < 1,5$, le calcul peut être mené avec une précision suffisante en appliquant la moyenne arithmétique de la différence des températures

$$\Delta t_a = t_{f1} - t_{f2} = 72,5 - 30 = 42,5 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

La densité du flux thermique

$$q = k\,\Delta t_a = 1970\cdot 42,5 = 8,37\cdot 10^4 \ \mathrm{W/m^2}.$$

La surface de chauffe

$$F = \frac{Q}{q} = \frac{111}{83,7} = 1,33 \ \mathrm{m^2}.$$

Le nombre de sections

$$n = \frac{F}{\pi d_1 l} = \frac{1,33}{3,14\cdot 3,2\cdot 10^{-2}\cdot 1,9} \approx 7.$$

Les températures des surfaces des parois des tubes

$$t_{p1} = t_{f1} - \frac{q}{\alpha_1} = 72,5 - \frac{83\,700}{3940} = 51,3 \ {}^\circ\mathrm{C};$$

$$t_{p2} = t_{f2} + \frac{q}{\alpha_2} = 30 + \frac{83\,700}{4500} = 48,6 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

A ces températures $\mathrm{Pr}_{p1} = 3,47$ et $\mathrm{Pr}_{p2} = 3,65$, et les corrections pour la variation des propriétés du liquide suivant la section du courant valent:

$$\left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1}}{\mathrm{Pr}_{p1}}\right)^{0,25} = \left(\frac{2,47}{3,47}\right)^{0,25} = 0,915 \text{ (pour le calcul on a adopté 0,92);}$$

$$\left(\frac{\mathrm{Pr}_{f2}}{\mathrm{Pr}_{p2}}\right)^{0,25} = \left(\frac{5,42}{3,65}\right)^{0,25} = 1,10 \text{ (pour le calcul on a adopté 1,12).}$$

La coïncidence étant assez bonne, on peut admettre que $F = 1,33$ m² et $n = 7$.

12.13. L'huile de transformateur chaude est refroidie à l'eau dans un échangeur de chaleur à tubes coaxiaux à section.

L'huile circule dans un tube en laiton intérieur de diamètre $d_2/d_1 = 14/12$ mm à la vitesse $w = 4$ m/s. Sa température à l'entrée de l'échangeur $t'_{f1} = 100$ °C. L'eau parcourt l'interstice annulaire par contre-courant par rapport à l'huile à la vitesse $w_2 = 2,5$ m/s, sa température à l'entrée $t'_{f2} = 20$ °C. Le diamètre intérieur du tube extérieur $d_3 = 22$ mm.

Calculer la longueur totale de la surface d'échange de chaleur à laquelle la température de l'huile à la sortie sera $t''_{f1} = 60$ °C.

Négliger les pertes de chaleur par la surface extérieure de l'échangeur.

Réponse.

$$l = 11,6 \text{ m}.$$

12.14. Dans un réchauffeur d'air tubulaire à deux voies d'une chaudière à vapeur (fig. 12.4) l'air doit être porté de $t'_{f2} = 30$ °C à $t''_{f2} = 260$ °C à raison de $G_2 = 21,5$ kg/s.

Calculer la surface de chauffe nécessaire, la hauteur des tubes d'une voie l_1 et le nombre de tubes placés à travers et le long du courant d'air.

La fumée (13 % CO_2, 11 % H_2O) circule suivant le débit $G_1 = 19,6$ kg/s à l'intérieur des tubes d'acier ($\lambda_p = 46,5$ W/(m·°C)) de diamètre $d_2/d_1 = 53/50$ m à la vitesse moyenne $w_1 = 14$ m/s. La température des gaz à l'entrée de réchauffeur $t'_{f1} = 380$ °C.

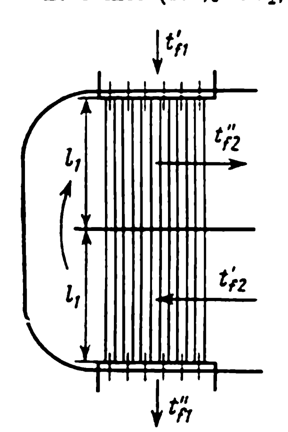


Fig. 12.4. Problème 12.14.

Dans la section étroite du faisceau tubulaire l'air se déplace transversalement à la vitesse moyenne $w_2 = 8$ m/s. Le pas de l'arrangement des tubes en quinconce est $s_1 = s_2 = 1,3\ d_2$.

Réponse.

La surface de chauffe $F = 1830$ m²; la hauteur des tubes d'une voie $l_1 = 5,4$ m; le nombre de tubes transversaux par rapport au courant $n_1 = 38$; le nombre de tubes le long du courant $n_2 = 29$.

Solution.

La moyenne arithmétique de la température de l'air

$$t_{f2} = 0,5\ (t'_{f2} + t''_{f2}) = 0,5\ (30 + 260) = 145 \text{ °C}.$$

A cette température les propriétés physiques de l'air sont $\rho_{f2} = 0,844$ kg/m³; $c_{pf2} = 1,01$ kJ/(kg·°C); $\lambda_{f2} = 3,52 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C); $\nu_{f2} = 28,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\mathrm{Pr}_{f2} = 0,684$.

La quantité de chaleur transmise

$$Q = G_2 c_{pf2} (t''_{f2} - t'_{f2}) = 21,5 \cdot 1,01\ (260 - 30) = 5000 \text{ kW}.$$

Calculons la température des gaz à la sortie du réchauffeur.

En première approximation adoptons la température moyenne des gaz dans le réchauffeur $t_{f1} = 300$ °C. A cette température $c_{pf1} \approx 1,12$ kJ/(kg·°C) et

$$t''_{f1} = t'_{f1} - \frac{Q}{G_1 c_{pf1}} = 380 - \frac{5000}{19,6 \cdot 1,12} = 152 \text{ °C},$$

il vient

$$t_{f1} = 0,5\ (t'_{f1} + t''_{f1}) = 0,5\ (380 + 152) = 266 \text{ °C}.$$

A cette température $c_{pf1} = 1,11$ kJ/(kg·°C) et on tire de la deuxième approximation

$$t''_{f1} = 150 \text{ °C} \quad \text{et} \quad t_{f1} = 265 \text{ °C}.$$

A la température $t_{f1} = 265$ °C les propriétés physiques de la fumée de la composition donnée sont

$$\rho_{f1} = 0,622 \text{ kg/m}^3; \quad c_{pf1} = 1,11 \text{ kJ/(kg·°C)};$$

$$\lambda_{f1} = 0,0454 \text{ W/(m·°C)}; \quad \nu_{f1} = 41,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}; \quad \mathrm{Pr}_{f1} = 0,66.$$

Le nombre de Reynolds pour le courant des gaz

$$\mathrm{Re}_{f1} = \frac{w_1 d_1}{\nu_{f1}} = \frac{14 \cdot 0,05}{41,2 \cdot 10^{-6}} = 17\,000.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur des gaz aux parois des tubes se calculent d'après la formule (5.7)

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 0{,}021\ \mathrm{Re}_{f1}^{0,8}\mathrm{Pr}_{f1}^{0,43} = 0{,}021\ (1{,}7\cdot 10^4)^{0,8}\ (0{,}66)^{0,43} = 43{,}5;$$

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_{f1}\frac{\lambda_{f1}}{d_1} = 43{,}5\frac{0{,}0454}{0{,}05} = 39{,}5\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Le nombre de Reynolds pour le courant d'air

$$\mathrm{Re}_{f2} = \frac{w_2 d_2}{\nu_{f2}} = \frac{8\cdot 0{,}053}{28{,}3\cdot 10^{-6}} = 15\,000.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur des parois des tubes à l'air dans le cas d'un courant transversal se calculent d'après la formule (6.4)

$$\mathrm{Nu}_{f2} = 0{,}41\ \mathrm{Re}_{f2}^{0,6}\mathrm{Pr}_{f2}^{0,33}\ \varepsilon_s = 0{,}41\ (1{,}5\cdot 10^4)^{0,6}\ (0{,}684)^{0,33} = 115,$$

où pour l'arrangement en quinconce des tubes et $s_1/s_2 < 2$, $\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$; étant donné que $s_1 = s_2$, on a $\varepsilon_s = 1$ et

$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2}\frac{\lambda_{f2}}{d_2} = 115\frac{0{,}0352}{0{,}053} = 76{,}2\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1}+\dfrac{\delta_p}{\lambda_p}+\dfrac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\dfrac{1}{39{,}5}+\dfrac{1{,}5\cdot 10^{-3}}{46{,}5}+\dfrac{1}{76{,}2}} = 26\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Puisque

$$\frac{t'_{f1}-t''_{f2}}{t_{f1}-t'_{f2}} = \frac{380-150}{260-30} = 1,$$

la chute de température moyenne

$$\Delta t_{\mathrm{lg\ c.c}} \approx \Delta t_a = t_{f1} - t_{f2} = 265 - 145 = 120\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

D'après le graphique pour le mode envisagé de circulation du caloporteur (cf. fig. A-4 de l'annexe), on trouve

$$P = \frac{t''_{f2}-t'_{f2}}{t'_{f1}-t'_{f2}} = \frac{260-30}{380-30} = 0{,}658$$

et

$$R = \frac{t'_{f1}-t''_{f1}}{t''_{f2}-t'_{f2}} = \frac{380-150}{260-30} = 1{,}0;$$

$$\varepsilon = 0{,}88;$$

donc,

$$\Delta t = \varepsilon\ \Delta t_{\mathrm{c.c}} = 0{,}88\cdot 120 = 105{,}5\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

La surface de chauffe du réchauffeur d'air

$$F = \frac{Q}{k\Delta t} = \frac{5\cdot 10^6}{26\cdot 105{,}5} = 1830\ \mathrm{m^2}.$$

Le nombre de tubes total

$$n = \frac{4G_1}{\rho_{f1}\,\pi\,d_1^2\,w_1} = \frac{4\cdot 19{,}6}{0{,}622\cdot 3{,}14\,(5\cdot 10^{-2})^2\,14} = 1080.$$

La hauteur des tubes d'une voie

$$l_1 = \frac{F}{2\pi\,d_1 n} = \frac{1830}{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}05\cdot 1080} = 5{,}4\ \mathrm{m}.$$

L'aire de la section vive pour le passage de l'air

$$f=\frac{G_2}{\rho_{f2} w_2}=\frac{21,5}{0,844\cdot 8}=3.2 \text{ m}^2.$$

Le nombre de tubes transversaux par rapport au courant

$$n_1=\frac{f}{l_1(s_1-d_2)}=\frac{3,2}{5,4(1,3\cdot 0,053-0,053)}\approx 38.$$

Le nombre de tubes le long du courant

$$n_2=\frac{n}{n_1}=\frac{1080}{38}\approx 29.$$

12.15. Faire le calcul thermique et déterminer les dimensions principales d'un échangeur vertical tubulaire à vapeur d'eau à quatre voies prévu pour chauffer $G_1 = 30$ t/h d'eau de $t'_{f1} = 20$ °C à $t''_{f1} = 95$ °C.

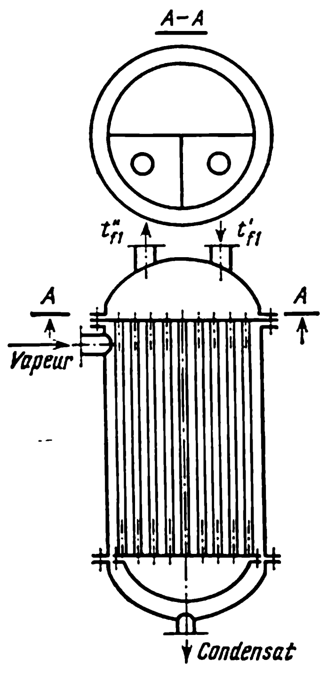


Fig. 12.5. Problème 12.15.

L'eau circule à l'intérieur des tubes de laiton [λ = 104,5 W/(m·°C)] de diamètre d_2/d_1 = 14/12 mm à la vitesse w = 1,5 m/s. Le fluide caloporteur est la vapeur d'eau sèche saturée sous la pression p = 127,5 kPa, condensée à la surface extérieure des tubes.

Admettre pour le calcul que les pertes thermiques dans le milieu ambiant sont égales à 2 % de la quantité de chaleur amenée. L'échangeur de chaleur est schématisé sur la figure 12.5.

Réponse.

Le débit de vapeur G_2 = 4310 kg/h ; la surface de chauffe F = 20 m²; le nombre de tubes n = 200; la hauteur des tubes H = 2,5 m.

Solution.

La quantité de chaleur transmise

$$Q=G_1c_{p1}(t''_{f1}-t'_{f1})=$$

$$=\frac{3\cdot 10^4}{3600}4,187\,(95-20)-2620 \text{ kW}.$$

Calculons le débit de vapeur G_2. Pour p = = 127,5 kPa, t_s = 106,6 °C; i'' = 2685 kJ/kg; i' = 447 kJ/kg:

$$G_2=\frac{Q}{0,98\,(i''-i')}=$$

$$=\frac{2620\cdot 10^3}{0,98\,(2685-447)}=1,2 \text{ kg/s}.$$

Le calcul du coefficient de transmission de chaleur à la surface extérieure du tube lors de la condensation de la vapeur impose la connaissance de la température de la surface extérieure de la paroi t_{p2} et de la hauteur du tube H. Étant donné que ces grandeurs sont inconnues, procédons par approximations successives. Déterminons la chute de température moyenne logarithmique

$$\Delta t_{lg}=\frac{t''_{f1}-t'_{f1}}{\ln\frac{t_s-t'_{f1}}{t_s-t''_{f1}}}=\frac{95-20}{2,3\lg\frac{106,6-20}{106,6-95}}=37,4\,°\text{C};$$

donnons-nous en première approximation

$$t_{p2} \approx t_s - \frac{\Delta t_{lg}}{2} = 106,6 - \frac{37,4}{2} \approx 88\ ^\circ\mathrm{C}.$$

D'autre part, donnons-nous la hauteur des tubes $H = 2$ m.

La longueur réduite du tube

$$Z = \Delta t_2 HA.$$

Pour $t_s = 106,6\ ^\circ\mathrm{C}$ trouvons d'après le tableau 8.1: $A = 57,6$ 1/(m·°C) et $B = 6,71 \cdot 10^{-3}$ m/W. Alors

$$Z = (t_s - t_{p2})\, HA = (106,6 - 88)\, 2 \cdot 57,6 = 2140 < 2300.$$

Le film du condensat s'écoule en régime laminaire sur toute la hauteur des tubes; calculons d'après la formule (8.5)

$$\mathrm{Re} = 3,8\, Z^{0,78} = 3,8\, (2140)^{0,78} = 1520;$$

$$\alpha_2 = \frac{\mathrm{Re}}{\Delta t_2 HB} = \frac{1520}{18,6 \cdot 2 \cdot 6,71 \cdot 10^{-3}} = 6080\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Déterminons le coefficient de transmission de chaleur à l'eau.

La moyenne arithmétique de la température de l'eau

$$t_{f1} = 0,5\, (t'_{f1} + t''_{f1}) = 0,5\, (20 + 95) = 57,5\ ^\circ\mathrm{C};$$

à cette température

$$\nu_{f1} = 0,498 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}; \quad \lambda_{f1} = 0,665\ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)};$$

$$\rho_{f1} = 984\ \mathrm{kg/m^3} \quad \text{et} \quad \mathrm{Pr}_{f1} = 3,12;$$

$$\mathrm{Re}_{f1} = \frac{wd_1}{\nu_1} = \frac{1,5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}}{0,498 \cdot 10^{-6}} = 3,62 \cdot 10^4.$$

L'écoulement de l'eau est turbulent, le calcul se fait d'après la formule (5.7).

La chute de température suivant l'épaisseur de la paroi est évaluée environ à 1 °C; alors, $t_{p1} \approx t_{p2} - 1 = 87\ ^\circ\mathrm{C}$ et $\mathrm{Pr}_{p1} \approx 2,03$;

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 0,021\, \mathrm{Re}_{f1}^{0,8} \mathrm{Pr}_{f1}^{0,43} (\mathrm{Pr}_{f1}/\mathrm{Pr}_{p1})^{0,25} =$$

$$= 0,021\, (3,62 \cdot 10^4)^{0,8} (3,12)^{0,43} \left(\frac{3,12}{2,03}\right)^{0,25} = 165;$$

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{d_1} = 165 \frac{0,655}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 9000\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{9000} + \frac{1 \cdot 10^{-3}}{104,5} + \frac{1}{6080}} = 3\,630\ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

La densité moyenne du flux thermique

$$q = k\, \Delta t_{lg} = 3630 \cdot 37,4 \cdot 10^{-3} = 135,8\ \mathrm{kW/m^2}.$$

La surface de chauffe en première approximation

$$F = \frac{Q}{q} = \frac{2620}{135,8} = 19,3\ \mathrm{m^2}.$$

Le nombre de tubes d'une voie

$$m = \frac{4G_1}{\rho_{f1} w \pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 8,34}{984 \cdot 1,5 \cdot 3,14\, (1,2 \cdot 10^{-2})^2} = 50.$$

Le nombre de voies est 4 et le nombre total de tubes $n = 4 \cdot 50 = 200$.

La hauteur des tubes en première approximation

$$H=\frac{F}{\pi d_{\text{moy}} n}=\frac{19,3}{3,14\cdot1,3\cdot10^{-2}\cdot200}=2,37 \text{ m}.$$

La température des parois des tubes

$$t_{p2}=t_s-\frac{q}{\alpha_2}=106,6-\frac{135,8\cdot10^3}{6080}=84,3\ {}^\circ\text{C};$$

$$t_{p1}=t_{p2}-\frac{q}{\lambda}\delta=84,3-\frac{135,8\cdot10^3}{104,5}1\cdot10^{-3}\approx 83\ {}^\circ\text{C}.$$

Les valeurs obtenues de H, t_{p2} et t_{p1} ne coïncident pas avec les valeurs adoptées, reprenons le calcul en admettant que $H = 2,4$ m; $t_{p2} = 84,3$ °C et $t_{p1} = 83$ °C. On obtient alors $\alpha_1 = 8950$ W/(m²·°C); $\alpha_2 = 6030$ W/(m²·°C); $k = 3490$ W/(m²·°C); $q = 130$ kW/m²; $F = 20$ m²; la hauteur des tubes en deuxième approximation $H = 2,45$ m.

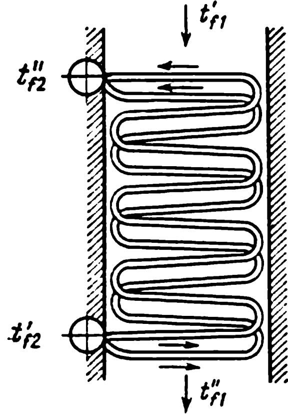


Fig. 12.6. Problème 12.17.

En deuxième approximation la température des surfaces des parois des tubes $t_{p2} = 85$ °C et $t_{p1} = 83,8$ °C. La coïncidence des valeurs obtenues avec celles adoptées précédemment ne dépasse pas les limites de la précision de calcul; donc, finalement, $F = 20$ m² et $H = 2,5$ m.

12.16. Faire le calcul thermique de l'échangeur à vapeur d'eau du problème 12.15, si la pression de la vapeur chauffante est poussée à $p = 226$ kPa, alors que les autres conditions ne changent pas.

Réponse.

$G_2 = 1,22$ kg/s; $F = 12,1$ m²; $H = 1,5$ m.

12.17. Calculer la surface de chauffe et la longueur des sections isolées de l'économiseur à serpentins d'une chaudière à vapeur prévu pour chauffer l'eau d'alimentation à raison de $G_2 = 230$ t/h de $t'_{f2} = 160$ °C à $t''_{f2} = 300$ °C (fig. 12.6).

L'eau circule de bas en haut suivant des tubes d'acier [$\lambda_p = 22$ W/(m·°C)] de diamètre $d_1/d_2 = 44/51$ mm à la vitesse moyenne $w_2 = 0,6$ m/s.

La fumée (13 % CO_2, 11 % H_2O) circule de haut en bas dans l'espace intertubulaire à la vitesse moyenne $w_1 = 13$ m/s dans la section étroite du faisceau de tubes. Le débit des gaz $G_1 = 500$ t/h. La température des gaz à l'entrée de l'économiseur $t'_{f1} = 800$ °C. L'arrangement des tubes est en quinconce à pas $s_1 = 2,1\,d$ transversal par rapport au courant de gaz et $s_2 = 2\,d$ le long du courant.

Réponse.

La surface de chauffe $F = 1065$ m²; le nombre de serpentins $n = 86$; leur longueur $l_1 = 77,5$ m.

Solution.

La moyenne arithmétique de la température de l'eau

$$t_{f2} = 0,5\,(t'_{f2} + t''_{f2}) = 0,5\,(160 + 300) = 230\ {}^\circ\text{C}.$$

A cette température les propriétés physiques de l'eau sont:

$$\rho_{f2} = 827 \text{ kg/m}^3;\quad c_{pf2} = 4,68 \text{ kJ/(kg·°C)};$$
$$\lambda_{f2} = 0,637 \text{ W/(m·°C)};\quad \nu_{f2} = 0,145\cdot10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$
$$\text{Pr}_{f2} = 0,88.$$

La quantité de chaleur transmise

$$Q = G_2 c_{pf2} (t''_{f2} - t'_{f2}) = \frac{230\cdot 10^3}{3600} 4{,}68 (300 - 160) = 4{,}2\cdot 10^4 \text{ kW}.$$

Le nombre de Reynolds du courant d'eau

$$\mathrm{Re}_{f2} = \frac{w_2 d_1}{\nu_{f2}} = \frac{0{,}6\cdot 4{,}4\cdot 10^{-2}}{0{,}145\cdot 10^{-6}} = 1{,}82\cdot 10^5.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur se calculent d'après la formule (5.7) dans laquelle on tient compte du coefficient de transmission de chaleur pour l'eau sensiblement supérieur à celui des gaz et, par suite, de la température de la paroi du tube proche de la température de l'eau, pour admettre que $(\mathrm{Pr}_{f2}/\mathrm{Pr}_{p2})^{0,25} \approx 1$:

$$\mathrm{Nu}_{f2} = 0{,}021\ \mathrm{Re}_{f2}^{0,8} \mathrm{Pr}_{f2}^{0,43} = 0{,}021\ (1{,}82\cdot 10^5)^{0,8}\ (0{,}88)^{0,43} = 314;$$

$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2} \frac{\lambda_{f2}}{d_1} = 314 \frac{0{,}637}{4{,}4\cdot 10^{-2}} = 4550 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Pour calculer la température des gaz à la sortie de l'économiseur, adoptons en première approximation la chaleur spécifique du gaz $c_{pf1} \approx 1{,}25$ kJ/(kg·°C). Il vient

$$t''_{f1} = t'_{f1} - \frac{Q}{G_1 c_{pf1}} = 800 - \frac{4{,}2\cdot 10^4}{500\cdot 10^3\cdot 1{,}25} = 558\ {}^\circ\text{C}$$

et

$$t_{f1} = 0{,}5\ (t'_{f1} + t''_{f1}) = 0{,}5\ (800 + 558) = 679\ {}^\circ\text{C}.$$

A cette température $c_{pf1} = 1{,}234$ kJ/(kg·°C) et la deuxième approximation conduit à

$$t''_{f1} = 554\ {}^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad t_{f1} = 677\ {}^\circ\text{C}.$$

A la température $t_{f1} = 677$ °C les propriétés physiques des gaz de la composition donnée sont

$$\rho_{f1} = 0{,}373 \text{ kg/m}^3; \quad \lambda_{f1} = 0{,}0808 \text{ W/(m}\cdot{}^\circ\text{C)};$$
$$\nu_{f1} = 108\cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{/s}; \quad \mathrm{Pr}_{f1} = 0{,}61.$$

Le nombre de Reynolds du courant des gaz

$$\mathrm{Re}_{f1} = \frac{w_1 d_2}{\nu_{f1}} = \frac{13\cdot 5{,}1\cdot 10^{-2}}{108\cdot 10^{-6}} = 6130.$$

Cherchons le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur par convection des gaz aux parois des tubes.

Le nombre de rangées des tubes le long du courant étant inconnu, le calcul se fait pour la troisième rangée. Pour l'arrangement en quinconce des tubes propres d'après la formule (6.4)

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 0{,}41\ \mathrm{Re}_{f1}^{0,6} \mathrm{Pr}_{f1}^{0,33} \varepsilon_s = 0{,}41\ (6130)^{0,6}\ (0{,}61)^{0,33} = 64{,}3,$$

où, du fait que $s_1/s_2 = 1{,}05$, $\varepsilon_s \approx 1$;

$$\alpha'_1 = \mathrm{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{d_2} = 64{,}3 \frac{8{,}08\cdot 10^{-2}}{5{,}1\cdot 10^{-2}} = 102 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Dans les conditions industrielles, l'encrassement des surfaces de chauffe des chaudières fait que l'intensité de l'échange de chaleur baisse. Pour en tenir compte posons [13]

$$\alpha_1 = 0{,}8\alpha'_1 = 0{,}8\cdot 102 = 81{,}6 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Calculons le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement du courant des gaz aux parois des tubes. Le parcours moyen du rayon

$$l = 1{,}08 d_2 \left(\frac{s_1 s_2}{d_2^2} - 0{,}785\right) = 1{,}08 \cdot 0{,}051\,(2 \cdot 2{,}1 - 0{,}785) = 0{,}188 \text{ m}.$$

Le produit du parcours moyen du rayon par la pression partielle du gaz carbonique et des vapeurs d'eau s'écrit

$$p_{CO_2} l = 0{,}13 \cdot 0{,}188 = 0{,}0245 \text{ m} \cdot \text{kgf/cm}^2;$$

$$p_{H_2O} l = 0{,}11 \cdot 0{,}188 = 0{,}0207 \text{ m} \cdot \text{kgf/cm}^2.$$

A la température moyenne des gaz ($t_{f1} = 677$ °C) le degré de noirceur de la fumée se trouve d'après les graphiques des figures 11.1 à 11.3

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta \varepsilon_{H_2O} = 0{,}072 + 1{,}08 \cdot 0{,}042 = 0{,}017.$$

En retenant que $\alpha_1 \ll \alpha_2$, adoptons $t_{p1} \approx t_{f2} + 20 \approx 250$ °C. En examinant les mêmes graphiques établissons que pour cette température le pouvoir d'absorption des gaz à la température de la surface des tubes s'écrit

$$A_g = \varepsilon_{CO_2} \left(\frac{T_{f1}}{T_{p1}}\right)^{0,65} + \beta \varepsilon_{H_2O} = 0{,}064 \left(\frac{677+273}{250+273}\right)^{0,65} +$$
$$+ 1{,}08 \cdot 0{,}07 = 0{,}17.$$

Le degré de noirceur efficace de la gaine

$$\varepsilon'_{p1} = 0{,}5\,(\varepsilon_{p1} + 1) = 0{,}5\,(0{,}8 + 1) = 0{,}9.$$

La densité du flux thermique définie par le rayonnement

$$q_{ray} = \varepsilon'_{p1} C_0 \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_{f1}}{100}\right)^4 - A_g \left(\frac{T_{p1}}{100}\right)^4\right] =$$
$$= 0{,}9 \cdot 5{,}7 \left[0{,}117 \left(\frac{677+273}{100}\right)^4 - 0{,}17 \left(\frac{250+273}{100}\right)^4\right] = 4230 \text{ W/m}^2.$$

Le coefficient de transmission de chaleur défini par le rayonnement

$$\alpha_{ray} = \frac{q_{ray}}{t_{f1} - t_{p1}} = \frac{4230}{677 - 250} = 9{,}9 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur global de la fumée aux parois des tubes

$$\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_{ray} = 81{,}6 + 9{,}9 = 91{,}5 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{\delta_p}{\lambda_p} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{91{,}5} + \frac{3{,}5 \cdot 10^{-3}}{22} + \frac{1}{4550}} = 88{,}3 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Calculons la chute de température moyenne en adoptant approximativement que la circulation des fluides caloporteurs est assurée par contre-courant

$$\frac{t'_{f1} - t''_{f2}}{t''_{f1} - t'_{f2}} = \frac{800 - 300}{554 - 160} = 1{,}27 < 1{,}5.$$

Dans ces conditions

$$\Delta t_{ray} \approx \Delta t_a = t_{f1} - t_{f2} = 677 - 230 = 447 \text{ °C}.$$

La surface de chauffe de l'économiseur

$$F = \frac{Q}{k \Delta t_{ray}} = \frac{4{,}2 \cdot 10^4}{88{,}3 \cdot 447} 10^3 = 1070 \text{ m}^2.$$

Le nombre de serpentins couplés en parallèle

$$n=\frac{4G_2}{\rho_{f2}\pi d_1^2 w_2 3600}=\frac{4\cdot 230\cdot 10^3}{827\cdot 3,14\cdot (4,4\cdot 10^{-2})^2\cdot 0,6\cdot 3600}\approx 86.$$

La longueur d'un serpentin isolé

$$l_1=\frac{F}{\pi d_2 n}=\frac{1070}{3,14\cdot 5,1\cdot 10^{-2}\cdot 86}=77,5 \text{ m}.$$

12.18. Réaliser le calcul thermique et déterminer la longueur et le nombre de serpentins du surchauffeur d'une chaudière à vapeur assurant la production de G_2 = 230 t/h de vapeur sous une pression p = 9,8 MPa et une température de surchauffe t''_{f2} = 510 °C (fig. 12.7).

Le surchauffeur est alimenté en vapeur d'eau saturée sèche qui circule dans des tubes d'acier de diamètre d_2/d_1 = 32/28 mm [λ_p = 22 W/(m·°C)] à la vitesse moyenne w_2 = 17 m/s.

La fumée (13 % CO_2, 11 % H_2O) à raison de G_1 = 500 t/h se déplace transversalement au faisceau des tubes. La température des gaz à l'entrée t'_{f1} = 1100 °C; la vitesse moyenne dans la section étroite du faisceau w_1= 14 m/s. Les tubes arrangés en ligne ont un pas s_1 = 2,3 d_2 et s_2 = 3 d_2 transversal au courant le long du courant.

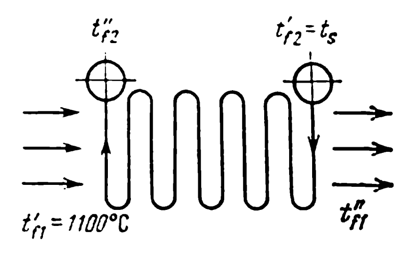


Fig. 12.7. Problème 12.18.

Négliger dans les calculs la variation de la pression de la vapeur suivant la longueur du surchauffeur.

Réponse.

La surface de chauffe F = 764 m²; le nombre de serpentins n = 168; la longueur de chaque serpentin l_1 = 45,2 m.

Solution.

Pour p = 9,8 MPa, la température de saturation $t_s = t'_{f2}$ = 309,5 °C. A cette température l'enthalpie de la vapeur [2] i'_2 = 2728 kJ/kg. Avec t''_{f2} = = 510 °C à la sortie du surchauffeur, i''_2 = 3401 kJ/kg; donc, la quantité de chaleur absorbée par la vapeur

$$Q=G_2(i''_2-i'_2)=\frac{230\cdot 10^3}{3600}(3401-2728)=4,3\cdot 10^4 \text{ kW}.$$

La moyenne arithmétique de sa température

$$t_{f2} = 0,5\,(t'_{f2}+t''_{f2}) = 0,5\,(309,5+510)\approx 410 \text{ °C}.$$

A cette température les propriétés physiques de la vapeur sont [25]: ρ_{f2} = = 36,5 kg/m³; λ_{f2} = 0,0708 W/(m·°C); ν_{f2} = 0,704·10⁻⁶ m²/s; Pr_{f2} = 1,09.

Pour le courant de vapeur le nombre de Reynolds est

$$Re_{f2}=\frac{w_2 d_1}{\nu_{f2}}=\frac{17\cdot 2,8\cdot 10^{-2}}{0,704\cdot 10^{-6}}=6,77\cdot 10^5.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur de la paroi à la vapeur

$$Nu_{f2} = 0,021\, Re_{f2}^{0,8} Pr_{f2}^{0,43} = 0,021\,(6,77\cdot 10^5)^{0,8}\,(1,09)^{0,43} = 1000;$$

$$\alpha_2=Nu_{f2}\frac{\lambda_{f2}}{d_1}=1000\frac{0,0708}{0,028}=2530 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}.$$

En adoptant en première approximation la chaleur spécifique des gaz

$c_{pf1} = 1{,}31$ kJ/(kg·°C), calculons leur température à la sortie

$$t''_{f1} = t'_{f1} - \frac{Q}{G_1 c_{pf1}} = 1100 - \frac{4{,}3 \cdot 10^4 \cdot 3600}{500 \cdot 10^3 \cdot 1{,}31} = 863\ °C\,;$$

alors $t_{f1} = 0{,}5\,(t'_{f1} + t''_{f1}) = 0{,}5\,(1100 + 863) \approx 982$ °C.

A cette température $c_{pf1} = 1{,}303$ kJ/(kg·°C) et aucun besoin n'est de procéder à la deuxième approximation.

A la température $t_{f1} = 982$ °C les propriétés physiques de la fumée de la composition donnée sont

$$\rho_{f1} = 0{,}28\ \text{kg/m}^3;\quad \lambda_{f1} = 0{,}1075\ \text{W/(m·°C)};$$

$$\nu_{f1} = 170 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s};\quad \Pr_{f1} = 0{,}58.$$

Le nombre de Reynolds pour un courant de gaz

$$\text{Re}_{f1} = \frac{w_1 d_2}{\nu_{f1}} = \frac{14 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-2}}{170 \cdot 10^{-6}} = 2640.$$

Cherchons le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur des gaz aux parois des tubes.

Le nombre de rangées de tubes le long du courant étant inconnu, faisons le calcul pour la troisième rangée. D'après la formule (6.4), dans le cas de l'arrangement en ligne des tubes propres

$$\text{Nu}_{f1} = 0{,}26\ \text{Re}_{f1}^{0{,}65} \Pr_{f1}^{0{,}33} \varepsilon_s,$$

où

$$\varepsilon_s = \left(\frac{s_2}{d_2}\right)^{-0{,}15} = (3)^{-0{,}15} = 0{,}85$$

et

$$\text{Nu}_{f1} = 0{,}26\,(2640)^{0{,}65}\,(0{,}58)^{0{,}33}\,0{,}85 = 31\,;$$

$$\alpha'_1 = \text{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{d_2} = 31\,\frac{0{,}1075}{0{,}032} = 104\ \text{W/(m}^2\text{·°C)}.$$

Tenons compte de l'encrassement de la surface de chauffe en diminuant légèrement le coefficient de transmission de chaleur [13]

$$\alpha_1 = 0{,}8\alpha'_1 = 0{,}8 \cdot 104 = 83\ \text{W/(m}^2\text{·°C)}.$$

Calculons le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement du courant des gaz aux parois des tubes.

Le parcours moyen du rayon

$$l = 1{,}08\,d_2\left(\frac{s_1 s_2}{d_2^2} - 0{,}785\right) = 1{,}08 \cdot 0{,}032\,(2{,}3 \cdot 3 - 0{,}785) = 0{,}212\ \text{m}.$$

Le produit du parcours moyen du rayon par la pression partielle du gaz carbonique et des vapeurs d'eau

$$p_{CO_2} l = 0{,}13 \cdot 0{,}212 = 0{,}0276\ \text{m·kgf/cm}^2;$$

$$p_{H_2O} l = 0{,}11 \cdot 0{,}212 = 0{,}0233\ \text{m·kgf/cm}^2.$$

A la température moyenne des gaz $t_{f1} = 982$ °C, le degré de noirceur de la fumée est fourni par les courbes des figures 11.1 à 11.3:

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O} = 0{,}066 + 1{,}08 \cdot 0{,}037 = 0{,}106$$

Pour le calcul du pouvoir d'absorption des gaz à la température de la surface des tubes adoptons $t_p \approx t_{f2} + 40 = 450$ °C. Pour cette température les mêmes courbes donnent

$$A_g = \varepsilon_{CO_2}\left(\frac{T_{f1}}{T_p}\right)^{0{,}65} + \beta\varepsilon'_{H_2O} = 0{,}068\left(\frac{1255}{733}\right)^{0{,}65} + 1{,}08 \cdot 0{,}067 = 0{,}169.$$

Le degré de noirceur efficace de la gaine

$$\varepsilon_p' = 0,5\,(\varepsilon_p + 1) = 0,5\,(0,8 + 1) = 0,9.$$

La densité du flux thermique définie par le rayonnement

$$q_{ray} = \varepsilon_p' C_0 \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_{f1}}{100}\right)^4 - A_g \left(\frac{T_p}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 0,9 \cdot 5,7 \left[0,106 \left(\frac{1255}{100}\right)^4 - 0,169 \left(\frac{733}{100}\right)^4\right] = 1,1 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2.$$

Le coefficient de transmission de chaleur α_{ray} défini par le rayonnement

$$\alpha_{ray} = \frac{q_{ray}}{t_{f1} - t_p} = \frac{1,1 \cdot 10^4}{982 - 450} = 20,7 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Le coefficient de transmission de chaleur global de la fumée aux parois des tubes

$$\alpha_0 = \alpha_{ray} + \alpha_1 = 20,7 + 83 = 103,7 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Le coefficient d'échange de chaleur

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_0} + \dfrac{\delta_p}{\lambda_p} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\dfrac{1}{103,7} + \dfrac{2 \cdot 10^{-3}}{22} + \dfrac{1}{2530}} = 98,5 \text{ W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

La chute de température moyenne se calcule pour le cas du contre-courant. En retenant que

$$\frac{t_{f1}' - t_{f2}''}{t_{f1}'' - t_{f2}'} = \frac{1100 - 510}{863 - 309,5} \approx 1,07 < 1,5,$$

on peut adopter

$$\Delta t_{ray} \approx \Delta t_a = t_{f1} - t_{f2} = 982 - 410 = 572\ {}^\circ\text{C}.$$

La température de la surface extérieure des tubes

$$t_{p1} = t_{f1} + \frac{k\Delta t}{\alpha_0} = 982 - \frac{98,5 \cdot 572}{103,7} = 440\ {}^\circ\text{C}.$$

Pour le calcul d'échange de chaleur par rayonnement on a admis que $t_p =$ $= 450$ °C. Pour le calcul de α_0 cette coïncidence est suffisante et le recalcul n'est pas nécessaire.

La surface de chauffe du surchauffeur

$$F = \frac{Q}{k\Delta t_{ray}} = \frac{4,3 \cdot 10^7}{98,5 \cdot 572} = 764 \text{ m}^2.$$

Le nombre de serpentins

$$n = \frac{4G_2}{\rho_{f2}\pi d_1^2 w_2 \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 230 \cdot 10^3}{36,5 \cdot 3,14\,(2,8 \cdot 10^{-2})^2\, 17 \cdot 3600} = 168.$$

La longueur de chaque serpentin

$$l_1 = \frac{F}{\pi d_2 n} = \frac{764}{3,14 \cdot 3,2 \cdot 10^{-2} \cdot 168} = 45,2 \text{ m}.$$

12.19. Le gaz carbonique est amené à raison de $G = 0,02$ kg/s et sous la pression $p = 10$ MPa dans un tube circulaire de diamètre $d = 4$ mm, où il passe par le tronçon de stabilisation hydrodynamique pour venir à la température $t_{f1} = 30$ °C dans le tronçon chauffé du tube et être chauffé à la densité constante du flux thermique sur la paroi $q_p = 8 \cdot 10^5$ W/m².

Trouver la distribution de la température le long du tube. Faire le calcul pour les distances relatives de l'entrée du tube x/d = 2, 4, 10, 20, 30, 38, 50, 60 et 75.

Réponse.

Les résultats sont consignés sur le tableau suivant :

x/d	2	4	10	20	30	38	50	60	75
t_{fx}, °C	31,2	32,4	35,6	39,9	43,0	45,1	48,2	51,6	59,0
α_x, W/(m²·°C)	4510	4000	3500	3150	3050	3200	3340	3360	3190
t_{px}, °C	208	232	264	294	305	295	288	290	310

La variation suivant la longueur du tube de la température de la paroi, de la température massique du gaz carbonique et de certaines autres grandeurs caractéristiques est visualisée sur les figures 12.8 et 12.9.

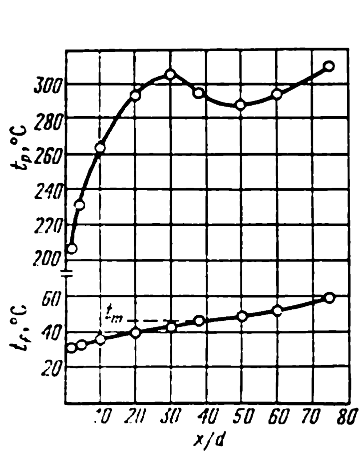


Fig. 12.8. Problème 12.19.

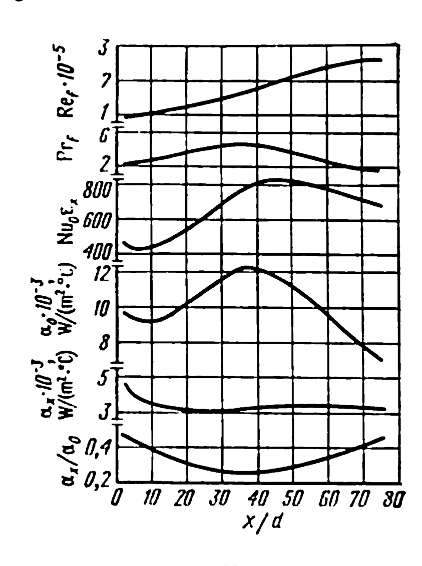


Fig. 12.9. Problème 12.19.

Solution.

La pression critique du gaz carbonique p_{cr} = 7,39 MPa. Par conséquent, le processus d'échange thermique envisagé marche dans le domaine supercritique des paramètres d'état. Puisque dans ce domaine la chaleur spécifique du fluide varie sensiblement avec la température, la variation suivant la longueur du tube de la température massique moyenne du gaz carbonique se calcule d'après son enthalpie. Pour q_p = const, l'enthalpie du fluide varie linéairement suivant la longueur du tube et

$$i_{fx} = i_{f1} + \frac{q_p \pi d}{G} x.$$

Pour $t_{f1} = 30\ °C$ et, respectivement, $T_{f1} = 303$ K, $i_{f1} = 537,4$ kJ/kg;

$$i_{fx} = 573,4 + \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} x = 573,4 + 502x \text{ kJ/kg}.$$

Pour $x/d = 2$, $x = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3}$ m et $i_{fx} = 573,4 + 502 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 577,4$ kJ/kg.

Dans les tableaux on trouve la température du gaz carbonique qui correspond à cette valeur de l'enthalpie: $T_{fx} = 304,2$ K ou $t_{fx} = 31,2\ °C$. D'une façon analogue on trouve pour les autres valeurs de x/d:

x/d	2	4	10	20	30	38	50	60	75
T_{fx}, K	304,2	305,4	308,6	312,9	316,0	318,1	321,2	324,6	332,0
t_{fx}, °C	31,2	32,4	35,6	39,9	43,0	45,1	48,2	51,6	59,0

Avec $p = 10$ MPa, la température pseudocritique du gaz carbonique est $t_m \approx 45\ °C$. C'est pourquoi près de la section $x/d = 38$, où $t_{fx} = 45,1\ °C$, la chaleur spécifique c_{pf} et le nombre Pr_f sont maximaux, alors que la variation des autres valeurs physiques est la plus brutale.

Le nombre de Reynolds local

$$Re_x = \frac{4G}{\pi d \mu_{fx}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \mu_{fx}} = \frac{6,37}{\mu_{fx}}.$$

Calculons la température cherchée de la paroi pour la section $x/d = 2$.

Pour cette valeur, $T_{fx} = 304,2$ K et les propriétés physiques du gaz carbonique sont: $\mu_{fx} = 6,55 \cdot 10^{-5}$ Pa·s; $\rho_{fx} = 761,1$ kg/m³; $i_{fx} = 577,4$ kJ/kg; $c_{pfx} = 3,37$ kJ/(kg·°C); $\lambda_{fx} = 8,74 \cdot 10^{-2}$ W/(m·°C); $Pr_{fx} = 2,52$;

$$Re_x = \frac{6,37}{6,55 \cdot 10^{-5}} = 9,72 \cdot 10^4;$$

le régime du mouvement est turbulent et le transfert de chaleur se calcule d'après la formule (5.17)

$$Nu_f = Nu_0 \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}} \right)^n \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} \right)^m \varepsilon_x,$$

où Nu_0, $\bar{c}_p$, n, m et ε_x s'obtiennent à partir des formules (5.15) et (5.17).

Pour le cas d'échange de chaleur stationnaire et les propriétés physiques constantes le nombre de Nüsselt avec $p \ll p_{cr}$

$$Nu_0 = \frac{\frac{\xi}{8} Re_f Pr_f}{12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (Pr_f^{2/3} - 1) + 1,07};$$

$$\xi = (1,82 \lg Re_f - 1,64)^{-2} = [1,82 \lg (9,72 \cdot 10^4) - 1,64]^{-2} = 1,81 \cdot 10^{-2};$$

$$\xi/8 = 2,26 \cdot 10^{-3};$$

$$\sqrt{\xi/8} = 4,76 \cdot 10^{-2};$$

$$Nu_0 = \frac{2,26 \cdot 10^{-3} \cdot 9,72 \cdot 10^4 \cdot 2,52}{12,7 \cdot 4,76 \cdot 10^{-2} (2,52^{2/3} - 1) + 1,07} = 318.$$

La correction pour le tronçon initial

$$\varepsilon_x = 0{,}86 + 0{,}54 \left(\frac{d}{x}\right)^{0,4} = 0{,}86 + 0{,}54 \left(\frac{1}{2}\right)^{0,4} = 1{,}27\,;$$

$$Nu_0 \varepsilon_x = 348 \cdot 1{,}27 = 442\,;$$

$$\alpha_0 = Nu_0 \varepsilon_x \frac{\lambda_{fx}}{d} = 442 \frac{8{,}74 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} = 9650 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Le calcul de la température de la paroi impose la connaissance du coefficient de transmission de chaleur local, dont la valeur d'après la formule (5.17) dépend de la température cherchée de la paroi. Le calcul est mené donc par la méthode des approximations successives, en résolvant ensemble (5.17) et l'expression

$$t_{px} = t_{fx} + \frac{q_{px}}{\alpha_x}. \qquad \text{(a)}$$

En retenant que dans les conditions envisagées l'influence sur l'échange de chaleur, exercée par la variation des propriétés physiques du gaz carbonique suivant la section du courant et traduite dans (5.17) par le facteur

$$\varphi = \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^n \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m,$$

réduit sensiblement l'intensité du transfert de chaleur, donnons-nous en première approximation $\varphi = 0{,}5$; il vient

$$Nu_x = Nu_0 \varepsilon_x \varphi = 442 \cdot 0{,}5 = 221\,;$$

$$\alpha_x = Nu_x \frac{\lambda_{fx}}{d} = 221 \frac{8{,}74 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} = 4820 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}$$

et la température de la paroi d'après (a)

$$t_{px} = 31{,}2 + \frac{8 \cdot 10^5}{4820} = 31{,}2 + 166 \approx 197\ {}^\circ\text{C}.$$

Pour $t_{px} = 197\ {}^\circ\text{C}$; $T_{px} = 470$ K; $\rho_p = 124{,}2$ kg/m³; $i_p = 930{,}3$ kJ/kg.

Calculons la valeur de φ en deuxième approximation

$$\bar{c}_p = \frac{i_p - i_{fx}}{t_{px} - t_{fx}} = \frac{930{,}3 - 577{,}4}{197 - 31{,}2} = 2{,}13 \text{ kJ/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)}\,;$$

$$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}} = \frac{2{,}13}{3{,}37} = 0{,}632.$$

La température pseudo-critique $T_m = 318$ K, dans la section considérée

$$\frac{T_f}{T_m} < 1, \qquad \frac{T_p}{T_m} = \frac{470}{318} = 1{,}48.$$

L'exposant n est défini par la formule

$$n = 0{,}22 + 0{,}18 \frac{T_p}{T_m} = 0{,}22 + 0{,}18 \cdot 1{,}48 = 0{,}486\,;$$

$$\frac{\rho_p}{\rho_f} = \frac{124{,}2}{761{,}2} = 0{,}163\,;$$

$$m = 0{,}35 - 0{,}05 \frac{p}{p_{cr}} = 0{,}35 - 0{,}05 \frac{10}{7{,}39} = 0{,}282\,;$$

$$\varphi = (0{,}632)^{0,486} (0{,}163)^{0,282} = 0{,}48.$$

Le nombre Nu_x, α_x et la température de la paroi en deuxième approxi-

mation

$$\mathrm{Nu}_x = 442 \cdot 0{,}48 = 212;$$

$$\alpha_x = \alpha_0\varphi = 9650 \cdot 0{,}48 = 4640 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)};$$

$$t_{px} = 31{,}2 + \frac{8 \cdot 10^5}{4640} = 31{,}2 + 172{,}4 \approx 204 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

Si pour la troisième approximation nous nous donnons la température $t_{px} = 204$ °C, α_x diminuera quelque peu et t_{px} deviendra plus grande. Donnons-nous donc la valeur de t_{px} légèrement supérieure à la valeur obtenue: $t_{px} = 208$ °C.

Avec $t_{px} = 208$ °C, $T_{px} = 481$ K; $\rho_p = 120{,}2$ kg/m³; $i_p = 943{,}3$ kJ/kg, et à la suite de la troisième approximation $\bar{c}_p = 2{,}07$ kJ/(kg·°C); $\bar{c}_p/c_{pf} = 0{,}613$; $T_p/T_m = 1{,}51$; $n = 0{,}493$; $\rho_p/\rho_{fx} = 0{,}158$; $m = 0{,}282$ et

$$\varphi = (0{,}613)^{0{,}493}\,(0{,}158)^{0{,}282} = 0{,}468;$$

$$\mathrm{Nu}_x = 442 \cdot 0{,}468 = 207;$$

$$\alpha_x = 9650 \cdot 0{,}468 = 4520 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)};$$

$$t_{px} = 31{,}2 + \frac{8 \cdot 10^5}{4520} = 208{,}2 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

La coïncidence de la valeur de t_{px} obtenue avec la valeur adoptée est suffisante et aucun besoin n'est de poursuivre l'amélioration. Ainsi, pour $x/d = 2$, $t_{px} = 208$ °C.

Faisons le deuxième calcul pour $x/d = 50$. Alors $t_{fx} = 48{,}2$ °C; $T_{fx} = 321{,}2$ K et les propriétés physiques du gaz carbonique sont:

$$\mu_{fx} = 3{,}07 \cdot 10^{-5} \ \mathrm{Pa \cdot s}; \quad \rho_{fx} = 422{,}1 \ \mathrm{kg/m^3}; \quad i_{fx} = 673{,}8 \ \mathrm{kJ/kg};$$

$$c_{pfx} = 6{,}98 \ \mathrm{kJ/kg \cdot {}^\circ C}; \quad \lambda_{fx} = 5{,}42 \cdot 10^{-2} \ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)}; \quad \mathrm{Pr}_{fx} = 3{,}96.$$

Le nombre de Reynolds local

$$\mathrm{Re}_x = \frac{6{,}37}{\mu_{fx}} = \frac{6{,}37}{3{,}07 \cdot 10^{-5}} = 2{,}08 \cdot 10^5.$$

Le coefficient de résistance au frottement ξ, le nombre Nu_0 et α_0:

$$\xi = [1{,}82 \lg (2{,}08 \cdot 10^5) - 1{,}64]^{-2} = 1{,}55 \cdot 10^{-2};$$

$$\xi/8 = 1{,}94 \cdot 10^{-3}; \qquad \sqrt{\xi/8} = 4{,}4 \cdot 10^{-2};$$

$$\mathrm{Nu}_0 = \frac{1{,}94 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}08 \cdot 10^5 \cdot 3{,}96}{12{,}7 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2}\,(3{,}96^{2/3} - 1) + 1{,}07} = 835.$$

Puisque $x/d > 20$, on a $\varepsilon_x = 1$ et

$$\alpha_0 = \mathrm{Nu}_0 \frac{\lambda_{fx}}{d} = 835 \frac{5{,}42 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} = 11\,300 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)}.$$

En retenant que dans la section plus éloignée de l'entrée t_{px} sera plus grande que pour $x/d = 2$ et, par suite, l'influence des propriétés variables sur l'échange de chaleur conduit à une diminution plus forte du transfert de chaleur, donnons-nous en première approximation $\varphi = 0{,}3$; alors

$$\mathrm{Nu}_x = \mathrm{Nu}_0\varphi = 835 \cdot 0{,}3 = 250{,}5;$$

$$\alpha_x = \alpha_0\varphi = 11\,300 \cdot 0{,}3 = 3390 \ \mathrm{W/(m^2 \cdot {}^\circ C)};$$

$$t_{px} = t_{fx} + \frac{q_p}{\alpha_x} = 48{,}2 + \frac{8 \cdot 10^5}{3390} \approx 284 \ {}^\circ\mathrm{C}.$$

Pour $t_{px} = 284$ °C ($T_{px} = 557$ K), $\rho_p = 98{,}5$ kg/m³; $i_p = 1032$ kJ/kg.

La valeur du facteur φ en deuxième approximation

$$\bar{c}_p = \frac{i_p - i_{fx}}{t_{px} - t_{fx}} = \frac{1032-673,8}{284-48,2} = 1,52 \text{ kJ/(kg·°C)};$$

$$\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}} = \frac{1,52}{6,98} = 0,218;$$

$$\frac{T_f}{T_m} = \frac{321,2}{318} \approx 1,01; \quad \frac{T_p}{T_m} = \frac{557}{318} = 1,75.$$

Puisque $1 < \frac{T_f}{T_m} < 1,2$ et $1 < \frac{T_p}{T_m} < 2,6$, d'après la formule (5.17)

$n = n_1 + (5n_1 - 2)\left(1 - \frac{T_f}{T_m}\right)$, où $n_1 = 0,22 + 0,18\frac{T_p}{T_m} = 0,22 + 0,18 \cdot 1,75 =$ $= 0,536$ et $n = 0,536 + (5 \cdot 0,536 - 2)(1 - 1,01) = 0,53$; $\frac{\rho_p}{\rho_f} = \frac{98,5}{422,1} = 0,233$.

Comme précédemment, pour $p = 1 \cdot 10^7$ Pa, $m = 0,282$ et

$$\varphi = \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{pf}}\right)^n \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^m = (0,218)^{0,53}(0,233)^{0,282} = 0,297.$$

Le nombre Nu_x, α_x et t_{px} en deuxième approximation

$$Nu_x = Nu_0\varphi = 835 \cdot 0,297 = 248;$$

$$\alpha_x = \alpha_0\varphi = 11\,300 \cdot 0,297 = 3350 \text{ W/(m}^2\text{·°C)};$$

$$t_{px} = 48,2 + \frac{8 \cdot 10^5}{3350} = 48,2 + 239 = 287,2 \text{ °C}.$$

La valeur de t_{px} obtenue différant de celle qui a été adoptée, il faut poursuivre le calcul. Adoptons en troisième approximation $t_{px} = 287$ °C et reprenons le calcul. Alors, $T_{px} = 560$ K; $\rho_p = 97,9$ kg/m³; $i_p = 1035,6$ kJ/kg; $\bar{c}_p = 1,515$ kJ/(kg·°C); $\bar{c}_p/c_{pf} = 0,217$; $T_p/T_m = 1,76$; $n = 0,53$; $\rho_p/\rho_f =$ $= 0,232$ et

$$\varphi = (0,217)^{0,53}(0,232)^{0,282} = 0,295;$$

$$Nu_x = 835 \cdot 0,295 = 247;$$

$$\alpha_x = 11\,300 \cdot 0,295 = 3340 \text{ W/(m}^2\text{·°C)};$$

$$t_{px} = 48,2 + \frac{8 \cdot 10^5}{3340} = 48,2 + 239,5 = 287,7 \text{ °C}.$$

La coïncidence de la valeur obtenue de t_{px} avec celle qui a été adoptée est suffisante pour admettre qu'avec $x/d = 50$, $t_{px} = 288$ °C.

Le calcul de la température de la paroi dans les autres sections du tube se fait d'une façon analogue. Ses résultats sont consignés sur le tableau de la page 213 et sur les figures 12.8 et 12.9.

12.20. Un tube circulaire de diamètre $d = 4$ mm est parcouru par du gaz carbonique. La pression de ce dernier $p = 10$ MPa, son débit $G = 0,03$ kg/s. Le gaz carbonique est amené dans le tronçon chauffé du tube à la température $t_{f1} = 10$ °C pour être chauffé à la densité constante du flux thermique sur la paroi $q_p = 1,3 \cdot 10^6$ W/m². Le tronçon chauffé est précédé d'un tronçon de stabilisation hydrodynamique non chauffé.

Trouver la distribution des températures suivant la longueur du tube. Faire le calcul pour les distances relatives de l'entrée $x/d = 2$, 4, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 65 et 75.

Réponse.

Les résultats du calcul sont consignés sur le tableau de la page 214 et la figure 12.10.

Grandeur de calcul	x/d								
	2	4	10	20	30	38	50	60	75
i_f, kJ/kg	577,4	581,4	593,5	613,6	633,6	649,8	673,8	693,9	724,0
T_f, K	304,2	305,4	308,6	312,9	316,0	318,1	321,2	324,6	332,0
t_f, °C	31,2	32,4	35,6	39,9	43,0	45,1	48,2	51,6	59,0
$\mu_f \cdot 10^5$, Pa·s	6,55	6,34	5,77	4,88	4,13	3,63	3,07	2,74	2,44
ρ_f, kg/m³	761,1	747,8	707,3	634,9	561	501,2	422,1	364,2	296,9
c_{pf}, kJ/(kg·°C)	3,37	3,53	4,08	5,51	7,28	8,04	6,98	5,19	3,21
$\lambda_f \cdot 10^2$, W/(m·°C)	8,74	8,59	8,17	7,48	6,81	6,23	5,42	4,78	4,05
Pr_f	2,52	2,60	2,88	3,59	4,42	4,68	3,96	2,98	1,94
$Re_f \cdot 10^{-5}$	0,972	1,01	1,105	1,30	1,54	1,76	2,08	2,32	2,61
$Nu_0 e_x$	442	428	448	546	677	787	835	795	685
φ	0,408	0,435	0,382	0,308	0,265	0,260	0,295	0,353	0,460
Nu_x	207	186,5	171	168,5	179,5	205	247	281	315
α_x, W/(m²·°C)	4510	4000	3500	3150	3050	3200	3340	3360	3190
t_{px}, °C	208	232	264	294	305	295	288	290	310

Grandeur de calcul	x/d									
	2	4	10	20	30	40	50	60	65	75
t_f, °C	11,8	13,6	18,9	26,9	33,5	38,7	42,4	45,2	46,6	49,7
α_x/α_0	0,504	0,462	0,419	0,363	0,332	0,276	0,230	0,212	0,223	0,29
α_x, W/(m²·°C)	5630	4730	4080	3840	3730	3670	3680	3680	3730	4360
t_p, °C	243	288	337	365	382	393	396	398	395	347

12.21. Calculer la distribution de la température suivant la section droite d'un élément combustible d'uranium [$\lambda = 31$ W/(m·°C)] en forme de cylindre creux de diamètre intérieur $d_1 = 14$ mm et extérieur $d_2 = 28$ mm. Ses deux surfaces cylindriques sont couvertes d'une gaine adhérente d'acier inoxydable [$\lambda_{gaine} = 21$ W/(m·°C)] de $\delta = 0,5$ mm d'épaisseur. Admettre que suivant la section la densité volumique de la chaleur $q_v = 2 \cdot 10^8$ W/m³ émise par l'uranium est uniforme.

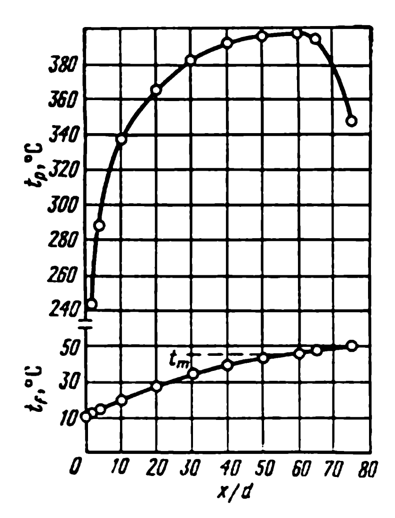


Fig. 12.10. Problème 12.20.

L'élément combustible est refroidi à l'eau qui circule dans le canal intérieur de section circulaire et le canal annulaire extérieur. Le diamètre extérieur du canal annulaire $d_3 = 34$ mm. La température massique moyenne et le débit de l'eau dans le canal intérieur sont $t_{f1} = 180$ °C; $G_1 = 0,18$ kg/s, et dans le canal extérieur, $t_{f2} = 200$ °C; $G_2 = 0,30$ kg/s.

Admettre pour le calcul que par la surface extérieure du canal annulaire l'échange de chaleur n'a pas lieu, c'est-à-dire que $q_3 = 0$.

Réponse.

La température maximale $t_0 = 307$ °C; les températures aux surfaces de l'uranium: $t_1 = 268$ °C; $t_2 = 265$ °C. Les chutes de température dans les gaines: $t_1 - t_{p1} = 20$ °C; $t_2 - t_{p2} = 15$ °C.

Solution.

Calculons le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la gaine à l'eau dans le canal intérieur.

Les propriétés physiques de l'eau à $t_{f1} = 180$ °C sont: $\rho_{f1} = 886,9$ kg/m³; $\lambda_{f1} = 0,674$ W/(m·°C); $\nu_{f1} = 0,173 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $Pr_{f1} = 1,0$.

La surface de la section droite du canal intérieur

$$f_1 = \pi (r_1 - \delta)^2 = 3,14\,(6,5 \cdot 10^{-3})^2 = 132,5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2,$$

où

$$r_1 - \delta = \frac{d_1}{2} - \delta = \frac{14 \cdot 10^{-3}}{2} - 0,5 \cdot 10^{-3} = 6,5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

La vitesse de la circulation de l'eau

$$w_1 = \frac{G_1}{f_1 \rho_{f1}} = \frac{0,18}{132,5 \cdot 10^{-6} \cdot 886,9} = 1,535\ \text{m/s}.$$

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re}_{f1} = \frac{w_1 (d_1 - 2\delta)}{\nu_{f1}} = \frac{1,535 (14 - 2\cdot 0,5)\ 10^{-3}}{0,173\cdot 10^{-6}} = 1,15\cdot 10^5.$$

Le nombre de Nüsselt se définit d'après la formule (5.7)

$$\mathrm{Nu}_{f1} = 0,021\ \mathrm{Re}_{f1}^{0,8}\ \mathrm{Pr}_{f1}^{0,43} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{f1}}{\mathrm{Pr}_{p1}}\right)^{0,25} = 0,021\ (1,15\cdot 10^5)^{0,8}\cdot 1,0 = 236,$$

où en première approximation nous admettons que la correction pour la variation des propriétés physiques suivant la section du courant $(\mathrm{Pr}_{f1}/\mathrm{Pr}_{f1})^{0,25} \approx 1$:

$$\alpha_1 = \mathrm{Nu}_{f1} \frac{\lambda_{f1}}{(d_1 - 2\delta)} = 236\ \frac{0,674}{13\cdot 10^{-3}} = 1,22\cdot 10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

Calculons le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la gaine à l'eau dans le canal annulaire extérieur.

Pour $t_{f2} = 200\ {}^\circ\mathrm{C}$, $\rho_{f2} = 863\ \mathrm{kg/m^3}$; $\lambda_{f2} = 0,663\ \mathrm{W/(m\cdot {}^\circ C)}$:

$$\nu_{f2} = 0,158\cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s};\quad \mathrm{Pr}_{f2} = 0,93;$$

$$f_2 = \pi\ [r_3^2 - (r_2 + \delta)^2] = 3,14\ (17^2 - 14,5^2)\ 10^{-6} = 248\cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2};$$

$$w_2 = \frac{G_2}{f_2 \rho_{f2}} = \frac{0,3}{248\cdot 10^{-6}\cdot 863} = 1,4\ \mathrm{m/s};$$

$$\mathrm{Re}_{f2} = \frac{w_2 d_{ec}}{\nu_{f2}} = \frac{1,4\cdot 5\cdot 10^{-3}}{0,158\cdot 10^{-6}} = 4,42\cdot 10^4,$$

où

$$d_{ec} = \frac{4 f_2}{\pi\ [d_3 + (d_2 + 2\delta)]} = d_3 - (d_2 + 2\delta) = 34 - 29 = 5\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}.$$

La chaleur étant amenée seulement à partir de la surface intérieure du canal annulaire, pour le cas de chauffage unilatéral le nombre de Nüsselt se détermine d'après la formule (5.24)

$$\mathrm{Nu}_{1.1} = \mathrm{Nu}_{tu}\ (1 - \varphi) \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^n \xi,$$

où, en remplaçant les notations conformément au problème envisagé, on obtient

$$\mathrm{Nu}_{1.1} = \mathrm{Nu}_{f2};\quad \mathrm{Nu}_{tu} = \mathrm{Nu}_{2tu};$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2 + 2\delta}{d_3} = \frac{28 + 1}{34} = 0,853;$$

$$\varphi = \frac{0,255}{1 + 1,1\mathrm{Pr}_{f2}^{0,9}} = \frac{0,255}{1 + 1,1\cdot 1,0} = 0,121;$$

$$n = -0,16\ \mathrm{Pr}_{f2}^{-0,15} = -0,16,$$

et puisque $(d_2 + 2\delta)/d_3 > 0,2$, il vient $\xi = 1$.

Le nombre de Nüsselt du canal annulaire se calcule d'après la formule (5.7) pour un tube circulaire

$$\mathrm{Nu}_{2tu} = 0,021 \mathrm{Re}_{f2}^{0,8} \mathrm{Pr}_{f2}^{0,43} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{f2}}{\mathrm{Pr}_{p2}}\right)^{0,25} =$$

$$= 0,021\cdot (4,42\cdot 10^4)^{0,8}\cdot (0,93)^{0,43} = 102,$$

où en première approximation nous adoptons $(\mathrm{Pr}_{f2}/\mathrm{Pr}_{p2})^{0,25} = 1$;

$$\mathrm{Nu}_{f2} = 102\ (1 - 0,121)\ (0,853)^{-0,16} = 92;$$

$$\alpha_2 = \mathrm{Nu}_{f2} \frac{\lambda_{f2}}{d_{ec}} = 92\ \frac{0,663}{5\cdot 10^{-3}} = 1,22\cdot 10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot {}^\circ C)}.$$

Les coefficients de transmission de chaleur efficaces qui rendent compte de la résistance thermique des gaines

$$\frac{1}{\alpha_{ef1}}=\frac{d_1}{\alpha_1(d_1-2\delta)}+\frac{d_1}{2\lambda_{gaine}}\ln\frac{d_1}{d_1-2\delta}=$$

$$=\frac{14\cdot10^{-3}}{1{,}22\cdot10^4\cdot13\cdot10^{-3}}+\frac{14\cdot10^{-3}}{2\cdot21}\ln\frac{14}{13}=11{,}24\cdot10^{-5};$$

$$\alpha_{f1}=8880\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)};$$

$$\frac{1}{\alpha_{ef2}}=\frac{d_2}{\alpha_2(d_2+2\delta)}+\frac{d_2}{2\lambda_{gaine}}\ln\frac{d_2+2\delta}{d_2}=$$

$$=\frac{28\cdot10^{-3}}{12{,}2\cdot10^3\cdot29\cdot10^{-3}}+\frac{28\cdot10^{-3}}{2\cdot21}\ln\frac{29}{28}=10{,}35\cdot10^{-5};$$

$$\alpha_{ef2}=9680\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Le rayon de la section neutre

$$r_0^2=\frac{(t_{f2}-t_{f1})+\frac{q_v}{2}\left[\frac{r_1}{\alpha_{ef1}}+\frac{r_2}{\alpha_{ef2}}+\frac{1}{2\lambda}(r_2^2-r_1^2)\right]}{\frac{q_v}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{ef1}r_1}+\frac{1}{\alpha_{ef2}r_2}+\frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}=$$

$$=\frac{(200-180)+\frac{2\cdot10^8}{2}\left[\frac{7\cdot10^{-3}}{8880}+\frac{14\cdot10^{-3}}{9680}+\frac{1}{2\cdot31}(14^2-7^2)\cdot10^{-6}\right]}{\frac{2\cdot10^8}{2}\left(\frac{1}{8880\cdot7\cdot10^{-3}}+\frac{1}{9680\cdot14\cdot10^{-3}}+\frac{1}{31}\ln\frac{14}{7}\right)}=$$

$$=105\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2};$$

$$r_0=10{,}25\ \mathrm{mm}.$$

La densité du flux thermique à la surface intérieure de l'uranium et à la surface intérieure de la gaine:

$$q_1=\frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_0^2}{r_1^2}-1\right)=\frac{2\cdot10^8\cdot7\cdot10^{-3}}{2}\left(\frac{105}{7^2}-1\right)=$$

$$=7{,}98\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2};$$

$$q_{p1}=q_1\frac{d_1}{d_1-2\delta}=7{,}98\cdot10^5\frac{14}{13}=8{,}60\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2}.$$

La température à la surface intérieure de la gaine

$$t_{p1}=t_{f1}+\frac{q_{p1}}{\alpha_1}=180+\frac{8{,}6\cdot10^5}{1{,}22\cdot10^4}=180+70{,}5\approx251\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

La densité du flux thermique q_2 et q_{p2} et la température t_{p2} à la surface extérieure de l'élément combustible

$$q_2=\frac{q_v r_2}{2}\left(1-\frac{r_0^2}{r_2^2}\right)=\frac{2\cdot10^8\cdot14\cdot10^{-3}}{2}\left(1-\frac{105}{14^2}\right)=6{,}5\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2};$$

$$q_{p2}=q_2\frac{d_2}{d_2+2\delta}=6{,}5\cdot10^5\frac{28}{29}=6{,}28\cdot10^5\ \mathrm{W/m^2};$$

$$t_{p2}=t_{f2}+\frac{q_{p2}}{\alpha_2}=200+\frac{6{,}28\cdot10^5}{1{,}22\cdot10^4}=200+51{,}4\approx251\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

D'après les valeurs obtenues de t_{p1} et t_{p2} nous pouvons mettre au point les corrections pour la variation des propriétés physiques suivant la section du courant, dans les formules de calcul des coefficients de transmission de chaleur.

Avec $t_{p1} = 251$ °C, $Pr_{p1} = 0,86$; avec $t_{p2} = 254$ °C, $Pr_{p2} = 0.865$; alors

$$\left(\frac{Pr_{f1}}{Pr_{p1}}\right)^{0,25} = \left(\frac{1}{0,86}\right)^{0,25} = 1,04\ ;$$

$$\left(\frac{Pr_{f2}}{Pr_{p2}}\right)^{0,25} = \left(\frac{0,93}{0,86}\right)^{0,25} = 1,02.$$

Quoique assez petites, les corrections interviennent, pourtant, dans la distribution de la température. Si on en tient compte, on obtient après le recalcul

$$\alpha_1 = 1,27 \cdot 10^4 \ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \alpha_{ef1} = 9170 \ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)};$$

$$Nu_{2tu} = 104; \quad \alpha_2 = 1,245 \cdot 10^4 \ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}; \quad \alpha_{ef2} = 9850 \ \text{W/(m}^2\cdot{}^\circ\text{C)}:$$

$$r_0 = 10,26 \ \text{mm};$$

$$q_1 = 8,04 \cdot 10^5 \ \text{W/m}^2; \quad q_{p1} = 8,65 \cdot 10^5 \ \text{W/m}^2; \quad t_{p1} = 248\ {}^\circ\text{C};$$

$$q_2 = 6,48 \cdot 10^5 \ \text{W/m}^2; \quad q_{p2} = 6,25 \cdot 10^5 \ \text{W/m}^2; \quad t_{p2} = 250\ {}^\circ\text{C}.$$

Les températures ayant peu changé, aucun besoin de poursuivre le calcul. Les températures aux surfaces intérieure et extérieure de l'uranium

$$q_{l1} = q_1 \pi\, d_1 = 8,04 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 14 \cdot 10^{-3} = 3,53 \cdot 10^4 \ \text{W/m};$$

$$t_1 = t_{p1} + \frac{q_{l1}}{2\pi\lambda_{\text{gaine}}} \ln \frac{d_1}{d_1 - 2\delta} = 248 + \frac{3,53 \cdot 10^4}{2 \cdot 3,14 \cdot 21} \ln \frac{14}{13} =$$

$$= 248 + 20 = 268\ {}^\circ\text{C};$$

$$t_2 = t_{p2} + \frac{q_2 d_2}{2\lambda_{\text{gaine}}} \ln \frac{d_2 + 2\delta}{d_2} = 250 +$$

$$+ \frac{6,48 \cdot 10^5 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 21} \ln \frac{29}{28} = 250 + 14,9 \approx 265\ {}^\circ\text{C}.$$

La température maximale de l'élément

$$t_0 = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2 \ln \frac{r_0}{r_1} - (r_0^2 - r_1^2)\right] = 268 + \frac{2 \cdot 10^8}{4 \cdot 31}\left[2\ (10,26)^2 \cdot \ln \frac{10,26}{7} -\right.$$

$$\left. -(10,26^2 - 7^2)\right] 10^{-6} = 268 + 39,2 \approx 307\ {}^\circ\text{C}.$$

12.22. Calculer la distribution de la température dans la section droite de l'élément combustible du problème 12.21, si le débit de l'eau dans le canal intérieur devient deux fois plus faible, c'est-à-dire si $G_1 = 0,09$ kg/s, alors que les autres conditions ne changent pas.

Réponse.

La température maximale $t_0 = 327$ °C. Les températures aux surfaces de l'uranium $t_1 = 298$ °C; $t_2 = 274$ °C. Les chutes de température des gaines $t_1 - t_{p1} = 16$ °C; $t_2 - t_{p2} = 17$ °C. De la sorte, la diminution du coefficient de transmission de chaleur à la paroi intérieure fait que le niveau général des températures a augmenté, la température t_1 s'étant accrue de 30 °C, et la température t_2, de 9 °C.

12.23. Déterminer la distribution de la température de l'eau suivant la longueur des canaux extérieur et intérieur de l'élément combustible à deux voies pour le fluide caloporteur (du type « tube de Field »). L'eau arrive d'en haut dans le canal annulaire extérieur, se déplace en bas, franchit le coude et monte par le canal annulaire intérieur jusqu'à la sortie du tube.

Les dimensions principales de l'élément (fig. 12.11) sont: longueur de chaque voie $l = 2,7$ m; diamètres du canal annulaire intérieur $d_1 = 14$ mm; $d_2 = 20$ mm; diamètres du canal annulaire extérieur $d_3 = 22$ mm; $d_4 = 28$ mm; diamètre extérieur de l'élément $d_5 = 34$ mm.

Calculer pour les restrictions suivantes: densité du flux thermique à la surface du barreau combustible central $q_p = 8 \cdot 10^5$ W/m²; vitesse de l'eau dans

le canal annulaire intérieur $w_1 = 2$ m/s; température de l'eau à l'entrée du canal extérieur $\vartheta_0 = 90$ °C; température de l'eau qui baigne le canal extérieur de l'extérieur est constante suivant la longueur et vaut $T = 86$ °C; coefficient de conductivité thermique du matériau des parois $\lambda = 21$ W/(m·°C).

Adopter que les coefficients de transmission et d'échange de chaleur sont égaux suivant la longueur; pour leur calcul utiliser les propriétés physiques de l'eau à la température moyenne suivant la longueur du canal donné.

Admettre que des deux côtés de la paroi extérieure de l'élément les coefficients de transmission de chaleur sont égaux $\alpha_3 = \alpha_2$. Adopter que la chaleur spécifique de l'eau $c_p = 4{,}25 \cdot 10^3$ J/(kg·°C) est constante.

Déterminer par calcul la température de l'eau au bout de la première voie ϑ_l et à la sortie de la deuxième voie t_0, ainsi que la coordonnée x_m et la valeur de ϑ_m, température maximale de l'eau dans la première voie.

Réponse.

$$\vartheta_l = 103\ °C; \quad t_0 = 156\ °C;$$

$$x_m = 2\text{m}; \quad \vartheta_m = 104\ °C.$$

Fig. 12.11. Problème 12.23.

Solution.

Pour le calcul du coefficient de transmission de chaleur α_1 dans le canal intérieur il faut se donner en première approximation la moyenne dans ce canal de la température de l'eau $\bar{t}$. Ceci peut se faire en partant du calcul approché suivant.

La surface de la section de passage et le diamètre équivalent du canal intérieur

$$f_1 = \frac{\pi}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right) = \frac{\pi}{4}(20^2 - 14^2)\, 10^{-6} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2;$$

$$d_{\text{éq}1} = d_2 - d_1 = 20 - 14 = 6\ \text{mm}.$$

Le débit de l'eau

$$G = \rho_1 f_1 w_1 \approx 965 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \approx 0{,}31\ \text{kg/s},$$

où $\rho_1 = 965$ kg/m³ à la température à l'entrée $\vartheta_0 = 90$ °C.

Alors, en l'absence des pertes thermiques, la température de l'eau à la sortie

$$t_0 \approx \vartheta_0 + \frac{q_p \pi d_1 l}{G c_p} = 90 + \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 3{,}14 \cdot 14 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}7}{0{,}31 \cdot 4{,}25 \cdot 10^3} = 160\ °C.$$

En tenant compte de l'évacuation de la chaleur du canal extérieur, admettons que $t_0 \approx 150$ °C et $\bar{t} \approx 0{,}5\,(90 + 150) = 120$ °C. Ainsi, en première approximation adoptons que $\bar{t} = 120$ °C. A cette température les propriétés physiques de l'eau sont $\rho_1 = 943$ kg/m³; $\nu_1 = 0{,}252 \cdot 10^{-6}$ m²/s; $\lambda_1 = 0{,}686$ W/(m·°C); $\text{Pr}_1 = 1{,}47$.

Le nombre de Reynolds

$$\text{Re}_1 = \frac{w_1 d_{\text{éq}1}}{\nu_1} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{0{,}252 \cdot 10^{-6}} = 4{,}76 \cdot 10^4.$$

En retenant que le calcul est guidé par plusieurs restrictions simplificatrices, le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur sont déterminés d'après la formule (5.7) pour les tubes circulaires en introduisant le diamètre équivalent. D'autre part, nous avons adopté avec une erreur peu grande la correction $(Pr_f/Pr_p)^{0,25} = 1$. Il vient

$$Nu_1 = 0{,}021\, Re_1^{0,8} Pr_1^{0,43} = 0{,}021\,(4{,}76\cdot10^4)^{0,8}(1{,}47)^{0,43} = 136;$$

$$\alpha_1 = Nu_1 \frac{\lambda_1}{d_{\acute{e}q1}} = 136\,\frac{0{,}686}{6\cdot10^{-3}} = 1{,}55\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Le débit de l'eau

$$G = \rho_1 f_1 w_1 = 943\cdot1{,}6\cdot10^{-4}\cdot2 = 0{,}302\ \mathrm{kg/s}.$$

Pour le canal extérieur adoptons en première approximation que $\bar{\vartheta} = \vartheta_0 = 90\ {}^\circ C$. A cette température $\rho_2 = 965\ \mathrm{kg/m^3}$; $\nu_2 = 0{,}326\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$; $\lambda_2 = 0{,}680\ \mathrm{W/(m\cdot{}^\circ C)}$; $Pr_2 = 1{,}95$.

La surface de la section de passage et le diamètre équivalent du canal extérieur valent :

$$f_2 = \frac{\pi}{4}(d_4^2 - d_3^2) = \frac{\pi}{4}(28^2 - 22^2)\,10^{-6} = 2{,}35\cdot10^{-4}\ \mathrm{m^2};$$

$$d_{\acute{e}q2} = d_4 - d_3 = 28 - 22 = 6\ \mathrm{mm}.$$

La vitesse de l'eau et le nombre de Reynolds dans le canal extérieur

$$w_2 = \frac{G}{\rho_2 f_2} = \frac{0{,}302}{965\cdot2{,}35\cdot10^{-4}} = 1{,}33\ \mathrm{m/s};$$

$$Re_2 = \frac{w_2 d_{\acute{e}q}}{\nu_2} = \frac{1{,}33\cdot6\cdot10^{-3}}{0{,}326\cdot10^{-6}} = 2{,}44\cdot10^4.$$

Le nombre de Nüsselt et le coefficient de transmission de chaleur

$$Nu_2 = 0{,}021\,(2{,}44\cdot10^4)^{0,8}\,(1{,}95)^{0,43} = 90;$$

$$\alpha_2 = Nu_2 \frac{\lambda_2}{d_{\acute{e}q2}} = 90\,\frac{0{,}68}{6\cdot10^{-3}} = 1{,}02\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

Par hypothèse, le coefficient de transmission de chaleur par la paroi extérieure de l'élément combustible $\alpha_3 = \alpha_2 = 1{,}02\cdot10^4\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}$.

Les coefficients d'échange de chaleur par les parois séparant les canaux annulaires k_1 et par la paroi extérieure k_2 s'écrivent

$$k_1 = \frac{\pi}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_2} + \dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}} =$$

$$= \frac{3{,}14}{\dfrac{1}{1{,}55\cdot10^4\cdot2\cdot10^{-2}} + \dfrac{2{,}3}{2\cdot21}\lg\dfrac{22}{20} + \dfrac{1}{1{,}02\cdot10^4\cdot2{,}2\cdot10^{-2}}} =$$

$$= 317\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)};$$

$$k_2 = \frac{\pi}{\dfrac{1}{\alpha_2 d_4} + \dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_5}{d_4} + \dfrac{1}{\alpha_3 d_5}} =$$

$$= \frac{3{,}14}{\dfrac{1}{1{,}02\cdot10^4\cdot2{,}8\cdot10^{-2}} + \dfrac{2{,}3}{2\cdot21}\lg\dfrac{34}{28} + \dfrac{1}{1{,}02\cdot10^4\cdot3{,}4\cdot10^{-2}}} =$$

$$= 285\ \mathrm{W/(m^2\cdot{}^\circ C)}.$$

En adoptant d'après l'énoncé que k_1 = const et k_2 = const, le calcul de la distribution de la température suivant la longueur des canaux se fait d'après les formules (5.31) à (5.33).

Le flux thermique par unité de longueur du barreau combustible central

$$q_l = q_p \pi\, d_1 = 8 \cdot 10^5 \cdot 3{,}14 \cdot 14 \cdot 10^{-3} = 3{,}51 \cdot 10^4 \text{ W/m}.$$

Calculons les grandeurs qui figurent dans (5.31)

$$W = Gc_p = 0{,}302 \cdot 4{,}25 \cdot 10^3 = 1280 \text{ W/°C};$$

$$\frac{q_l}{k_2} = \frac{3{,}51 \cdot 10^4}{285} = 123 \text{ °C}; \qquad \frac{q_l}{W} = \frac{3{,}15 \cdot 10^4}{1280} = 27{,}4 \text{ °C/m};$$

$$C_1 = \vartheta_0 - T - \frac{q_l}{k_2} = 90 - 86 - 123 = -119 \text{ °C};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2W}\left(-k_2 + \sqrt{k_2^2 + 4k_1k_2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 1280}\left(-285 + 10^2 \sqrt{2{,}85^2 + 4 \cdot 3{,}17 \cdot 2{,}85}\right) =$$

$$= \frac{1}{2560}(-285 + 665) = 0{,}148;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2W}\left(-k_2 - \sqrt{k_2^2 + 4k_1k_2}\right) = \frac{1}{2560}(-285 - 665) = -0{,}371;$$

$$e^{\varepsilon_2 l} = e^{-0{,}371 \cdot 2{,}7} = 0{,}368;$$

$$e^{\varepsilon_1 l} = e^{0{,}148 \cdot 2{,}7} = 1{,}49;$$

$$A_1 = \frac{C_1\varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \frac{q_l}{W}}{\varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l}} = \frac{-119 \cdot 0{,}148 \cdot 0{,}368 - 27{,}4}{0{,}148 \cdot 0{,}368 + 0{,}371 \cdot 1{,}49} = -55{,}8 \text{ °C};$$

$$A_2 = -\frac{C_1\varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l} - \frac{q_l}{W}}{\varepsilon_1 e^{\varepsilon_2 l} - \varepsilon_2 e^{\varepsilon_1 l}} = \frac{-119 \cdot 0{,}371 \cdot 1{,}49 - 27{,}4}{0{,}6075} = -63 \text{ °C}.$$

D'après (5.31) la température de l'eau au bout de la première voie

$$\vartheta_l = t_l = A_1 e^{\varepsilon_1 l} + A_2 e^{\varepsilon_2 l} + T + \frac{q_l}{k_2} = -55{,}8 \cdot 1{,}49 - 63 \cdot 0{,}368 +$$

$$+ 86 + 123 = 102{,}5 \text{ °C}.$$

La coordonnée de la température maximale de l'eau dans la première voie d'après (5.33).

$$x_m = \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \ln\left(-\frac{A_2\varepsilon_2}{A_1\varepsilon_1}\right) = \frac{1}{0{,}148 + 0{,}371} \ln\left(\frac{63 \cdot 0{,}371}{55{,}8 \cdot 0{,}148}\right) = 2{,}01 \text{ m}.$$

La température maximale de l'eau dans la première voie d'après (5.31) lorsque $x = x_m$

$$\vartheta_m = A_1 e^{\varepsilon_1 x_m} + A_2 e^{\varepsilon_2 x_m} + T + \frac{q_l}{k_2} = -55{,}8\ e^{0{,}148 \cdot 2{,}01} -$$

$$- 63 e^{-0{,}371 \cdot 2{,}01} + 86 + 123 = 103{,}7 \text{ °C}.$$

La distribution de la température de l'eau suivant la longueur du canal

intérieur est décrite par l'équation (5.32)

$$t = B_1 e^{\varepsilon_1 x} + B_2 e^{\varepsilon_2 x} + T + \frac{q_l}{k_1} + \frac{q_l}{k_2};$$

$$\frac{q_l}{k_1} = \frac{3,51\cdot 10^4}{317} = 111\ °C;$$

$$C_2 = t_l - T - \frac{q_l}{k_1} - \frac{q_l}{k_2} = 102,5 - 86 - 111 - 123 = -217,5\ °C;$$

$$B_1 = -\frac{C_2\varepsilon_2 + \frac{q_l}{W}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\, e^{\varepsilon_1 l}} = -\frac{217,5\cdot 0,371 + 27,4}{(0,148 + 0,371)\, 1,49} = -140\ °C;$$

$$B_2 = \frac{C_2\varepsilon_1 + \frac{q_l}{W}}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) e^{\varepsilon_2 l}} = \frac{-217,5\cdot 0,148 + 27,4}{(0,148 + 0,371)\, 0,368} = -25,1\ °C.$$

La température de l'eau à la sortie d'après (5.32) lorsque $x = 0$

$$t_0 = B_1 + B_2 + T + \frac{q_l}{k_1} + \frac{q_l}{k_2} = -140 - 25,1 + 86 + 111 + 123 = 154,9\ °C.$$

Précisons les valeurs des propriétés physiques de l'eau retenues pour le calcul des coefficients de transmission de chaleur α_1 et α_2. Tenant compte de l'allure de la distribution de la température de l'eau suivant la longueur du canal extérieur, sa moyenne peut être évaluée de la façon suivante:

$$\bar{\vartheta} \approx 0,5\,[0,5\,(\vartheta_0 + \vartheta_m) + 0,5\,(\vartheta_m + \vartheta_l)] \approx$$
$$\approx 0,5\,[0,5\,(90 + 103,7) + 0,5\,(103,7 + 102,5)] \approx 100\ °C.$$

Dans le calcul qui précède nous avons admis que $\bar{\vartheta} = 90$ °C. Pour la moyenne approchée suivant la longueur de la température de l'eau dans le canal intérieur, compte tenu de non-linéarité de sa variation, nous pouvons retenir $\bar{t} \approx$ ≈ 135 °C; nous avons adopté $\bar{t} = 120$ °C.

Avec $t = 135$ °C, $\rho_1 = 930$ kg/m³; $\lambda_1 = 0,685$ W/(m·°C);
$\nu_1 = 0,225\cdot 10^{-6}$ m²/s; $Pr_1 = 1,31$.
Avec $\bar{\vartheta} = 100$ °C, $\rho_2 = 958$ kg/m³; $\lambda_2 = 0,683$ W/(m·°C);
$\nu_2 = 0,295\cdot 10^{-6}$ m²/s; $Pr_2 = 1,75$.

Le recalcul d'après les valeurs des propriétés physiques mises au point donne le résultat suivant:

$G = 0,298$ kg/s; $w_2 = 1,32$ m/s;
$\alpha_1 = 1,61\cdot 10^4$ W/(m²·°C); $\alpha_2 = 1,06\cdot 10^4$ W/(m²·°C);
$k_1 = 326$ W/(m²·°C); $k_2 = 291$ W/(m²·°C);
$\vartheta_l = 103,2$ °C; $x_m = 2$ m; $\vartheta_m = 104,3$ °C; $t_0 = 156,3$ °C.

Les résultats coïncident assez bien avec le premier calcul et nul besoin n'est de reprendre le calcul.

12.24. Calculer la distribution de la température de l'eau suivant la longueur des canaux annulaires de l'élément combustible à deux voies prévues pour la circulation du fluide caloporteur, du problème 12.23, si la vitesse de l'eau dans le canal intérieur est doublée en passant de 2 à 4 m/s. Admettre que la chaleur spécifique de l'eau $c_p = 4,23\cdot 10^3$ J/(kg·°C) est constante. Les autres conditions ne changent pas.

Réponse.

$$\vartheta_l = 95\ °C; \quad x_m = 2{,}1\ m; \quad \vartheta_m = 96\ °C; \quad t_0 = 124\ °C.$$

12.25. Etablir la distribution des températures du caloporteur et de la paroi le long du canal de la zone active d'une pile atomique. L'élément combustible d'uranium [$\lambda = 31$ W/(m·°C)] (fig. 12.12) a la forme d'un cylindre de diamètre extérieur $d_1 = 21$ mm, long de $l = 2{,}8$ m. La surface de l'élément est couverte d'une gaine d'acier inoxydable [$\lambda_p = 21$ W/(m·°C)] bien adhérente d'épaisseur $\delta = 0{,}5$ mm.

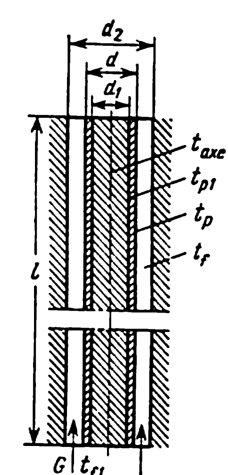


Fig. 12.12. Problème 12.25.

Adopter que la densité volumique de l'émission de chaleur dans l'uranium q_v est constante suivant la section et varie suivant la longueur d'après une loi de cosinus (pile sans réflecteurs terminaux). Si l'origine des coordonnées est placée au milieu de la longueur de l'élément combustible, alors on a avec $x = 0$, $q_{v0} = 4{,}9 \cdot 10^7$ W/m³.

L'élément est refroidi au gaz carbonique qui circule dans le canal annulaire de diamètre extérieur $d_2 = 30$ mm. La pression et le débit du gaz carbonique $p = 2$ MPa, $G = 0{,}25$ kg/s, sa température à l'entrée du canal $t_{f1} = 150$ °C. L'échange de chaleur par la paroi extérieure du canal annulaire est négligé.

Adopter pour le calcul que le coefficient de transmission de chaleur de la surface de la gaine au caloporteur est constant suivant la longueur et son calcul approché se fait d'après la formule de transfert de chaleur dans des tubes circulaires sans correction pour le facteur de température.

Déterminer par calcul la température du gaz carbonique t_f, la température aux surfaces extérieure et intérieure de la gaine t_p et t_{p1} et sur l'axe de l'élément t_{axe} à des distances de l'entrée: 0,5; 1,0; 1,4; 1,8 et 2,3 m ($x = -0{,}9$; $-0{,}4$; 0,0; 0,4; 0,9 m), ainsi que les coordonnées et les valeurs des températures maximales $t_{p.m}$, $t_{p1.m}$ et $t_{axe.m}$.

Les propriétés physiques du gaz carbonique pour $p = 2$ MPa et $t = 150$ à 300 °C [25] sont consignées sur le tableau qui suit:

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	$\mu \cdot 10^6$, Pa·s	$\lambda \cdot 10^4$, W/(m·°C)	Pr
50	26,3	1,00	20,0	260	0,768
200	23,2	1,02	22,5	278	0,825
250	20,8	1,04	24,6	307	0,832
300	17,9	1,07	26,5	341	0,832

Réponse.

Les coordonnées et les valeurs des températures maximales:

$$x_{p.m} = 0{,}309\ m; \quad t_{p.m} = 384\ °C;$$

$$x_{p1.m} = 0{,}298\ m; \quad t_{p1.m} = 390\ °C;$$

$$x_{axe.m} = 0{,}240\ m; \quad t_{axe.m} = 431\ °C.$$

La distribution de la température suivant la longueur du canal est donnée par le tableau qui suit et la figure 12.13.

x	−1,4	−0,9	−0,4	0	0,4	0,9	1,4
t_f, °C	150	159	183,5	209	234,5	260	268
t_p, °C	—	246,5	331,5	373	382,5	347	—
t_{p1}, °C	—	249,5	336,5	379	387,5	350	—
t_{axe}, °C	—	272,5	375,5	422,5	426,5	373	—

Solution.

L'émission de chaleur par unité de longueur au milieu de la longueur du canal ($x = 0$)

$$q_0 = q_{c0} \frac{\pi d_1^2}{4} = 4,9 \cdot 10^7 \frac{3,14 \cdot 21^2}{4} 10^{-6} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ W/m}.$$

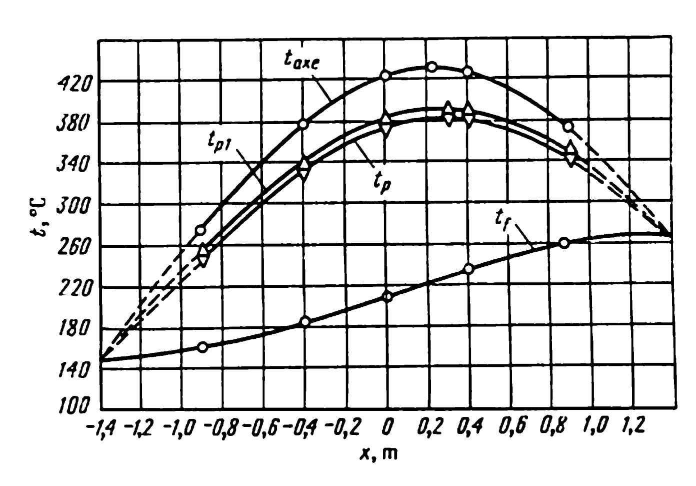


Fig. 12.13. Problème 12.25.

La température du gaz carbonique pour $x = l/2$ à la sortie du canal d'après la formule (5.34)

$$t_{f2} - t_{f1} = \frac{2}{\pi} \frac{q_0 l}{G c_p} = \frac{2}{\pi} \frac{1,7 \cdot 10^4 \cdot 2,8}{0,25 \cdot 1,02 \cdot 10^3} = 118 \text{ °C},$$

où dans l'intervalle des températures 150 à 250 °C, $c_p = 1,02 \cdot 10^3$ J/(kg·°C):

$$t_{f2} = t_{f1} + 118 = 150 + 118 = 268 \text{ °C}.$$

Pour $x = 0$ la température du gaz carbonique

$$t_{f.0} = t_{f1} + \frac{q_0 l}{\pi G c_p} = 0,5\,(t_{f1} + t_{f2}) = 209 \text{ °C}.$$

Les propriétés physiques du gaz carbonique pour $p = 2$MPa et $t_{f,0} = 209$ °C; $c_{pf} = 1,02 \cdot 10^3$ J/(kg·°C); $\rho_f = 22,7$ kg/m³; $\mu_f = 22,8 \cdot 10^{-6}$ Pa·s; $\lambda_f = 2,83 \cdot 10^2$ W/(m·°C); $\mathrm{Pr}_f = 0,826$.

Le diamètre équivalent du canal annulaire

$$d_{éq} = d_2 - d = 30 - 22 = 8 \text{ mm, où } d = d_1 + 2\delta = 21 + 2 \cdot 0,5 = 22 \text{ m}.$$

Le nombre de Reynolds

$$\mathrm{Re}_f = \frac{wd_{\acute{e}q}}{\nu_f} = \frac{Gd_{\acute{e}q}}{\rho_f f \nu_f} = \frac{4G}{\pi (d_2 + d) \mu_f},$$

où $f = \pi (d_2^2 - d^2)/4$ est l'aire de la section de passage du canal.

En portant dans l'expression du nombre Re_f les valeurs connues, on obtient

$$\mathrm{Re}_f = \frac{4 \cdot 0,25}{3,14 (30+22) 10^{-3} \cdot 22,8 \cdot 10^{-6}} = 2,69 \cdot 10^5.$$

La valeur approchée du nombre de Nüsselt et du coefficient de transmission de chaleur est donnée par la formule (5.7)

$$\mathrm{Nu}_f = 0,021\, \mathrm{Re}_f^{0,8} \mathrm{Pr}_f^{0,43} = 0,021\, (2,69 \cdot 10^5)^{0,8} (0,826)^{0,43} = 424;$$

$$\alpha = \mathrm{Nu}_f \frac{\lambda_f}{d_{\acute{e}q}} = 424 \frac{2,83 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-3}} = 1500 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Pour $x = 0$, la différence entre la température sur l'axe de l'élément et celle du gaz carbonique

$$\Delta t_{\text{axe. o}} = t_{\text{axe. o}} - t_{f,\,o} = \frac{q_0}{\pi} \left(\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{2\lambda_p} \ln \frac{d}{d_1} + \frac{1}{\alpha d} \right) =$$

$$= \frac{1,7 \cdot 10^4}{3,14} \left(\frac{1}{4 \cdot 31} + \frac{1}{2 \cdot 21} \ln \frac{22}{21} + \frac{1}{1,5 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-3}} \right) =$$

$$= 43,6 + 5,9 + 164 = 213,5 \text{ °C}.$$

De la sorte,

$$\Delta t_{\text{p.o}} = t_{\text{p.o}} - t_{f.o} = 164 \text{ °C};$$

$$\Delta t_{\text{p1.o}} = t_{\text{p1.o}} - t_{f.o} = 169,9 \text{ °C};$$

$$\Delta t_{\text{axe.o}} = t_{\text{axe.o}} - t_{f.o} = 213,5 \text{ °C}.$$

Pour $x = 0$, la température aux surfaces extérieure et intérieure de la gaine et sur l'axe de l'élément

$$t_{\text{p.o}} = t_{f.o} + \Delta t_{\text{p.o}} = 209 + 164 = 373 \text{ °C};$$

$$t_{\text{p1.o}} = t_{f.o} + \Delta t_{\text{p1.o}} = 209 + 169,9 = 378,9 \text{ °C};$$

$$t_{\text{axe.o}} = t_{f.o} + \Delta t_{\text{axe.o}} = 209 + 213,5 = 422,5 \text{ °C}.$$

La température maximale à la surface d'échange de chaleur $t_{\text{p.}m}$ se calcul d'après la formule (5.35)

$$\frac{t_{\text{p.}\,m} - t_{f1}}{t_{f2} - t_{f1}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\Delta t_{\text{p. o}}}{t_{f2} - t_{f1}} \right)^2}$$

ou

$$t_{\text{p.}\,m} = t_{f.\,o} + \sqrt{\left(\frac{t_{f2} - t_{f1}}{2} \right)^2 + \Delta t_{\text{p. o}}^2} =$$

$$= 209 + \sqrt{\left(\frac{118}{2} \right)^2 + \Delta t_{\text{p. o}}^2} = 209 + \sqrt{3481 + \Delta t_{\text{p. o}}^2}; \qquad \text{(a)}$$

$$t_{\text{p.}\,m} = 209 + \sqrt{3481 + 164^2} = 383 \text{ °C}.$$

La coordonnée de la température maximale de la surface d'échange de chaleur $x_{\text{p.}m}$ est définie par la formule (5.36)

$$x_{\text{p.}\,m} = \frac{l}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{t_{f2} - t_{f1}}{2\Delta t_{\text{p. o}}} \right) = \frac{2.8}{3,14} \operatorname{arctg} \left(\frac{59}{\Delta t_{\text{p. o}}} \right); \qquad \text{(b)}$$

$$x_{\text{p.}\,m} = 0,89 \operatorname{arctg} \left(\frac{59}{164} \right) = 0,308 \text{ m}.$$

Les valeurs et les coordonnées des températures maximales à la surface intérieure de la gaine et sur l'axe se trouvent d'après les expressions (a) et (b), en y remplaçant $\Delta t_{p,0}$ respectivement par $\Delta t_{p1,0}$ et $\Delta t_{axe,0}$:

$$t_{p1,m}=209+\sqrt{3481+\Delta t_{p1,0}^2}=209+\sqrt{3481+169,9^2}=389\ °C;$$

$$x_{p1,m}=0,89\ \mathrm{arctg}\left(\frac{59}{\Delta t_{p1,0}}\right)=0,89\ \mathrm{arctg}\left(\frac{59}{169,9}\right)=0,298\ \mathrm{m};$$

$$t_{axe,m}=209+\sqrt{3481+213,5^2}=431\ °C;$$

$$x_{axe,m}=0,89\ \mathrm{arctg}\left(\frac{59}{213,5}\right)=0,240\ \mathrm{m}.$$

Les valeurs de la température du gaz carbonique t_f pour des x différents sont données par la formule (5.34)

$$t_f=t_{f1}+\frac{q_0 l}{\pi G c_p}\left(\sin\frac{\pi x}{l}+1\right)=t_{f1}+$$

$$+\frac{t_{f2}-t_{f1}}{2}\left(\sin\frac{\pi x}{l}+1\right)=150+59\ [\sin(1,122\ x)+1].$$

En y portant les valeurs de x, on obtient

$$x=-1,4,\ t_f=t_{f1}=150\ °C;\quad x=-0,9,\ t_f=159\ °C;$$

$$x=-0,4,\ t_f=183,4\ °C;\quad x=0,\ t_f=209\ °C;$$

$$x=0,9,\ t_f=259,7\ °C;\quad x=1,4,\ t_f=268\ °C.$$

Les valeurs de la température de la surface d'échange de chaleur t_p pour des x différents sont établies d'après la formule

$$t_p=t_f+\Delta t_{p,0}\cos\frac{\pi x}{l}. \qquad (12.2)$$

Pour $x=-0,9$

$$t_p=159+164\cos(-1.122\cdot 0,9)=246,3\ °C.$$

t_p pour des valeurs de $x=-0,4$; 0,0; 0,4 et 0,9 se calculent d'une façon analogue.

Les valeurs de la température à la surface intérieure de la gaine et sur l'axe de l'élément, en fonction de x, sont définies par la formule (12.2) en y remplaçant $\Delta t_{p,0}$ respectivement par $\Delta t_{p1,0}$ et $\Delta t_{axe,0}$.

Pour $x=-0,9$

$$t_{p1}=t_f+\Delta t_{p1,0}\cos\frac{\pi x}{l}=159+169,9\cos(-1,01)=249,3\ °C;$$

$$t_{axe}=t_f+\Delta t_{axe,0}\cos\frac{\pi x}{l}=159+213,5\cos(-1,01)=272,5\ °C.$$

Pour d'autres valeurs de x, t_{p1} et t_{axe} se déterminent d'une façon analogue.

Les résultats des calculs sont consignés sur le tableau de la réponse au problème. La variation de t_f, t_p, t_{p1} et t_{axe} suivant la longueur du canal est visualisée sur la figure 12.13.

12.26. Calculer la distribution des températures du caloporteur et de la paroi suivant la longueur de l'élément combustible du problème 12.25, si le caloporteur est le sodium.

La densité volumique maximale de l'émission de chaleur par l'uranium $q_{v0}=1,2\cdot 10^8$ W/m³. Le débit du sodium $G=0,66$ kg/s et sa température à l'entrée du canal $t_{f1}=300$ °C. Les autres conditions restent celles du problème 12.25.

Calculer les mêmes grandeurs que celles dont les valeurs ont été établies pour le problème 12.25.

Réponse.

Voici les valeurs des coordonnées et des températures maximales

$$x_{p.m} = 1{,}21 \text{ m}; \quad t_{p.m} = 389 \text{ °C};$$

$$x_{p1.m} = 0{,}955 \text{ m}; \quad t_{p1.m} = 349{,}1 \text{ °C};$$

$$x_{axe.m} = 0{,}289 \text{ m}; \quad t_{axe.m} = 482{,}5 \text{ °C}.$$

La distribution des températures suivant la longueur du canal est consignée sur le tableau suivant:

x, m	−1,4	−0,9	−0,4	0	0,4	0,9	1,4
t_f, °C	300	306,7	325	344	363	381,3	388
t_p, °C	—	311,8	333,6	353,6	371,6	386	—
t_{p1}, °C	—	319,5	346,7	368,1	384,7	394	—
t_{axe}, °C	—	376,2	436,8	475	474,8	450,8	—

ANNEXES

Tableau 1

Système international SI (unités de mesure)

Grandeur	Nom	Symbole
	Unités de base	
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Intensité de courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K *)
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd
	Certaines unités dérivées	
Aire ou superficie	mètre carré	m^2
Volume	mètre cube	m^3
Vitesse	mètre par seconde	m/s
Accélération	mètre par seconde carrée	m/s^2
Densité	kilogramme par mètre cube	kg/m^3
Force	newton	N
Pression	pascal	Pa
Viscosité dynamique	pascal-seconde	Pa·s Pl
Viscosité cinématique	mètre carré par seconde	m^2/s
Travail, énergie, quantité de chaleur	joule	J
Puissance, flux thermique	watt	W
Chaleur spécifique	joule par kilogramme-kelvin	J/kg·K *)
Chaleur de changement de phase, enthalpie	joule par kilogramme	J/kg
Densité du flux thermique	watt par mètre carré	W/m^2
Coefficient de conductivité thermique	watt par mètre-kelvin	W/(m·K) *)
Coefficient de transmission de chaleur, coefficient d'échange de chaleur	watt par mètre carré-kelvin	$W/(m^2·K)$ *)
Coefficient de radiation	watt par mètre carré-kelvin puissance quatre	$W/(m^2·K^4)$

*) En plus de la température thermodynamique Kelvin (K) on admet également l'utilisation de la température pratique internationale de Celsium (°C).

Tableau 2

Relations entre les unités de mesure du système MKGFS et du Système international (SI)

Energie	1 kcal = 4,187 kJ
Force	1 kgf = 9,81 N
Poids spécifique	1 kgf/m^3 = 9,81 N/m^3
Densité	1 $kgf \cdot s^2/m^4$ = 9,81 kg/m^3
Pression	1 kgf/cm^2 = $0,981 \cdot 10^5$ Pa
Viscosité dynamique	1 $kgf \cdot s/m^2$ = 9,81 $Pa \cdot s$
Chaleur spécifique	1 $kcal/(kgf \cdot °C)$ = 4,187 $kJ/(kg \cdot °C)$
Enthalpie, chaleur de changement de phase	1 kcal/kgf = 4,187 kJ/kg
Flux thermique	1 kcal/h = 1,163 W
Densité du flux thermique	1 $kcal/(m^2 \cdot h)$ = 1,163 W/m^2
Densité volumique du flux thermique	1 $kcal/(m^3 \cdot h)$ = 1,163 W/m^3
Coefficient de conductivité thermique	1 $kcal/(m \cdot h \cdot °C)$ = 1,163 $W/(m \cdot °C)$
Coefficient de transmission de chaleur, coefficient d'échange de chaleur	1 $kcal/(m^2 \cdot h \cdot °C)$ = 1,163 $W/(m^2 \cdot °C)$
Coefficient de radiation	1 $kcal/(m^2 \cdot h \cdot K^4)$ = 1,163 $W/(m^2 \cdot K^4)$

Tableau 3

Densité ρ, coefficient de conductivité thermique λ et chaleur spécifique *c* des matériaux de construction, des matériaux calorifuges, etc. [24]

Matériaux	ρ, kg/m^3	*t* *), °C	λ, $W/(m \cdot °C)$	c, $kJ/(kg \cdot °C)$
Alfol pour l'épaisseur des couches d'air de 10 mm	—	—	$0,0302+0,85 \cdot 10^{-4}\,t$	—
Amiante vitreux :				
3e sorte	340	—	$0,087+0,24 \cdot 10^{-3}\,t$	0,816
6e sorte	650	—	$0,11+0,19 \cdot 10^{-3}\,t$	0,816
Carton d'amiante	900	—	$0,16-0,17 \cdot 10^{-3}\,t$	0,816
Cordeau d'amiante	800	—	$0,13-0,15 \cdot 10^{-3}\,t$	0,816
Eternite :				
à teneur élevée en amiante	1800	20	0,17-0,35	—
à 10 ou 50 % d'amiante (sec)	1800	20	0,64-0,52	—
Asphalte	2120	0-30	0,60-0,71	1,67
Béton à pierres cassées	2000	0	1,28	0,84
Ibidem, sec	1600	0	0,84	—
Béton armé fourré	2200	0	1,55	0,84
Béton de laitier	1500	0	0,70	0,80
Papier ordinaire	—	20	0,14	1,51
Ouate de coton	80	30	0,042	—
Plâtre (de moulage, sec)	1250	20	0,43	0,8-0,92
Argile	2000-1600	20	0,9-0,7	0,84
Argile réfractaire	1845	450	1,04	1,09

Matériaux	ρ, kg/m³	t *), °C	λ, W/(m·°C)	c, kJ/(kg·°C)
Gravier	1840	20	0,36	—
Plastic en bois de bouleau stratifié	—	35-70	0,21	—
Bois :				
chêne à travers les fibres	825	0-15	0,20-0,21	2,39
chêne le long des fibres	819	12-50	0,35-0,43	2,39
pin à travers les fibres	546	0-50	0,14-0,16	2,72
pin le long des fibres	—	20-25	0,35-0,72	2,72
Houille :				
à gaz	1420	20-100	3,6-4,0	—
courante, dure	1200-1350	20	0,24-0,27	—
Charbon fin en poussière	730	30-150	0,12-0,13	—
Carton	—	20	0,14-0,35	1,51
Cambric (laqué)	—	38	0,157	—
Brique :				
rouge, formage machine	1800	0	0,77	0,88
rouge, formage main	1700	0	0,70	0,88
de silice	1900	0	0,81	0,84
Maçonnage en brique rouge :				
avec mortier froid	1700	0	0,81	0,88
avec mortier chaud	1600	0	0,67	0,84
Maçonnage en brique de silice :				
avec mortier froid	1900	0	0,87	0,84
avec mortier chaud	1700	0	0,76	0,80
Maçonnage en pierres brutes de densité moyenne	2000	0	1,28	0,88
Carbolite noir	1150	50	0,231	—
Cuir	—	20	0,14-0,16	—
Coke pulvérulent	449	100	0,191	1,21
Tartre de chaudière :				
riche en gypse	2000-2700	100	0,7-2,3	—
riche en chaux	1000-2500	100	0,15-2,3	—
riche en silice	300-1200	100	0,08-0,23	—
Quartz cristallin :				
à travers l'axe	—	0	0,72	—
le long de l'axe	—	0	1,94	—
Suie de lampe	165	40	0,07-0,12	—
Glace	917	0	2,2	2,26
Glace	928	−100	3,5	1,17
Tissu de lin	—	—	0,088	—
Magnésie sous forme de segments pour calorifugeage des tubes	266	50-200	0,073-0,084	—
Craie	2000	50	0,9	0,88

Matériaux	ρ, kg/m³	t *), °C	λ, W/(m·°C)	c, kJ/(kg·°C)
Micanite	—	20	0,21-0,41	—
Marbre	2800	0	3,5	0,92
Paraffine	920	20	0,27	—
Sable de rivière fin :				
sec	1520	0-160	0,30-0,38	0,80
humide	1650	20	1,13	2,09
Presspahn	—	20-50	0,26-0,22	—
Plexiglas	—	20	0,184	—
Plaque de liège sèche	148-198	80	0,042-0,053	1,76
Morceaux de liège 4 à 5 mm	85	0,60	0,044-0,058	1,76
Caoutchouc :				
dur, courant	1200	0-100	0,157-0,160	1,38
doux	—	20	0,13-0,16	1,38
Sucre en poudre	1600	0	0,58	1,26
Soufre rhombique	—	21	0,28	0,762
Schiste	—	94	1,49	—
Mica (transversalement aux couches)	2600-3200	20	0,49-0,58	—
Neige :				
fraîchement tombée	200	—	0,10	2,09
compacte	400	—	0,46	2,09
Verre :				
à glace	2550	0-100	0,78-0,88	0,779
courant	2500	20	0,74	0,67
réfractaire	2590	20	0,96	—
pyrex	—	0	1,04	—
ibidem	—	400	1,55	—
de quartz	—	400	1,76	—
ibidem	—	800	2,40	—
ibidem	—	1200	3,05	—
Laine de verre	154-206	88	0,051-0,059	—
Textolite	1300-1400	20	0,23-0,34	1,46-1,51
Porcelaine	2400	95	1,04	1,09
ibidem	2400	1055	1,96	1,09
Fibre rouge	1290	20-100	0,46-0,50	—
Fibrolithe	360-440	80	0,073-0,128	—
Celluloïde	1400	30	0,21	—
Soie	100	0-93	0,043-0,06	—
Ebonite	1200	20	0,157-0,17	—
Laitier :				
de chaudière	1000	0	0,29	0,75
granulé de haut-fourneau	500	0	0,15	0,75
Enduit :				
de chaux	1600	0	0,70	0,84
de ciment et sable	1800	0	1,2	0,84
Contre-plaqué	600	0	0,15	2,51
Charbon de bois en morceaux	190	80	0,074	—

*) Température à laquelle sont données les propriétés.

Tableau 4

Densité ρ, coefficient de conductivité thermique λ, chaleur spécifique c et température opératoire maximale t pour les produits réfractaires principaux [24]

Dénomination	$\rho\cdot10^{-3}$, kg/m³	λ, W/(m·°C)	c, kJ/(kg·°C)	t, °C
Brique alumineuse	1,8-1,9	0,84+0,0006 t	0,88+0,00230 t	1350-1450
Mousse de chamotte	0,95	0,28+0,00023 t	—	1350
ibidem	0,6	0,10+0,000145 t	—	1300
Brique :				
dina	0,9-1,95	0,9+0,0007 t	0,8+0,00025 t	1700
de magnésie	2,6-2,8	4,65−0,0017 t	1,05+0,0003 t	1650-1700
de chrome-magnésie	2,75-2,85	1,86-1,98 (0-600 °C)	—	1700
de chromite	3,0-3,1	1,3+0,00041 t	0,8+0,0003 t	1650-1700
Produits :				
de sillimanite (mullite)	2,2-2,4	1,69−0,00023 t	0,8+0,00025 t	1650
de corindon (alundum)	2,3-2,6	2,09+0,0019 t	0,8+0,0004 t	1600-1700
de zirconium,	3,3	1,30+0,00064 t	0,54−0,00012 t	1750-1800
de carborundum (de carbofrax)	2,3-2,6	21−0,010 t	0,96+0,000146 t	1400-1500
de charbon	1,35-1,6	23+0,035 t (jusqu'à 1000 °C)	0,8	2000
de graphite	1,6	163−0,041 t	0,8	2000

Tableau 5

Densité ρ, coefficient de conductivité thermique de la construction λ et température limite de l'utilisation t des matériaux et produits calorifuges principaux [24]

Matériau ou produit	ρ, kg/m³		λ, W/(m·°C)	t, °C
	pulvérulent	à mastic		
Matériaux calorifuges				
Amiante vitreuse 6ᵉ sorte	800	—	0,130+0,00019 t	700
Asbozonolyte	350	500-550	0,143+0,00019 t	700
Asbozurite	450	700	0,1622+0,000169 t	200-300
Amiante au mica	400-500	580-650	0,120+0,000148 t	600
Asbothermite	400-430	550-570	0,109+0,000145 t	500-550
Diatomite pulvérulent	400-500	—	0,091+0,00028 t	800
Vermiculite	150-250	—	0,072+0,00262 t	900-1100
Laine minérale	180-250	—	0,046-0,058 à 50 °C	500
Novoasbozurite	400-450	580-650	0,144+0,00014 t	250
Newvel	180-200	405-465	0,87+0,000064 t	325-370
Sovélite	230-250	440-520	0,0901+0,000087 t	400-450
Poudre de tourbe	200-350	—	0,06-0,08	100

Matériau ou produit	ρ, kg/m³		λ, W/(m·°C)	t, °C
	pulvérulent	à mastic		
Ferrigypse (pâte ferron)	—	400-550	0,07-0,08	650
Laine de laitier (sorte 0)	170-200	—	0,06+0,000145 t	750
Produits calorifuges				
Plaques de vermiculite	—	350-380	0,081+0,00015 t	700-750
Plaques de vulcanite	—	400	0,080+0,00021 t	550-600
Feutre de construction	—	300	0,05 à 0 °C	90
Brique diatomique	—	500-600	0,113+0,00023 t	850
Carcasses et segments diatomiques	—	500-600	0,113+0,00023 t	850
Articles « novoïzols »	—	400-450	0,073+0,00028 t	400
Plaques de tiges de roseau	—	260-360	0,10 à 0 °C	100
Feutre minéral	—	250-300	0,058-0,076 à 50 °C	—
Blocs de béton mousse	—	400-500	0,099-0,122 à 50 °C	300
Briques de diatomite mousse	—	230-430	0,07-0,09 à 70 °C	600-800
Verre mousse (verre cellulaire)	—	290-450	0,124-0,160 à 70 °C	600-800
Plaques « orguizols »	—	280-350	0,078+0,00012 t	600
Plaques de liège	—	250	0,07 à 0 °C	120
Plaques de sovélite	—	400-450	0,079+0,00019 t	450-500
Plaques de solomite	—	260-360	0,10 à 0 °C	100
Plaques de tourbe	—	170-250	0,046+0,00014 t	100-120
Bouchon de laitier et minéral	—	270-350	0,064-0,081 à 50 °C	150

Tableau 6

Coefficients de conductivité thermique des aciers λ, W/(m·°C), en fonction de la température [24 et 25]

Dénomination et nuance de l'acier	Température, °C								
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Au carbone 15	54,4	50,2	46,0	41,9	37,7	33,5	—	—	—
Au carbone 30	50,2	46,0	41,9	37,7	33,5	29,3	—	—	—
Au chrome-molybdène X10C2M(ЭИ107)	18,4	—	21,7	—	—	24,6	25,5	—	—
Au chrome-nickel-tungstène 4X14HB2M(ЭИ69)	15,5	16,9	19,2	20,2	21,2	22,0	—	—	—
Au chrome-nickel 1X18H9T(ЭЯ1T) *)	16,0	17,6	19,2	20,8	22,3	23,8	25,5	27,6	—
Au chrome-nickel X25H20C2(ЭИ283)	14,6	—	—	—	21,6	23,5	25,1	27,1	28,8

Suite

Dénomination et nuance de l'acier	Température, °C								
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Au chrome inoxydable									
1X13(Ж$_1$)	24,0	23,6	23,3	23,3	23,7	24,4	—	—	—
2X13(Ж$_2$)	24,3	25,8	26,3	26,4	26,6	26,4	26,2	26,7	27,6
3X13(Ж$_3$)	25,1	25,6	25,6	25,6	25,6	25,6	24,6	—	—
4X13(Ж$_4$)	28,0	29,1	29,3	29,2	28,8	28,4	28,0	—	—
X17(Ж$_{17}$)	24,4	—	—	—	—	—	—	—	—
X28(Ж$_{27}$)	20,9	21,7	22,7	23,4	24,3	25,0	—	—	—

* Pour les échantillons différents de l'acier 1X18H9T les valeurs de λ varient de ±20 %. Ici on donne sa moyenne.

Tableau 7

Coefficients de conductivité thermique λ, W/(m·°C), des métaux et des alliages en fonction de la température [24]

Dénomination du métal ou de l'alliage	Température, °C							
	0	20	100	200	300	400	500	600
Aluminium	202	—	206	229	272	319	371	422
Alliages d'aluminium :								
92 % Al, 8 % Mg	102	106	123	148	—	—	—	—
80 % Al, 20 % Si	158	160	169	174	—	—	—	—
Duralumin :								
94-96 % Al, 3-5 % Cu, 0,5 % Mg	159	165	181	194	—	—	—	—
Laiton :								
90 % Cu, 10 % Zn	102	—	117	134	149	166	180	195
70 % Cu, 30 % Zn	106	—	109	110	114	116	120	121
67 % Cu, 33 % Zn	100	—	107	113	121	128	135	151
60 % Cu, 40 % Zn	106	—	120	137	152	169	186	200
Cuivre (99,9 %)	393	—	385	378	371	365	359	354
Monel :								
29 % Cu, 67 % Ni, 2 % Fe	—	22,1	24,4	27,6	30	34	—	—
Maillechort :								
62 % Cu, 15 % Ni, 22 % Zn	—	25,0	31,0	40,0	45	49	—	—
Nichrome :								
90 % Ni, 10 % Cr	17,1	17,4	19,0	20,9	22,8	24,6	—	—
80 % Ni, 20 % Cr	12,2	13,6	13,8	15,6	17,2	19,0	—	22,6

Suite

Dénomination du métal ou de l'alliage	Température, °C							
	0	20	100	200	300	400	500	600
Nichrome ferreux :								
61 % Ni, 15 % Cr, 20 % Fe, 4 % Mn	—	11,6	11,9	12,2	12,4	12,7	—	13,1
61 % Ni, 16 % Cr, 23 % Fe	11,9	12.1	13,2	14,6	16,0	17,4	—	—
Acier doux	63	—	57	52	46	42	36	31

Tableau 8

Coefficients de conductivité thermique des alliages [24]

Alliage	t, °C	λ, W/(m·°C)
Bronze d'aluminium : 95 % Cu, 5 % Al	20	82
Bronze :		
90 % Cu, 10 % Sn	20	42
75 % Cu, 25 % Sn	20	26
88 % Cu, 10 % Sn, 2 % Zn	20	48
Bronze au phosphore :		
92,8 % Cu, 5 % Sn, 0,15 % P, 2 % Zn	20	79
91,7 % Cu, 8 % Sn, 0.3 % P	20	45
87,2 % Cu, 12,4 % Sn, 0,4 % P	20	36
Invar : 35 % Ni, 65 % Fe	20	11
Constantan:		
60 % Cu, 40 % Ni	20	22,7
60 % Cu, 40 % Ni	100	25,6
Manganine :		
84 % Cu, 4 % Ni, 12 % Mn	20	21,3
84 % Cu, 4 % Ni, 12 % Mn	100	26,4
Alliages de magnésium :		
92 % Mg, 8 % Al	20-200	62-79
88 % Mg, 10 % Al, 2 % Si	20-200	58-76
92 % Mg, 8 % Cu	20-200	126-132
Alliages de cuivre :		
70 % Cu, 30 % Mn	20	13
90 % Cu, 10 % Ni	20-100	58-76
80 % Cu, 20 % Ni	20-100	34-41
40 % Cu, 60 % Ni	20-100	22-26
Métal Rose : 50 % Bi, 25 % Pb, 25 % Sn	20	16
Métal de Wood : 48 % Bi, 26 % Pb, 13 % Sn, 13 % Cd	20	13

Suite

Alliage	t, °C	λ, W/(m·°C)
Alliages de nickel :		
70 % Ni, 28 % Cu, 2 % Fe	20	35
62 % Ni, 12 % Cu, 26 % Fe	20	13,5
Argent au nickel	0	29,3
Ibidem	100	37
Platiniridium : 90 % Pt, 10 % Ir	0-100	30,9-31
Electron : 93 % Mg, 4 % Zn, 0,5 % Cu	20	116
Rhodium au platine : 90 % Pt, 10 % Rh	0-100	30-30,6

Tableau 9

Propriétés physiques de l'air sec ($B = 760$ mm Hg ≈ $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa) [13]

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^2$, W/(m·°C)	$a \cdot 10^6$, m²/s	$\mu \cdot 10^6$, Pa·s	$\nu \cdot 10^6$, m²/s	Pr
−50	1,584	1,013	2,04	12,7	14,6	9,23	0,728
−40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,2	10,04	0,728
−30	1,453	1,013	2,20	14,9	15,7	10,80	0,723
−20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,2	12,79	0,716
−10	1,342	1,009	2,36	17,4	16,7	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16	0,705
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06	0,703
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,00	0,701
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96	0,699
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95	0,698
60	1,060	1,005	2,90	26,2	20,1	18,97	0,696
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02	0,694
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09	0,692
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10	0,690
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80	0,684
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85	0,680
250	0,674	1,038	4,27	61,0	27,4	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,91	81,9	31,4	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,21	93,1	33,0	63,09	0,678

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^2$, W/(m·°C)	$a\cdot10^6$, m²/s	$\mu\cdot10^6$, Pa·s	$\nu\cdot10^6$, m²/s	Pr
500	0,456	1,093	5,74	115,3	36,2	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,22	138,3	39,1	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,71	163,4	41,8	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,18	188,8	44,3	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,63	216,2	46,7	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,07	245,9	49,0	177,1	0,719
1100	0,257	1,197	8,50	276,2	51,2	199,3	0,722
1200	0,239	1,210	9,15	316,5	53,5	233,7	0,724

Tableau 10

Température d'ébullition de l'eau en fonction de la pression [2]

$p\cdot10^{-5}$, Pa	t_s, °C	$p\cdot10^{-5}$, Pa	t_s, °C	$p\cdot10^{-5}$, Pa	t_s, °C	$p\cdot10^{-5}$, Pa	t_s, °C	$p\cdot10^{-5}$, Pa	t_s, °C
1	99,64	27	228,06	76	291,41	128	329,61	180	356,96
2	120,23	28	230,04	78	293,22	130	330,81	182	357,87
3	133,54	29	231,96	80	294,98	132	332,00	184	358,78
4	143,62	30	233,83	82	296,71	134	333,18	186	359,67
5	151,84	32	237,44	84	298,40	136	334,34	188	360,56
6	158,84	34	240,88	86	300,07	138	335,49	190	361,44
7	164,96	36	244,16	88	301,71	140	336,63	192	362,31
8	170,42	38	247,31	90	303,32	142	337,75	194	363,17
9	175,35	40	250,33	92	304,90	144	338,86	196	364,02
10	179,88	42	253,24	94	306,45	146	339,96	198	364,87
11	184,05	44	256,05	96	307,98	148	341,04	200	365,71
12	187,95	46	258,75	98	309,49	150	342,11	202	366,54
13	191,60	48	261,37	100	310,96	152	343,18	204	367,37
14	195,04	50	263,91	102	312,42	154	344,23	206	368,18
15	198,28	52	266,38	104	313,86	156	345,27	208	368,99
16	201,36	54	268,77	106	315,28	158	346,30	210	369,79
17	204,30	56	271,10	108	316,67	160	347,32	212	370,58
18	207,10	58	273,36	110	318,04	162	348,33	214	371,4
19	209,78	60	275,56	112	319,39	164	349,32	216	372,2
20	212,37	62	277,71	114	320,73	166	350,31	218	372,9
21	214,84	64	279,80	116	322,05	168	351,29	220	373,7
22	217,24	66	281,85	118	323,35	170	352,26	Etat critique	
23	219,55	68	283,85	120	324,63	172	353,21		
24	221,77	70	285,80	122	325,90	174	354,17		
25	223,93	72	287,71	124	327,15	176	355,11	221,29	374,15
26	226,03	74	289,58	126	328,39	178	356,04		

Tableau 11

Propriétés physiques de l'eau sur la ligne de saturation [2 et 13]

t, °C	$p \cdot 10^{-5}$, Pa	ρ, kg/m³	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^2$, W/(m·°C)	$a \cdot 10^8$, m²/s	$\mu \cdot 10^6$, Pa·s	$\nu \cdot 10^6$, m²/s	$\beta \cdot 10^4$, K⁻¹	$\sigma \cdot 10^4$, N/m	Pr
0	1,013	999,9	0,00	4,212	55,1	13,1	1788	1,789	−0,63	756,4	13,67
10	1,013	999,7	42,04	4,191	57,4	13,7	1306	1,306	+0,70	741,6	9,52
20	1,013	998,2	83,91	4,183	59,9	14,3	1004	1,006	1,82	726,9	7,02
30	1,013	995,7	125,7	4,174	61,8	14,9	801,5	0,805	3,21	712,2	5,42
40	1,013	992,2	167,5	4,174	63,5	15,3	653,3	0,659	3,87	696,5	4,31
50	1,013	988,1	209,3	4,174	64,8	15,7	549,4	0,556	4,49	676,9	3,54
60	1,013	983,2	251,1	4,179	65,9	16,0	469,9	0,478	5,11	662,2	2,98
70	1,013	977,8	293,0	4,187	66,8	16,3	406,1	0,415	5,70	643,5	2,55
80	1,013	971,8	335,0	4,195	67,4	16,6	355,1	0,365	6,32	625,9	2,21
90	1,013	965,3	377,0	4,208	68,0	16,8	314,9	0,326	6,95	607,2	1,95
100	1,013	958,4	419,1	4,220	68,3	16,9	282,5	0,295	7,52	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	68,5	17,0	259,0	0,272	8,08	569,0	1,60
120	1,98	943,1	503,7	4,250	68,6	17,1	237,4	0,252	8,64	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,266	68,6	17,2	217,8	0,233	9,19	528,8	1,36
140	3,61	926,1	589,1	4,287	68,5	17,2	201,1	0,217	9,72	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	68,4	17,3	186,4	0,203	10,3	486,6	1,17
160	6,18	907,4	675,4	4,346	68,3	17,3	173,6	0,191	10,7	466,0	1,10
170	7,92	897,3	719,3	4,380	67,9	17,3	162,8	0,181	11,3	443,4	1,05
180	10,03	886,9	763,3	4,417	67,4	17,2	153,0	0,173	11,9	422,8	1,00
190	12,55	876,0	807,8	4,459	67,0	17,1	144,2	0,165	12,6	400,2	0,96
200	15,55	863,0	852,5	4,505	66,3	17,0	136,4	0,158	13,3	376,7	0,93
210	19,08	852,8	897,7	4,555	65,5	16,9	130,5	0,153	14,1	354,1	0,91
220	23,20	840,3	943,7	4,614	64,5	16,6	124,6	0,148	14,8	331,6	0,89
230	27,98	827,3	990,2	4,681	63,7	16,4	119,7	0,145	15,9	310,0	0,88
240	33,48	813,6	1037,5	4,756	62,8	16,2	114,8	0,141	16,8	285,5	0,87
250	39,78	799,0	1085,7	4,844	61,8	15,9	109,9	0,137	18,1	261,9	0,86
260	46,94	784,0	1135,1	4,949	60,5	15,6	105,9	0,135	19,7	237,4	0,87
270	55,05	767,9	1185,3	5,070	59,0	15,1	102,0	0,133	21,6	214,8	0,88
280	64,19	750,7	1236,8	5,230	57,4	14,6	98,1	0,131	23,7	191,3	0,90
290	74,45	732,3	1290,0	5,485	55,8	13,9	94,2	0,129	26,2	168,7	0,93
300	85,92	712,5	1344,9	5,736	54,0	13,2	91,2	0,128	29,2	144,2	0,97
310	98,70	691,1	1402,2	6,071	52,3	12,5	88,3	0,128	32,9	120,7	1,03
320	112,90	667,1	1462,1	6,574	50,6	11,5	85,3	0,128	38,2	98,10	1,11
330	128,65	640,2	1526,2	7,244	48,4	10,4	81,4	0,127	43,3	76,71	1,22
340	146,08	610,1	1594,8	8,165	45,7	9,17	77,5	0,127	53,4	56,70	1,39
350	165,37	574,4	1671,4	9,504	43,0	7,88	72,6	0,126	66,8	38,16	1,60
360	186,74	528,0	1761,5	13,984	39,5	5,36	66,7	0,126	109	20,21	2,35
370	210,53	450,5	1892,5	40,321	33,7	1,86	56,9	0,126	264	4,709	6,79

Tableau 12

Propriétés physiques de la vapeur d'eau sur la ligne de saturation [2 et 13]

t, °C	$p\cdot10^{-5}$, Pa	ρ'', kg/m³	i'', kJ/kg	r, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^2$, W/(m·°C)	$a\cdot10^6$, m²/s	$\mu\cdot10^6$, Pa·s	$\nu\cdot10^6$, m²/s	Pr
100	1,013	0,598	2675,9	2256,8	2,135	2,372	18,58	11,97	20,02	1,08
110	1,43	0,826	2691,4	2230,0	2,177	2,489	13,83	12,46	15,07	1,09
120	1,98	1,121	2706,5	2202,8	2,206	2,593	10,50	12,85	11,46	1,09
130	2,70	1,496	2720,7	2174,3	2,257	2,686	7,972	13,24	8,85	1,11
140	3,61	1,966	2734,1	2145,0	2,315	2,791	6,130	13,54	6,89	1,12
150	4,76	2,547	2746,7	2114,4	2,395	2,884	4,728	13,93	5,47	1,16
160	6,18	3,258	2758,0	2082,6	2,479	3,012	3,722	14,32	4,39	1,18
170	7,92	4,122	2768,9	2049,5	2,583	3,128	2,939	14,72	3,57	1,21
180	10,03	5,157	2778,5	2015,2	2,709	3,268	2,339	15,11	2,93	1,25
190	12,55	6,394	2786,4	1978,8	2,856	3,419	1,872	15,60	2,44	1,30
200	15,55	7,862	2793,1	1940,7	3,023	3,547	1,492	15,99	2,03	1,36
210	19,08	9,588	2798,2	1900,5	3,199	3,722	1,214	16,38	1,71	1,41
220	23,20	11,62	2801,5	1857,8	3,408	3,896	0,983	16,87	1,45	1,47
230	27,98	13,99	2803,2	1813,0	3,634	4,094	0,806	17,36	1,24	1,54
240	33,48	16,76	2803,2	1765,6	3,881	4,291	0,658	17,76	1,06	1,61
250	39,78	19,98	2801,1	1715,8	4,158	4,512	0,544	18,25	0,913	1,68
260	46,94	23,72	2796,5	1661,4	4,468	4,803	0,453	18,84	0,794	1,75
270	55,05	28,09	2789,8	1604,4	4,815	5,106	0,378	19,32	0,688	1,82
280	64,19	33,19	2779,7	1542,9	5,234	5,489	0,317	19,91	0,600	1,90
290	74,45	39,15	2766,4	1476,3	5,694	5,827	0,261	20,60	0,526	2,01
300	85,92	46,21	2749,2	1404,3	6,280	6,268	0,216	21,29	0,461	2,13
310	98,70	54,58	2727,4	1325,2	7,118	6,838	0,176	21,97	0,403	2,29
320	112,90	64,72	2700,2	1238,1	8,206	7,513	0,141	22,86	0,353	2,50
330	128,65	77,10	2665,9	1139,7	9,881	8,257	0,108	23,94	0,310	2,86
340	146,08	92,76	2621,9	1027,1	12,35	9,304	0,0811	25,21	0,272	3,35
350	165,37	113,6	2564,5	893,1	16,24	10,70	0,0580	26,58	0,234	4,03
360	186,74	144,0	2481,2	719,7	23,03	12,79	0,0386	29,14	0,202	5,23
370	210,53	203,0	2330,9	438,4	56,52	17,10	0,0150	33,75	0,166	11,10

Tableau 13

Propriétés physiques de l'eau sous la pression $p = 240\cdot10^5$ Pa *) [23]

t, °C	$v\cdot10^3$, m³/kg	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^3$, W/(m·°C)	$\mu\cdot10^7$, Pa·s	Pr
350	1,611	1630	7,16	471	750	1,14
351	1,620	1637	7,25	468	746	1,16
352	1,629	1645	7,34	465	741	1,17
353	1,639	1652	7,44	462	736	1,18
354	1,648	1660	7,55	459	731	1,19

* $p_K = 221{,}2\cdot10^5$ Pa ; $t_K = 374{,}1$ °C. Pour $p = 240\cdot10^5$ Pa, $t_m = 380{,}7$ °C.

t, °C	$v \cdot 10^3$, m³/kg	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^3$, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^7$, Pa·s	Pr
355	1,658	1667	7,67	456	726	1,21
356	1,669	1675	7,79	453	721	1,24
357	1,680	1683	7,93	450	716	1,26
358	1,691	1691	8,07	447	711	1,28
359	1,703	1699	8,23	443	705	1,31
360	1,716	1707	8,42	440	700	1,34
361	1,729	1715	8,60	436	694	1,37
362	1,742	1724	8,81	433	688	1,40
363	1,757	1733	9,04	429	682	1,44
364	1,772	1743	9,30	425	676	1,48
365	1,788	1752	9,58	421	670	1,52
366	1,805	1762	9,91	416	663	1,58
367	1,824	1772	10,28	412	656	1,64
368	1,844	1782	10,71	407	649	1,71
369	1,865	1793	11,20	402	642	1,79
370	1,889	1805	11,79	396	634	1,89
371	1,915	1817	12,79	390	625	2,00
372	1,944	1830	13,33	383	616	2,14
373	1,976	1844	14,37	376	606	2,32
374	2,014	1859	15,72	367	596	2,55
375	2,057	1875	17,44	358	576	2,80
376	2,109	1894	19,84	346	564	3,23
377	2,174	1915	23,40	332	549	3,87
378	2,259	1942	29,26	314	532	4,96
379	2,389	1976	40,71	293	509	7,07
380	2,596	2028	68,38	269	468	11,90
381	3,068	2125	119,36	242	426	21,01
382	3,698	2234	86,59	219	383	15,14
383	4,134	2302	56,17	204	364	9,90
384	4,458	2349	41,57	194	351	7,52
385	4,718	2386	33,38	187	343	6,12
386	4,940	2416	28,17	181	338	5,26
387	5,136	2443	24,56	176	333	4,65
388	5,311	2466	21,89	172	329	4,19
389	5,471	2486	19,84	168	326	3,85
390	5,619	2505	18,21	165	324	3,58
391	5,758	2523	16,87	162	322	3,35
392	5,888	2539	15,76	160	320	3,15
393	6,011	2554	14,81	157	318	3,00
394	6,128	2569	14,00	155	317	2,86
395	6,240	2582	13,29	153	316	2,74
396	6,347	2595	12,66	151	314	2,63
397	6,450	2608	12,11	149	313	2,54
398	6,550	2620	11,62	148	312	2,45
399	6,646	2631	11,17	146	312	2,39
400	6,738	2642	10,76	144	311	2,31
401	6,828	2653	10,40	143	310	2,26

t, °C	$v \cdot 10^3$, m³/kg	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^3$, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^7$, Pa·s	Pr
402	6,916	2663	10,06	142	310	2,20
403	7,001	2673	9,75	140	309	2,15
404	7,084	2682	9,46	139	308	2,10
405	7,165	2692	9,20	138	308	2,06
406	7,244	2701	8,95	136	308	2,02
407	7,322	2710	8,72	135	307	1,98
408	7,397	2718	8,50	134	307	1,94
409	7,471	2727	8,30	133	306	1,91
410	7,544	2735	8,12	132	306	1,88
411	7,615	2743	7,94	131	306	1,85
412	7,685	2751	7,77	130	306	1,83
413	7,754	2758	7,61	129	306	1,80
414	7,821	2766	7,46	128	305	1,78
415	7,888	2773	7,32	127	305	1,75
416	7,953	2781	7,19	126	305	1,73
417	8,017	2787	7,06	126	305	1,72
418	8,081	2795	6,94	125	305	1,70
419	8,143	2802	6,82	124	305	1,68
420	8,205	2808	6,71	123	305	1,66
422	8,326	2821	6,50	122	304	1,63
424	8,443	2834	6,31	120	304	1,60
426	8,558	2847	6,14	119	304	1,58
428	8,670	2859	5,98	117	304	1,55
430	8,779	2871	5,83	116	304	1,53
432	8,886	2882	5,69	115	305	1,51
434	8,991	2893	5,56	113	305	1,49
436	9,094	2904	5,44	112	305	1,48
438	9,195	2915	5,32	111	305	1,47
440	9,294	2926	5,22	110	305	1,45
442	9,392	2936	5,12	109	306	1,43
444	9,488	2946	5,02	108	306	1,42
446	9,582	2956	4,93	108	306	1,40
448	9,675	2966	4,85	107	307	1,39
450	9,766	2976	4,77	106	307	1,37
452	9,857	2985	4,70	106	307	1,36
454	9,946	2994	4,62	106	308	1,35
456	10,03	3004	4,56	105	308	1,34
458	10,12	3013	4,49	105	308	1,32
460	10,21	3022	4,43	104	309	1,31
465	10,41	3043	4,23	103	310	1,29
470	10,62	3064	4,16	103	311	1,26
475	10,82	3085	4,05	102	312	1,24
480	11,01	3105	3,95	102	314	1,22
485	11,20	3125	3,85	101	315	1,20
490	11,38	3144	3,77	101	316	1,18
495	11,56	3162	3,69	101	318	1,16
500	11,74	3181	3,62	101	319	1,15

Propriétés physiques de l'eau sous la pression $p = 300 \cdot 10^5$ Pa * [23]

t, °C	$v \cdot 10^3$, m³/kg	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^3$, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^7$, Pa·s	Pr
350	1,554	1611	6,44	494	778	1,01
352	1,568	1624	6,54	489	770	1,03
354	1,582	1637	6,64	484	762	1,05
356	1,597	1651	6,76	478	754	1,06
358	1,612	1664	6,88	473	746	1,08
360	1,629	1679	7,02	467	737	1,11
362	1,646	1693	7,17	462	729	1,13
364	1,665	1707	7,34	456	720	1,16
366	1,684	1722	7,53	450	711	1,19
368	1,705	1737	7,75	444	701	1,22
370	1,727	1753	7,99	437	692	1,26
372	1,751	1769	8,26	430	682	1,31
374	1,777	1786	8,59	423	671	1,36
376	1,806	1804	8,95	415	654	1,41
378	1,837	1822	9,39	407	643	1,48
380	1,872	1841	9,90	398	632	1,57
381	1,891	1851	10,19	393	626	1,62
382	1,911	1862	10,51	388	620	1,68
383	1,932	1872	10,86	383	614	1,74
384	1,955	1884	11,25	378	608	1,81
385	1,980	1895	11,67	372	601	1,89
386	2,006	1907	12,14	366	594	1,97
387	2,034	1919	12,66	359	587	2,07
388	2,065	1932	13,23	352	580	2,18
389	2,098	1946	13,87	345	572	2,30
390	2,135	1960	14,59	338	563	2,43
391	2,175	1975	15,40	330	555	2,59
392	2,219	1991	16,30	322	546	2,76
393	2,268	2008	17,32	315	536	2,95
394	2,322	2026	18,46	307	526	3,17
395	2,383	2045	19,68	299	516	3,40
396	2,450	2065	20,90	291	505	3,62
397	2,526	2086	22,24	284	494	3,88
398	2,610	2109	23,55	276	483	4,12
399	2,703	2133	24,79	269	471	4,34
400	2,804	2159	25,71	262	460	4,52
401	2,914	2185	26,48	255	448	4,66
402	3,031	2212	26,69	248	438	4,70
403	3,152	2238	26,43	242	428	4,67
404	3,276	2264	25,79	236	418	4,58

* $p_K = 221{,}2 \cdot 10^5$ Pa ; $t_K = 374{,}1$ °C. Pour $p = 300 \cdot 10^5$ Pa, $t_m = 401{,}6$ °C.

t, °C	$v\cdot10^3$, m³/kg	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^3$, W/(m·°C)	$\mu\cdot10^7$, Pa·s	Pr
405	3,400	2290	24,89	230	410	4,43
406	3,523	2314	23,84	225	403	4,29
407	3,644	2337	22,74	220	396	4,10
408	3,762	2360	21,63	215	390	3,92
409	3,876	2381	20,56	211	385	3,76
410	3,986	2401	19,54	206	380	3,60
411	4,094	2420	18,58	202	376	3,45
412	4,198	2438	17,70	199	372	3,31
413	4,298	2455	16,88	196	368	3,18
414	4,395	2472	16,12	192	365	3,06
415	4,489	2487	15,43	190	363	2,95
416	4,580	2503	14,79	187	360	2,85
417	4,669	2517	14,20	184	358	2,76
418	4,755	2531	13,66	182	356	2,67
419	4,838	2544	13,10	179	354	2,60
420	4,920	2557	12,69	177	352	2,52
422	5,076	2582	11,86	173	349	2,39
424	5,225	2605	11,15	169	346	2,28
426	5,367	2626	10,52	166	344	2,18
428	5,503	2647	9,98	163	342	2,10
430	5,634	2666	9,49	160	340	2,02
432	5,759	2685	9,06	157	338	1,95
434	5,880	2703	8,67	154	337	1,89
436	5,998	2720	8,33	152	336	1,84
438	6,111	2736	8,01	150	335	1,79
440	6,222	2752	7,73	148	334	1,75
442	6,329	2767	7,47	146	333	1,71
444	6,433	2782	7,23	144	333	1,67
446	6,535	2796	7,01	142	332	1,64
448	6,634	2810	6,81	140	332	1,61
450	6,731	2823	6,62	139	331	1,58
452	6,826	2836	6,45	137	331	1,56
454	6,918	2849	6,29	136	331	1,53
456	7,009	2861	6,14	134	330	1,51
458	7,098	2874	6,00	133	330	1,49
460	7,185	2885	5,87	131	330	1,48
462	7,271	2897	5,74	130	330	1,46
464	7,355	2908	5,63	129	330	1,44
466	7,438	2920	5,52	127	330	1,43
468	7,520	2930	5,42	126	330	1,42
470	7,600	2941	5,32	125	330	1,40
475	7,795	2967	5,10	122	330	1,38
480	7,983	2992	4,90	121	331	1,34
485	8,165	3016	4,73	119	331	1,32
490	8,342	3040	4,58	118	332	1,29
495	8,514	3062	4,44	117	333	1,26
500	8,681	3084	4,32	116	334	1,24

Tableau 15

Propriétés physiques du gaz carbonique sous la pression $p = 100 \cdot 10^5$ Pa * [1]

T, K	ρ, kg/m³	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda \cdot 10^2$, W/(m·°C)	$a \cdot 10^8$, m²/s	$\mu \cdot 10^5$, Pa·s	$\beta \cdot 10^4$, K⁻¹	Pr
275	964,6	502,0	2,20	11,9	5,59	11,1	52,9	2,06
280	938,1	513,1	2,28	11,3	5,31	10,3	58,4	2,07
285	909,6	524,8	2,38	11,8	5,01	9,52	65,6	2,09
290	878,2	537,0	2,51	10,3	4,67	8,76	75,4	2,14
295	843,0	550,0	2,70	9,77	4,30	8,00	89,4	2,21
300	802,1	564,1	2,99	9,23	3,85	7,23	111	2,34
301	793,0	567,1	3,06	9,11	3,75	7,07	117	2,38
302	783,6	570,2	3,15	9,00	3,65	6,91	123	2,42
303	773,7	573,4	3,24	8,88	3,55	6,75	131	2,46
304	763,3	576,7	3,35	8,76	3,43	6,58	139	2,51
305	752,4	580,1	3,47	8,64	3,31	6,41	149	2,57
306	740,9	583,7	3,61	8,52	3,19	6,24	160	2,64
307	728,7	587,3	3,76	8,39	3,06	6,06	173	2,72
308	715,7	591,2	3,95	8,26	2,92	5,88	188	2,81
309	701,8	595,3	4,18	8,12	2,77	5,69	206	2,92
310	686,7	599,5	4,23	7,97	2,62	5,50	228	3,05
311	670,4	604,1	4,74	7,81	2,46	5,29	254	3,21
312	652,5	609,0	5,11	7,65	2,29	5,08	286	3,39
313	632,9	614,4	5,55	7,47	2,12	4,86	326	3,61
314	611,2	620,2	6,08	7,27	1,96	4,63	373	3,87
315	587,2	626,6	6,68	7,05	1,80	4,38	428	4,15
316	561,0	633,5	7,28	6,81	1,67	4,13	487	4,42
317	532,9	641,1	7,79	6,54	1,58	3,89	538	4,63
318	504,0	649,0	8,05	6,26	1,54	3,65	571	4,69
319	475,9	657,1	7,98	5,98	1,57	3,44	575	4,57
320	449,7	664,9	7,63	5,71	1,66	3,25	553	4,35
321	426,2	672,2	7,10	5,46	1,80	3,10	516	4,03
322	405,7	679,1	6,52	5,24	1,98	2,97	472	3,70
323	387,9	685,3	5,96	5,04	2,18	2,87	429	3,39
324	372,3	691,0	5,46	4,87	2,40	2,78	389	3,12
325	358,8	696,2	5,01	4,72	2,62	2,71	354	2,88
326	346,8	701,1	4,63	4,59	2,86	2,66	324	2,68
327	336,3	705,5	4,30	4,47	3,09	2,61	297	2,51
328	326,8	709,7	4,02	4,37	3,33	2,56	275	2,36
329	318,3	713,6	3,77	4,28	3,56	2,53	255	2,23
330	310,5	717,2	3,56	4,19	3,80	2,50	238	2,12
331	303,4	720,7	3,37	4,12	4,03	2,47	223	2,02
332	296,9	724,0	3,21	4,05	4,25	2,44	210	1,94
333	290,9	727,1	3,07	3,99	4,47	2,42	198	1,86
334	285,4	730,1	2,94	3,94	4,70	2,40	188	1,79
335	280,2	733,0	2,82	3,88	4,91	2,39	179	1,73
336	275,4	735,8	2,72	3,84	5,12	2,37	170	1,68
337	270,8	738,4	2,63	3,79	5,33	2,36	163	1,63
338	266,5	741,0	2,54	3,75	5,54	2,34	156	1,59
339	262,5	743,5	2,47	3,71	5,74	2,33	150	1,55
340	258,7	746,0	2,40	3,68	5,94	2,32	144	1,51
341	255,1	748,3	2,33	3,65	6,13	2,31	139	1,48

T, K	ρ, kg/m³	i, kJ/kg	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^2$, W/(m·°C)	$a\cdot10^8$, m²/s	$\mu\cdot10^5$, Pa·s	$\beta\cdot10^4$, K⁻¹	Pr
342	251,6	750,6	2,27	3,62	6,33	2,30	134	1,45
343	248,3	752,9	2,22	3,59	6,51	2,30	128	1,42
344	245,2	755,1	2,17	3,56	6,70	2,29	125	1,39
345	242,2	757,2	2,12	3,54	6,90	2,28	121	1,37
346	239,3	759,3	2,08	3,51	7,07	2,28	118	1,35
347	236,6	761,4	2,04	3,49	7,25	2,27	114	1,33
348	233,9	763,4	2,00	3,47	7,43	2,27	111	1,31
349	231,4	765,3	1,96	3,45	7,60	2,26	108	1,29
350	228,9	767,3	1,93	3,43	7,77	2,26	105	1,27
352	224,3	771,1	1,87	3,40	8,11	2,25	100	1,24
354	219,9	774,8	1,82	3,37	8,44	2,25	95,5	1,21
356	215,9	778,4	1,77	3,35	8,76	2,24	91,3	1,19
358	212,0	781,9	1,73	3,32	9,08	2,24	87,6	1,16
360	208,4	785,3	1,69	3,30	9,39	2,24	84,2	1,14
370	193,0	801,4	1,54	3,23	10,9	2,24	71,0	1,07
380	180,6	816,2	1,44	3,20	12,3	2,25	61,8	1,02
390	170,4	830,3	1,38	3,19	13,6	2,27	55,0	0,979
400	161,7	843,8	1,33	3,20	14,9	2,29	49,7	0,950
450	131,7	906,6	1,21	3,39	21,3	2,44	34,6	0,871
500	113,1	965,8	1,17	3,69	27,9	2,62	27,2	0,830
550	99,9	1024	1,16	4,04	34,5	2,80	22,7	0,803
600	89,9	1082	1,16	4,40	42,2	2,97	19,6	0,784
650	82,0	1140	1,17	4,77	49,8	3,15	17,4	0,770
700	75,5	1199	1,18	5,14	57,8	3,31	15,7	0,760
750	70,0	1258	1,19	5,51	66,0	3,47	14,3	0,752
800	65,4	1318	1,21	5,87	74,5	3,63	13,2	0,746

* $p_K = 73{,}9\cdot10^5$ Pa ; $T_K = 304$ K. Pour $p = 100\cdot10^5$ Pa, $T_m \approx 318$ K.

Tableau 16

Propriétés physiques des fumées ($B = 760$ Hg $\approx 1{,}01\cdot10^5$ Pa ; $\bar{p}_{CO_2} = 0{,}13$; $\bar{p}_{H_2O} = 0{,}11$; $\bar{p}_{N_2} = 0{,}76$) [13]

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	$\lambda\cdot10^2$, W/(m·°C)	$a\cdot10^6$, m²/s	$\mu\cdot10^6$, Pa·s	$\nu\cdot10^6$, m²/s	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,301	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Propriétés physiques de l'huile de transformateur en fonction de la température [24]

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	λ, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^4$, Pa·s	$\nu \cdot 10^6$, m²/s	$a \cdot 10^8$, m²/s	$\beta \cdot 10^4$, K⁻¹	Pr
0,0	892,5	1,549	0,1123	629,8	70,5	8,14	6,80	866
10	886,4	1,620	0,1115	335,5	37,9	7,83	6,85	484
20	880,3	1,666	0,1106	198,2	22,5	7,56	6,90	298
30	874,2	1,729	0,1098	128,5	14,7	7,28	6,95	202
40	868,2	1,788	0,1090	89,4	10,3	7,03	7,00	146
50	862,1	1,846	0,1082	65,3	7,58	6,80	7,05	111
60	856,0	1,905	0,1072	49,5	5,78	6,58	7,10	87,8
70	850,0	1,964	0,1064	38,6	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	30,8	3,66	6,17	7,20	59,3
90	837,8	2,085	0,1047	25,4	3,03	6,00	7,25	50,5
100	831,8	2,144	0,1038	21,3	2,56	5,83	7,30	43,9
110	825,7	2,202	0,1030	18,1	2,20	5,67	7,35	38,8
120	819,6	2,261	0,1022	15,7	1,92	5,50	7,40	34,9

Tableau 18

Propriétés physiques de l'huile MC-20 en fonction de la température [24]

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	λ, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^4$, Pa·s	$\nu \cdot 10^6$, m²/s	$a \cdot 10^8$, m²/s	$\beta \cdot 10^4$, K⁻¹	Pr
−10	990,3	1,951	0,136	—	—	7,75	6,24	—
0	903,6	1,980	0,135	—	—	7,58	6,24	—
+10	897,9	2,010	0,135	—	—	7,44	6,31	—
20	892,3	2,043	0,134	10 026	1125	7,30	6,35	15 400
30	886,6	2,072	0,132	4 670	526	7,19	6,38	7 310
40	881,0	2,106	0,131	2 433	276	7,08	6,42	3 890
50	875,3	2,135	0,130	1 334	153	7,00	6,46	2 180
60	869,6	2,165	0,129	798,5	91,9	6,86	6,51	1 340
70	864,0	2,198	0,128	498,3	58,4	6,75	6,55	865
80	858,3	2,227	0,127	336,5	39,2	6,67	6,60	588
90	852,7	2,261	0,126	234,4	27,5	6,56	6,64	420
100	847,0	2,290	0,126	171,7	20,3	6,44	6,69	315
110	841,3	2,320	0,124	132,4	15,7	6,36	6,73	247
120	835,7	2,353	0,123	101,0	12,1	6,25	6,77	193
130	830,0	2,382	0,122	79,76	9,61	6,17	6,82	156
140	824,4	2,420	0,121	61,80	7,50	6,08	6,87	123
150	818,7	2,445	0,120	53,17	6,50	6,00	6,92	108

Tableau 19

Propriétés physiques de l'huile MK en fonction de la température [24]

t, °C	ρ, kg/m³	c_p, kJ/(kg·°C)	λ, W/(m·°C)	$\mu \cdot 10^4$, Pa·s	$\nu \cdot 10^6$, m²/s	$a \cdot 10^8$, m²/s	$\beta \cdot 10^4$, K⁻¹	Pr
10	911,0	1,645	0,1510	35 414	3883	9,94	8,56	39 000
20	903,0	1,712	0,1485	18 560	1514	9,58	8,64	15 800
30	894,5	1,758	0,1461	6 180	691,2	9,28	8,71	7 450
40	887,5	1,804	0,1437	3 031	342,0	8,97	8,79	3 810
50	879,0	1,851	0,1413	1 638	186,2	8,69	8,86	2 140
60	871,5	1,897	0,1389	961,4	110,6	8,39	8,95	1 320
70	864,0	1,943	0,1363	603,3	69,3	8,14	9,03	858
80	856,0	1,989	0,1340	399,3	46,6	7,89	9,12	591
90	848,2	2,035	0,1314	273,7	32,2	7,61	9,20	424
100	840,7	2,081	0,1290	202,1	24,0	7,33	9,28	327
110	838,0	2,127	0,1264	145,2	17,4	7,11	9,37	245
120	825,0	2,173	0,1240	110,4	13,4	6,92	9,46	193,5
130	817,0	2,219	0,1214	87,31	10,7	6,69	9,54	160,0
140	809,2	2,265	0,1188	70,34	8,70	6,53	9,65	133,3
150	801,6	2,311	0,1168	56,90	7,10	6,25	9,73	113,5

Tableau 20

Propriétés physiques du mercure et de certains métaux en fusion [9]

Métal	t, °C	ρ, kg/m³	λ, W/(m·°C)	c_p, kJ/(kg·°C)	$a \cdot 10^6$, m²/s	$\nu \cdot 10^8$, m²/s	$\mathrm{Pr} \cdot 10^2$
Mercure Hg	20	13 550	7,90	0,1390	4,36	11,4	2,72
$t_{fus} = -38,9$ °C ;	100	13 350	8,95	0,1373	4,89	9,4	1,92
$t_{ébul} = 357$ °C ;	150	13 230	9,65	0,1373	5,30	8,6	1,62
$r_{fus} = 11,72$ kJ/kg ;	200	13 120	10,3	0,1373	5,72	8,0	1,40
$r_{évap} = 291,8$ kJ/kg	300	12 880	11,7	0,1373	6,64	7,1	1,07
Etain Sn	250	6 980	34,1	0,255	19,2	27,0	1,41
$t_{fus} = 231,9$ °C ;	300	6 940	33,7	0,255	19,0	24,0	1,26
$t_{ébul} = 2270$ °C ;	400	6 865	33,1	0,255	18,9	20,0	1,06
$r_{fus} = 58,2$ kJ/kg ;	500	6 790	32,6	0,255	18,8	17,3	0,92
$r_{évap} = 3015$ kJ/kg							
Bismuth Bi	300	10 030	13,0	0,151	8,61	17,1	1,98
$t_{fus} = 271$ °C ;	400	9 910	14,4	0,151	9,72	14,2	1,46
$t_{ébul} = 1477$ °C ;	500	9 785	15,8	0,151	10,8	12,2	1,13
$r_{fus} = 50,2$ kJ/kg ;	600	9 660	17,2	0,151	11,9	10,8	0,91
$r_{évap} = 855,4$ kJ/kg							

Métal	t, °C	ρ, kg/m³	λ, W/(m·°C)	c_p, kJ/(kg·°C)	$a \cdot 10^6$, m²/s	$\nu \cdot 10^8$, m²/s	$Pr \cdot 10^2$
Lithium Li	200	515	37,2	4,187	17,2	111,0	6,43
$t_{fus} = 179$ °C ;	300	505	39,0	4,187	18,3	92,7	5,03
$t_{ébul} = 1317$ °C ;	400	495	41,9	4,187	20,3	81,7	4,04
$r_{fus} = 661{,}5$ kJ/kg ;	500	484	45,3	4,187	22,3	73,4	3,28
$r_{évap} = 19\,595$ kJ/kg							
Alliage 56,5 % Bi + 43,5 % Pb ;	150	10 550	9,8	0,146	6,39	28,9	4,50
$t_{fus} = 123{,}5$ °C ;	200	10 490	10,3	0,146	6,67	24,3	3,64
$t_{ébul} = 1670$ °C	300	10 360	11,4	0,146	7,50	18,7	2,50
	400	10 240	12,6	0,146	8,33	15,7	1,87
	500	10 120	14,0	0,146	9,44	13,6	1,44
Alliage 25 % Na + 75 % K ;	100	852	23,2	1,143	23,9	60,7	2,51
$t_{fus} = -11$ °C ;	200	828	24,5	1,072	27,6	45,2	1,64
$t_{ébul} = 784$ °C	300	808	25,8	1,038	31,0	36,6	1,18
	400	778	27,1	1,005	34,7	30,8	0,89
	500	753	28,4	0,967	39,0	26,7	0,69
	600	729	29,6	0,934	43,6	23,7	0,54
	700	704	30,9	0,900	48,8	21,4	0,44
Sodium Na	150	916	84,9	1,356	68,3	59,4	0,87
$t_{fus} = 97{,}8$ °C ;	200	903	81,4	1,327	67,8	50,6	0,75
$t_{ébul} = 883$ °C ;	300	878	70,9	1,281	63,0	39,4	0,63
$r_{fus} = 113{,}26$ kJ/kg ;	400	854	63,9	1,273	58,9	33,0	0,56
$r_{évap} = 4208$ kJ/kg	500	829	57,0	1,273	54,2	28,9	0,53

Tableau 21

Degré de noirceur du rayonnement intégral de divers matériaux [24]

Matériau et caractère de la surface	t, °C	ε
Métaux		
Aluminium :		
poli	225-575	0,039-0,057
rugueux	26	0,055
oxydé à 600 °C	200-600	0,11-0,19

Matériau et caractère de la surface	*t*, °C	ε
Tungstène	230-2230	0,053-0,31
Fil de tungstène	3300	0,39
Fer :		
électrolytique soigneusement poli	170-225	0,052-0,064
à souder soigneusement poli	40-250	0,28
poli	425-1020	0,144-0,377
traité fraîchement à l'émeri	20	0,242
moulé, non traité	925-1115	0,87-0,95
Fonderie d'acier polie	770-1040	0,52-0,56
Acier :		
à tôle rectifié	940-1100	0,52-0,61
oxydé à 600 °C	200-600	0,79
oxydé, rugueux	40-370	0,94-0,97
Fonte :		
polie	200	0,21
tournée	830-990	0,60-0,70
oxydée à 600 °C	200-600	0,64-0,78
rugueuse, fortement oxydée	40-250	0,96
Or soigneusement poli	225-625	0,018-0,035
Laiton :		
soigneusement poli (composition massique : 73,2 % Cu, 26,7 % Zn)	245-355	0,028-0,031
laminé à surface naturelle	22	0,06
terne	50-350	0,22
oxydé par chauffage à 600 °C	200-600	0,61-0,59
Cuivre :		
électrolythique soigneusement poli	80	0,018
poli	115	0,023
longtemps chauffé couvert d'une couche épaisse d'oxyde	25	0,78
oxydé par chauffage à 600 °C	200-600	0,57-0,55
Platine :		
propre poli	225-625	0,054-0,105
en bande	925-1115	0,12-0,17
en fil	25-1230	0,036-0,192
en gros fil	225-1375	0,073-0,182
Chrome	38-538	0,08-0,26
Matériaux réfractaires, de construction, calorifuges, etc.		
Carton d'amiante	24	0,96
Réfractaires :		
faiblement rayonnants	500-1000	0,65-0,75
fortement rayonnants	1000	0,80-0,90
Brique :		
dina rugueuse vernie	1000	0,81
non vernie	1100	0,85
alumineuse vernie	1100	0,75
rouge rugueuse	20	0,93
Porcelaine vernie	22	0,92
Placage au chaux rugueux	10-90	0,91
Suie de lampe, couche de 0,075 mm et plus	40-370	0,95

Formules de calcul des coefficients d'irradiation et des surfaces mutuelles dans les cas typiques de transfert de chaleur par rayonnement [24]

Forme et position mutuelle des surfaces	Coefficient d'irradiation et surfaces mutuelles
Deux surfaces formant un système fermé. Une surface se trouve à l'intérieur de l'autre; la plus petite ne comporte pas de concavités	$\varphi_{12}=1$; $\varphi_{21}=\frac{F_1}{F_2}$; $H=F_1$. $F_1<F_2$; F_1 et F_2 présentent de longues surfaces cylindriques à génératrices parallèles
Deux parois parallèles dont les dimensions sont grandes par rapport à la distance entre elles	$\varphi_{12}=\varphi_{21}$; $H=F_1=F_2$. H est la surface mutuelle; F_1 et F_2, les surfaces des parois
Deux parois parallèles et un corps convexe entre elles	F_1 et F_2 sont les dimensions des surfaces des parois parallèles; F_3, les dimensions de la surface du corps convexe disposé entre les parois parallèles: $\varphi_{12}=\varphi_{21}=1$; $\varphi_{23}=\varphi_{13}=0$; $\varphi_{31}=\varphi_{32}=\frac{1}{2}$; $H_{31}=H_{32}=\frac{1}{2}F_3$
Trois surfaces formant un système fermé	F_1, F_2 et F_3 présentent de longues surfaces cylindriques à génératrices parallèles. Leur schéma doit être envisagé comme la section droite des surfaces, et F_1, F_2, F_3 rapportées à 1 m de longueur du système; $\varphi_{12}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{F_2-F_3}{F_1}\right)$; $H_{12}=\frac{1}{2}(F_1+F_2-F_3)$
Quatre surfaces formant un système fermé	Les surfaces F_3 et F_4 sont liées par les surfaces F_1 et F_2 pour former un rectangle à côtés courbes. F_1, F_2, F_3 et F_4 présentent de longues surfaces cylindriques à génératrices parallèles. Le schéma doit être alors envisagé comme la section droite des surfaces, et F_1, F_2, F_3, F_4 rapportées à 1 m de longueur du système; $H_{12}=\frac{1}{2}(D_1+D_2-F_3-F_4)$; $H_{13}=\frac{1}{2}(F_1+F_3-D_1)$; $H_{14}=\frac{1}{2}(F_1+F_4-D_2)$; D_1 et D_2 sont les diagonales du rectangle. Les surfaces F_1 et F_2 se trouvent vis-à-vis l'une de l'autre

Forme et position mutuelle des surfaces	Coefficient d'irradiation et surfaces mutuelles
Deux bandes parallèles de longueur infinie et de largeur finie	$$H=\sqrt{\frac{1}{4}(a_2+a_1)^2+h^2}-\sqrt{\frac{1}{4}(a_2-a_1)^2+h^2},$$ ici a_1 et a_2 sont les largeurs des bandes ($a_2>a_1$), la distance entre elles est h; H est donnée par 1 m de longueur de la bande
Deux cercles parallèles de centre sur la normale commune à leurs plans	$$H=\frac{\pi}{4}\left[\sqrt{\left(\frac{d_2+d_1}{2}\right)^2+h^2}-\sqrt{\left(\frac{d_2-d_1}{2}\right)^2+h^2}\right]^2;$$ pour $d_1=d_2$, $H=\frac{\pi}{4}(\sqrt{d^2+h^2}-h)^2$, ici d_1 et d_2 sont les diamètres des disques; h, la distance entre eux
Deux rectangles identiques placés dans des plans parallèles l'un vis-à-vis de l'autre	a et b sont les dimensions des côtés des rectangles ; h, la distance entre eux : $$\varphi_{12}=\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{a}\sqrt{a^2+h^2}\,\mathrm{arctg}\frac{b}{\sqrt{a^2+h^2}}+\frac{1}{b}\sqrt{b^2+h^2}\,\mathrm{arctg}\frac{a}{\sqrt{b^2+h^2}}-\frac{h}{a}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{b}{h}\right)-\frac{h}{b}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{a}{h}\right)+\frac{h^2}{2ab}\ln\frac{(a^2+h^2)(b^2+h^2)}{(a^2+b^2+h^2)h^2}\right].$$ Si $a=b$ (c'est-à-dire pour les carrés), il vient $$\varphi_{12}=\frac{2}{\pi}\left[\frac{2}{a}\sqrt{(a^2+h^2)}\,\mathrm{arctg}\frac{a}{\sqrt{a^2+h^2}}-2\frac{h}{a}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{a}{h}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^2\ln\frac{(a^2+h^2)^2}{h^2(2a^2+h^2)}\right]$$

Forme et position mutuelle des surfaces	Coefficient d'irradiation et surfaces mutuelles
Deux rectangles réciproquement perpendiculaires possédant un côté commun	a, la largeur du côté commun ; b, la hauteur du premier rectangle ; c, la hauteur du deuxième rectangle ; l'angle entre les rectangles vaut $\pi/2$; $$\varphi_{12}=\frac{1}{\pi}\Big[\operatorname{arctg}\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\operatorname{arctg}\frac{a}{c}-\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2-1}\operatorname{arctg}\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}}+\frac{c^2}{4ab}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)c^2}{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}+\frac{b}{4a}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)b^2}{(a^2+b^2)(b^2+c^2)}-\frac{a}{4b}\ln\frac{(a^2+b^2+c^2)a^2}{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}\Big]$$
Deux cylindres parallèles de même diamètre	d, le diamètre des cylindres ; s, la distance entre leurs axes ; $$\varphi_{12}=\frac{1}{\pi}\left(\arcsin\frac{d}{s}+\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}-\frac{s}{d}\right);$$ $$H=\sqrt{s^2-d^2}+d\arcsin\frac{d}{s}-s,$$ ici H est rapporté à 1 m de longueur des cylindres
Plan infini et faisceau de tubes à une rangée	d, le diamètre des tubes ; s, la distance entre leurs axes. Plan infini, premier corps ; rangées de tubes parallèle au plan, deuxième corps ; $$\varphi'_{12}=1-\sqrt{1-\left(\frac{d}{s}\right)^2}+\frac{d}{s}\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1};$$ $$\varphi'_{21}=\frac{1}{\pi}\left[\frac{s}{d}-\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}+\operatorname{arctg}\sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2-1}\right];$$ $$H=\varphi'_{12}\,S=\varphi'_{21}\,\pi d,$$ ici H est rapporté à un tube à 1 m de sa longueur

Forme et position mutuelle des surfaces	Coefficient d'irradiation et surfaces mutuelles
Plan infini 1 et faisceau de tubes à n rangées 2	d, le diamètre des tubes; s, la distance entre leurs axes; l'arrangement des tubes est en ligne; $\bar{\varphi}_{12}=1-(1-\varphi'_{12})^n$; $\bar{H}=\bar{\varphi}_{12}s$; φ'_{12}, le coefficient d'irradiation de la surface par le faisceau à une rangée (cf. exemple précédent); n, le nombre de rangées dans le faisceau
Surface fermée composée de surfaces *1* et *2* par lesquelles est amenée et évacuée la chaleur et de la surface réflectrice R non-conductrice de chaleur	Les corps *1*, *2* et R sont de longues surfaces cylindriques à génératrices parallèles. Le schéma doit être alors envisagé comme la section droite des surfaces cylindriques *1*, *2* et R rapportée à 1 m de longueur du système; $\bar{\varphi}_{12}=\varphi_{12}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varphi_{1R}}+\dfrac{F_1}{F_2}\dfrac{1}{\varphi_{2R}}}$; $\bar{H}=F_1\bar{\varphi}_{12}$, φ_{12}, φ_{1R}, φ_{2R} se calculent pour les cas correspondants d'après les formules précédentes
Plan infini rayonnant F_1 et un faisceau de tubes à une ou deux rangées F_2 en présence d'une surface réflectrice R placée derrière le faisceau	d, le diamètre des tubes et s, la distance entre leurs axes dans le faisceau; $\bar{\varphi}_{12}=\varphi_{12}(2-\varphi_{12})$; $\bar{H}=F_1\bar{\varphi}_{12}=F_2\varphi_{21}$. Pour un faisceau à une et deux rangées φ_{12} se calcule d'après les formules correspondantes ($\varphi_{12}=\varphi'_{12}$ et $n=2$)
Les surfaces F_1 et F_2 par lesquelles la chaleur est amenée et évacuée ne possèdent pas de convexités et sont fermées par la surface R réflectrice	$\bar{\varphi}_{12}=\dfrac{F_2-F_1\varphi_{12}^2}{F_1+F_2-2F_1\varphi_{12}}$; $\bar{H}=F_1\bar{\varphi}_{12}$
Les surfaces F_1 et F_2 par lesquelles la chaleur est amenée et évacuée sont égales et parallèles (disques, carrés, rectangles, etc.) et sont fermées par la surface R réflectrice	$\bar{\varphi}_{12}=\dfrac{1+\varphi_{12}}{2}$; $\bar{H}=F_1\bar{\varphi}_{12}$

Fonctions de Bessel de première espèce des ordres nul et premier $J_0(x)$ et $J_1(x)$

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	4,5	—0,3205	—0,2311
0,1	0,9975	0,0499	4,6	—0,2961	—0,2666
0,2	0,9900	0,0995	4,7	—0,2693	—0,2791
0,3	0,9776	0,1483	4,8	—0,2404	—0,2985
0,4	0,9604	0,1960	4,9	—0,2097	—0,3147
0,5	0,9385	0,2423	5,0	—0,1776	—0,3276
0,6	0,9120	0,2867	5,1	—0,1443	—0,3371
0,7	0,8812	0,3290	5,2	—0,1103	—0,3432
0,8	0,8463	0,3688	5,3	—0,0758	—0,3460
0,9	0,8075	0,4059	5,4	—0,0412	—0,3453
1,0	0,7652	0,4400	5,5	—0,0068	—0,3414
1,1	0,7196	0,4709	5,6	0,0270	—0,3343
1,2	0,6711	0,4983	5,7	0,0599	—0,3241
1,3	0,6201	0,5220	5,8	0,0917	—0,3110
1,4	0,5669	0,5419	5,9	0,1220	—0,2951
1,5	0,5118	0,5579	6,0	0,1506	—0,2767
1,6	0,4554	0,5699	6,1	0,1773	—0,2559
1,7	0,3980	0,5778	6,2	0,2017	—0,2329
1,8	0,3400	0,5815	6,3	0,2238	—0,2081
1,9	0,2818	0,5812	6,4	0,2433	—0,1816
2,0	0,2239	0,5767	6,5	0,2601	—0,1538
2,1	0,1666	0,5683	6,6	0,2740	—0,1250
2,2	0,1104	0,5560	6,7	0,2851	—0,0953
2,3	0,0555	0,5399	6,8	0,2931	—0,0652
2,4	0,0025	0,5202	6,9	0,2981	—0,0349
2,5	—0,0484	0,4971	7,0	0,3001	—0,0047
2,6	—0,0968	0,4708	7,1	0,2991	0,0252
2,7	—0,1424	0,4416	7,2	0,2951	0,0543
2,8	—0,1850	0,4097	7,3	0,2882	0,0826
2,9	—0,2243	0,3754	7,4	0,2786	0,1096
3,0	—0,2600	0,3391	7,5	0,2663	0,1352
3,1	—0,2921	0,3009	7,6	0,2516	0,1592
3,2	—0,3202	0,2613	7,7	0,2346	0,1813
3,3	—0,3443	0,2207	7,8	0,2154	0,2014
3,4	—0,3643	0,1792	7,9	0,1944	0,2192
3,5	—0,3801	0,1374	8,0	0,1716	0,2346
3,6	—0,3918	0,0955	8,1	0,1475	0,2476
3,7	—0,3992	0,0538	8,2	0,1220	0,2580
3,8	—0,4026	0,0128	8,3	0,0960	0,2657
3,9	—0,4018	—0,0272	8,4	0,0692	0,2708
4,0	—0,3971	—0,0660	8,5	0,0419	0,2731
4,1	—0,3887	—0,1033	8,6	0,0146	0,2728
4,2	—0,3766	—0,1386	8,7	—0,0125	0,2697
4,3	—0,3610	—0,1719	8,8	—0,0392	0,2641
4,4	—0,3423	—0,2028	8,9	—0,0652	0,2559

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	x	$J_0(x)$	$J_1(x)$
9,0	—0,0903	0,2453	12,0	0,0477	—0,2234
9,1	—0,1142	0,2324	12,1	0,0697	—0,2158
9,2	—0,1368	0,2174	12,2	0,0908	—0,2060
9,3	—0,1577	0,2004	12,3	0,1108	—0,1943
9,4	—0,1768	0,1816	12,4	0,1296	—0,1807
9,5	—0,1939	0,1613	12,5	0,1469	—0,1655
9,6	—0,2090	0,1395	12,6	0,1626	—0,1487
9,7	—0,2218	0,1116	12,7	0,1766	—0,1307
9,8	—0,2323	0,0928	12,8	0,1887	—0,1114
9,9	—0,2403	0,0684	12,9	0,1988	—0,0912
10,0	—0,2459	0,0435	13,0	0,2069	—0,0703
10,1	—0,2490	0,0184	13,1	0,2129	—0,0488
10,2	—0,2496	—0,0066	13,2	0,2167	—0,0271
10,3	—0,2477	—0,0313	13,3	0,2183	—0,0052
10,4	—0,2434	—0,0555	13,4	0,2177	0,016
10,5	—0,2366	—0,0788	13,5	0,2150	0,0380
10,6	—0,2276	—0,1012	13,6	0,2101	0,0590
10,7	—0,2164	—0,1224	13,7	0,2032	0,0791
10,8	—0,2032	—0,1422	13,8	0,1943	0,0984
10,9	—0,1881	—0,1604	13,9	0,1836	0,1165
11,0	—0,1712	—0,1768	14,0	0,1711	0,1334
11,1	—0,1528	—0,1913	14,1	0,1570	0,1488
11,2	—0,1339	—0,2038	14,2	0,1414	0,1626
11,3	—0,1121	—0,2143	14,3	0,1245	0,1747
11,4	—0,0902	—0,2224	14,4	0,1065	0,1850
11,5	—0,0677	—0,2284	14,5	0,0875	0,1934
11,6	—0,0446	—0,2320	14,6	0,0679	0,1989
11,7	—0,0213	—0,2333	14,7	0,0476	0,2043
11,8	0,0020	—0,2323	14,8	0,0271	0,2066
11,9	0,0250	—0,2290	14,9	0,0064	0,2069
			15,0	—0,0142	0,2051

Tableau 24

Fonctions de Bessel modifiées de première espèce des ordres nul et premier $I_0(x)$ et $I_1(x)$

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	0,7	1,1263	0,3719
0,1	1,0025	0,0501	0,8	1,1665	0,4329
0,2	1,0100	0,1005	0,9	1,2130	0,4971
0,3	1,0226	0,1517	1,0	1,2661	0,5652
0,4	1,0404	0,2040	1,1	1,3262	0,6375
0,5	1,0635	0,2579	1,2	1,3937	0,7174
0,6	1,0920	0,3137	1,3	1,4693	0,7973

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	x	$I_0(x)$	$I_1(x)$
1,4	1,5534	0,8861	3,7	8,739	7,436
1,5	1,6467	0,9817	3,8	9,517	8,140
1,6	1,7500	1,0848	3,9	10,369	8,913
1,7	1,8640	1,1963	4,0	11,30	9,76
1,8	1,9896	1,3172	4,1	12,32	10,69
1,9	2,1277	1,4482	4,2	13,44	11,71
2,0	2,280	1,591	4,3	14,67	12,82
2,1	2,446	1,746	4,4	16,01	14,05
2,2	2,629	1,914	4,5	17,48	15,39
2,3	2,830	2,098	4,6	19,09	16,86
2,4	3,049	2,298	4,7	20,86	18,48
2,5	3,290	2,517	4,8	22,79	20,25
2,6	3,553	2,755	4,9	24,91	22,20
2,7	3,842	3,016	5,0	27,24	24,34
2,8	4,157	3,301	5,1	29,79	26,68
2,9	4,503	3,613	5,2	32,58	29,25
3,0	4,881	3,953	5,3	35,65	32,08
3,1	5,294	4,316	5,4	39,01	35,18
3,2	5,747	4,734	5,5	42,70	38,59
3,3	6,243	5,181	5,6	46,74	42,33
3,4	6,785	5,670	5,7	51,17	46,44
3,5	7,378	6,206	5,8	56,04	50,95
3,6	8,028	6,793	5,9	61,38	55,90

Tableau 25

Fonctions de Bessel modifiées de deuxième espèce des ordres nul et premier $K_0(x)$ et $K_1(x)$

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,0	∞	∞	1,5	0,214	0,278
0,1	2,447	9,854	1,6	0,188	0,241
0,2	1,753	4,776	1,7	0,165	0,209
0,3	1,373	3,056	1,8	0,146	0,183
0,4	1,115	2,184	1,9	0,129	0,160
0,5	0,924	1,656	2,0	0,114	0,140
0,6	0,775	1,303	2,1	0,100	0,122
0,7	0,661	1,050	2,2	0,089	0,108
0,8	0,565	0,862	2,3	0,078	0,0942
0,9	0,487	0,717	2,4	0,071	0,0832
1,0	0,421	0,602	2,5	0,062	0,0739
1,1	0,366	0,509	2,6	0,055	0,0660
1,2	0,318	0,435	2,7	0,049	0,0581
1,3	0,278	0,372	2,8	0,044	0,0503
1,4	0,244	0,320	2,9	0,039	0,0456

Suite

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	x	$K_0(x)$	$K_1(x)$
3,0	0,0347	0,0402	3,7	0,0157	0,0173
3,1	0,0314	0,0361	3,8	0,0141	0,0157
3,2	0,0283	0,0314	3,9	0,0126	0,0141
3,3	0,0251	0,0283	4,0	0,0112	0,0125
3,4	0,0220	0,0251	4,5	0,0064	0,00708
3,5	0,0196	0,0222	5,0	0,0037	0,00404
3,6	0,0173	0,0204			

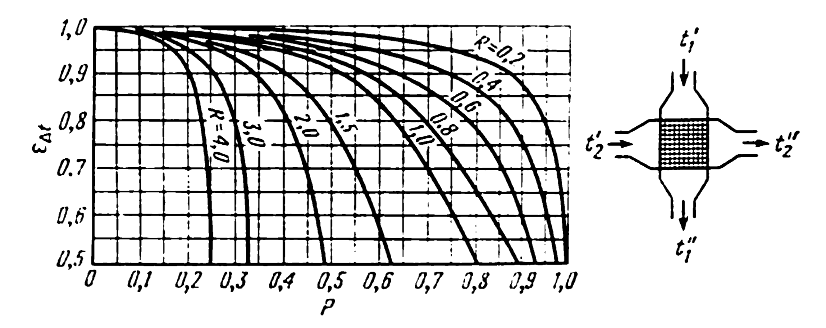


Fig. A-1.

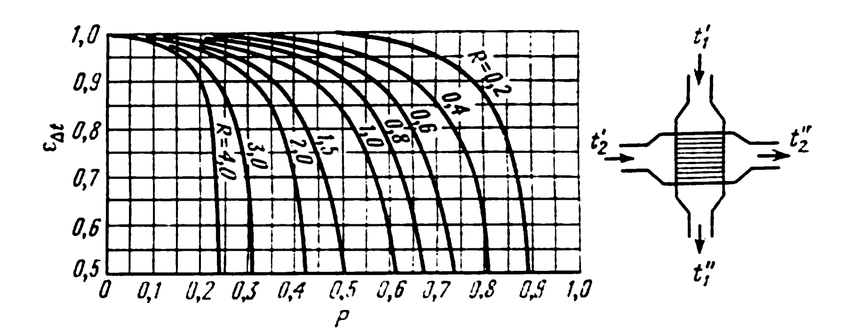


Fig. A-2.

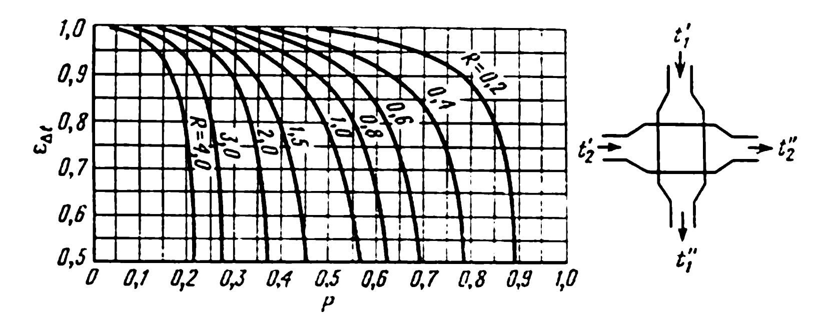


Fig. A-3.

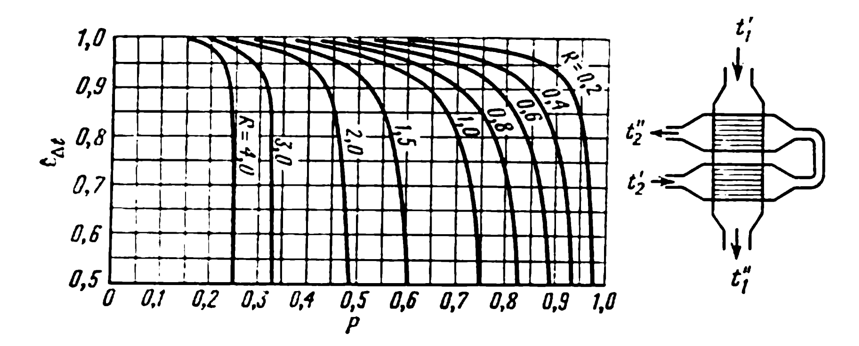


Fig. A-4.

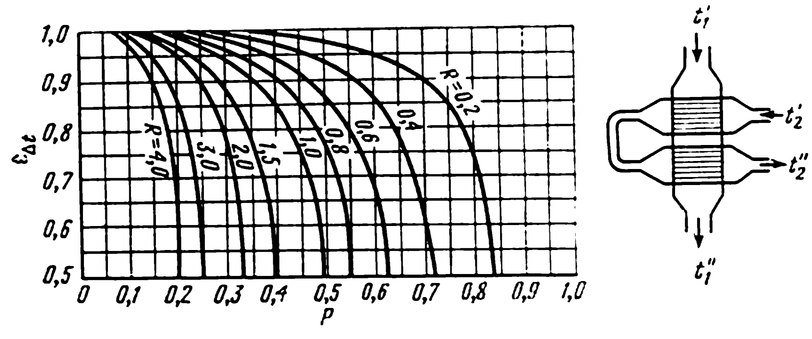


Fig. A-5.

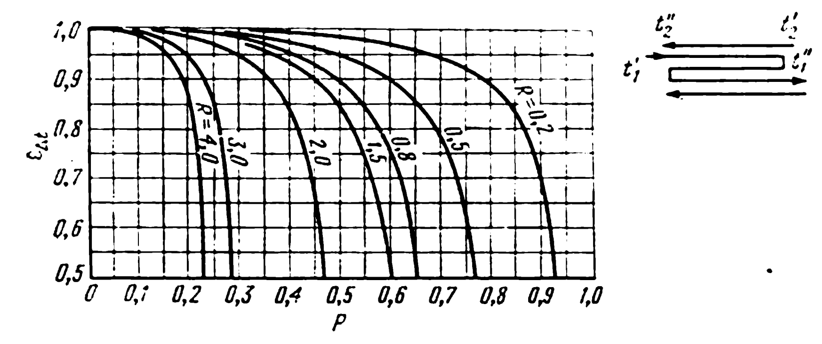


Fig. A-6.

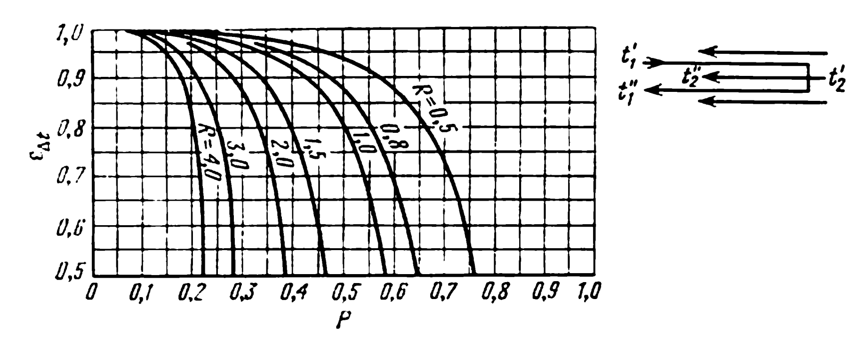


Fig. A-7.

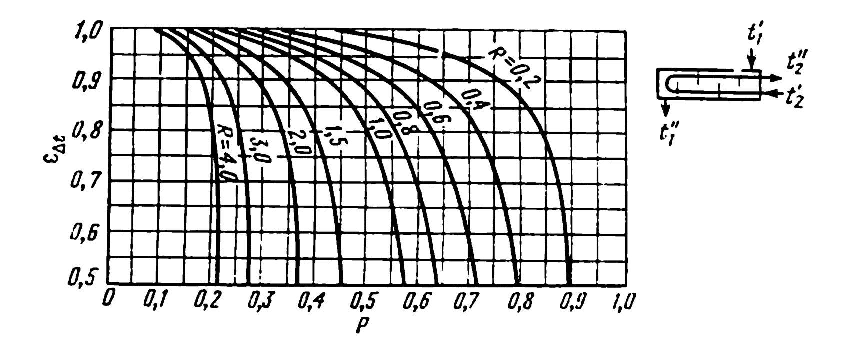


Fig. A-8.

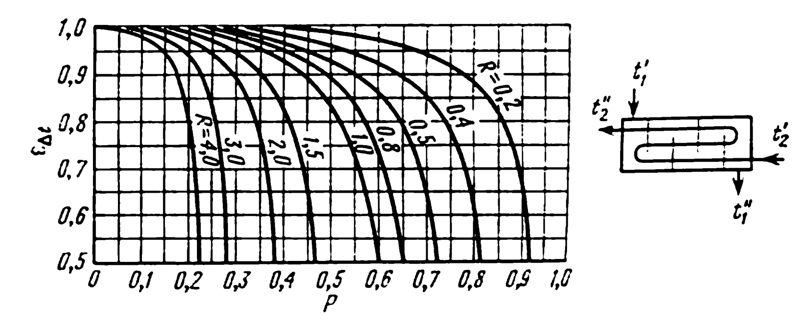


Fig. A-9.

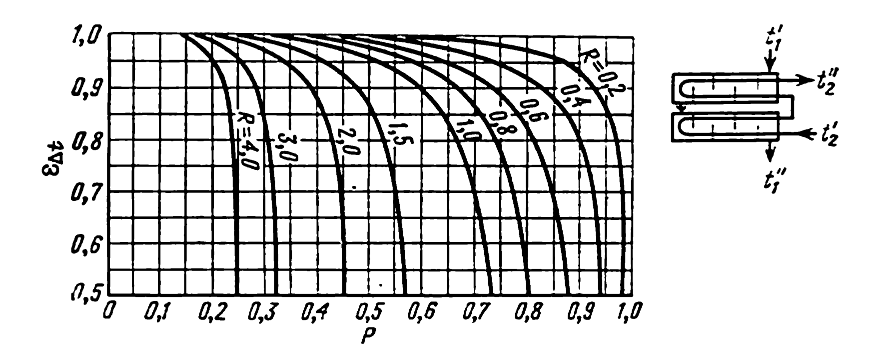


Fig. A-10.

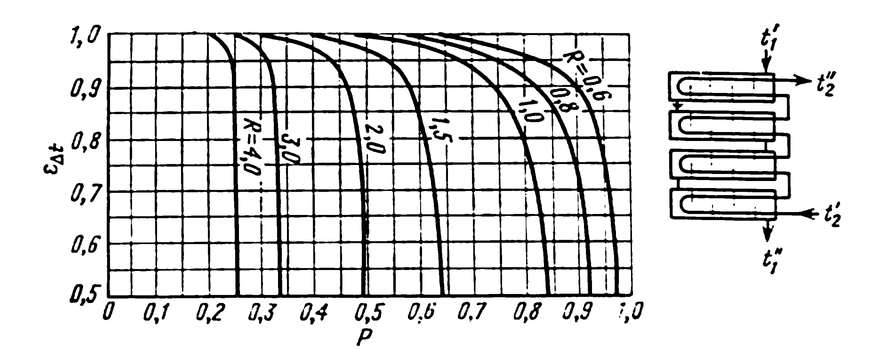


Fig. A-11.

BIBLIOGRAPHIE

1. **Алтунин В. В., Гадецкий О. Г., Сахабетдинов М. А.** Уравнение состояния и термодинамические свойства жидкой и газообразной двуокиси углерода.— Теплоэнергетика, 1971. № 3.

Вязкость жидкой и газообразной двуокиси углерода при температурах 220-1300 К и давлениях до 1200 бар. — Теплоэнергетика, 1972, № 8.

Теплопроводность жидкой и газообразной двуокиси углерода в интервале температур 220-1300 К при давлениях до 1200 бар. — Теплоэнергетика, 1973, № 5.

2. **Вукалович М. П.** Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. Изд. 7-е. Москва, Госэнергоиздат, 1963.

3. **Жукаускас А. А.** Теплоотдача при поперечном омывании цилиндра. В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. Москва, Академия Наук СССР, 1959.

4. **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. Изд. 2-е. Москва, Энергия, 1969.

5. **Краснощеков Е. А., Протопопов В. С.** Экспериментальное исследование теплообмена двуокиси углерода в сверхкритической области при больших температурных напорах. — Теплофизика высоких температур, т. 4, 1966, № 3.

Обобщенная зависимость для расчета теплоотдачи к двуокиси углерода при сверхкритическом давлении. Теплофизика высоких температур, т. 9, 1971, № 6.

6. Теплообмен на начальном участке круглой обогреваемой трубы при турбулентном течении двуокиси углерода сверхкритического давления/ Краснощеков Е. А., Протопопов В. С., Силин В. А., Парховник И. А. — Доклады научно-технической конференции. Подсекция теплофизическая, ч. II. Москва, МЭИ, 1969.

7. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Новосибирск. Изд-во Сиб. отд. АН СССР, 1962.

8. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. Москва, Машгиз, 1962.

9. Жидкометаллические теплоносители/Кутателадзе С. С., Боришанский В. М., Новиков И. И., Федынский О. С. — Москва, Атомиздат, 1958.

10. **Лабунцов Д. А.** Теплоотдача при пленочной конденсации чистых паров на вертикальных поверхностях и горизонтальных трубах. — Теплоэнергетика, 1957, № 7.

11. **Лабунцов Д. А.** Обобщенные зависимости для теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкостей. — Теплоэнергетика, 1960, № 5.

Обобщенные зависимости для критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в условиях свободного движения. — Теплоэнергетика, 1960, № 7.

12. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. Москва, Гостехиздат, 1957.
13. **Михеев М. А., Михеева И. М.** Основы теплопередачи. Москва, Энергия, 1973.
14. Теплоотдача расплавленных металлов /Михеев М. А., Баум В. А., Воскресенский К. Д., Федынский О. С. — В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. Москва, АН СССР, 1955.
15. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. Москва, Энергия, 1967.
16. **Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А.** Теплообмен в ядерных энергетических установках. Москва, Атомиздат, 1974.
17. **Петухов Б. С., Детлаф А. А., Кириллов В. В.** Экспериментальное исследование местной теплоотдачи пластины в дозвуковом турбулентном потоке воздуха. ЖТФ, 1954, т. XXIV, вып. 10.
18. **Петухов Б. С., Кириллов В. В.** К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах. — Теплоэнергетика, 1958, № 4.
19. **Петухов Б. С., Краснощеков Е. А.** Гидравлическое сопротивление при вязкостном неизотермическом движении жидкости в трубах. — ЖТФ, т. XXVIII, вып. 6, 1958.
20. **Петухов Б. С., Мучник Г. Ф.** К вопросу о гидравлическом сопротивлении при турбулентном неизотермическом движении жидкости в трубах. — ЖТФ. т. XXVII, вып. 5, 1957.
21. **Петухов Б. С., Протопопов В. С., Силин В. А.** Экспериментальное исследование режимов ухудшенного теплообмена при турбулентном течении двуокиси углерода сверхкритического давления. — Теплофизика высоких температур. № 2, т. 10, 1972.
22. **Петухов Б. С., Ройзен Л. И.** Теплоотдача при турбулентном течении газа в трубах кольцевого сечения. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1967, № 1.
23. **Ривкин С. Л.** Теплофизические свойства воды в критической области. Москва, Изд-во стандартов, 1970.
24. Теплотехнический справочник. Т. 1, Москва, Госэнергоиздат.
25. Теплофизические свойства веществ (справочник). Москва, Госэнергоиздат.
26. **Фукс С. Н.** Теплоотдача при конденсации движущегося пара в горизонтальном трубном пучке. — Теплоэнергетика, 1957, № 1.
27. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. Москва, Наука, 1969.
28. **Шорин С. Н.** Теплопередача. Москва, Высшая школа, 1964.
29. **Jakob M.** Heat Transfer, New York, 1957.

TABLE DES MATIÈRES

À NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient tres reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur le contenu de ce livre, sa traduction et sa présentation, ainsi que toute autre suggestion.

Notre adresse :
Editions Mir,
2, Pervi Rijski péréoulok,
Moscou, I-110,
GSP, U.R.S.S.

Imprimé en Union Soviétique